530.07
[illegible]

NGUYỄN ANH VINH
Khoa vật lí - trường ĐHSP Hà Nội
GV chương trình bổ trợ KT Vật lí 12, kênh VTV2 - Đài THVN

Tài liệu ôn luyện thi đại học

PHÂN LOẠI & PHƯƠNG PHÁP GIẢI VẬT LÍ 12

QUA CÁC BÀI TOÁN CƠ BẢN, ĐIỂN HÌNH, HAY, LẠ VÀ KHÓ

Tập 1

Công ty TNHH một thành viên văn hóa Khang Việt
Nhà sách KHANG VIỆT

THƯ VIỆN BÌNH ĐỊNH
PHÒNG ĐỌC
W 15 863

NHÀ XUẤT BẢN TỔNG HỢP THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

Lời nói đầu

Khi ôn luyện thi đại học, để cho việc học tập và giảng dạy được tốt, kể cả học sinh và giáo viên, cần phải có những cuốn tài liệu tham khảo hay, hy vọng cuốn *"Phân loại và phương pháp giải các bài toán cơ bản, điển hình, hay, lạ và khó"* này sẽ thực sự làm hài lòng các bạn. Nội dung sách sẽ mang đến cho chúng ta sự **phân loại** cụ thể và đầy đủ tất cả các dạng bài toán ở mọi chủ đề, gắn với các **phương pháp giải** tối ưu - ngắn gọn, được thể hiện thông qua hệ thống ví dụ ở các mức độ khác nhau từ **cơ bản - điển hình** đến **hay - lạ - khó** bám sát chương trình học và nội dung thi.

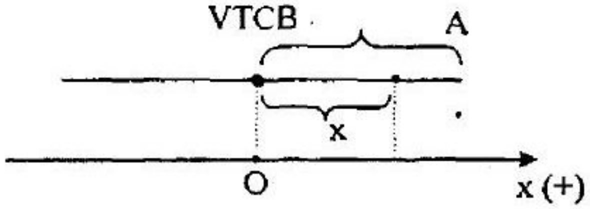
Với kiến thức chuyên sâu và kinh nghiệm giảng dạy, thầy giáo Nguyễn Anh Vinh cùng các cộng sự đã viết nên cuốn tham khảo đầy sáng tạo và thiết thực này. Nhà sách Khang Việt xin trân trọng giới thiệu tới Quý độc giả và xin lắng nghe mọi ý kiến đóng góp để cuốn sách ngày càng hay hơn, bổ ích hơn. Thư xin gửi về:

Công ty TNHH Một thành viên Dịch vụ Văn hoá Khang Việt
71 Đinh Tiên Hoàng P. ĐaKao Q.1 TP. HCM
Tel: (08) 39115694 - 39111969 - 39111968 Fax: (08) 39110808
hoặc Email: khangvietbookstore@yahoo.com.vn

Chủ đề 1: DAO ĐỘNG CƠ HỌC

DẠNG 1: Nhập môn, làm quen với các công thức và khái niệm

Trước hết, về mặt lý thuyết có thể tóm tắt như sau: Chuyển động của một vật có giới hạn trong không gian, mang tính lặp đi lặp lại nhiều lần quanh một vị trí cân bằng xác định thì được gọi là dao động. Nếu dao động nào mà có thêm đặc điểm là vị trí của vật phụ thuộc vào thời gian theo hàm cosin (hoặc sin) kiểu như $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ thì được gọi là dao động điều hoà.



Trong phương trình trên thì x là vị trí của vật, nó chính là độ dời của vật khỏi vị trí cân bằng (VTCB) nên còn gọi là li độ.

+ A là li độ lớn nhất mà vật có thể đạt được, thường gọi là biên độ

+ ω (đọc là ômêga) là tần số góc, $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$ trong đó:

T là chu kì : Là khoảng thời gian ngắn nhất để *trạng thái dao động* lặp lại như cũ.

$$\boxed{\text{Chu kỳ} = \frac{\text{khoảng thời gian}}{\text{số dao động}};\ T = \frac{t}{N}}$$

f là tần số : Là số dao động mà vật thực hiện được trong một đơn vị thời gian.

$$\boxed{\text{Tần số} = \frac{\text{số dao động}}{\text{khoảng thời gian (s)}};\ f = \frac{N}{t}}$$

+ φ (đọc là phi) là pha ban đầu.

+ $(\omega t + \varphi)$ là pha của dao động tại thời điểm t.

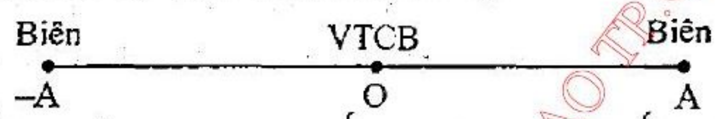
Khi vật dao động thì vận tốc của vật thay đổi, nhanh dần ứng với chuyển động từ hai biên về VTCB và chậm dần khi đi từ VTCB ra biên theo quy luật $v = x'(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

Vì vận tốc của vật thay đổi nên để đặc trưng cho sự thay đổi nhanh hay chậm của vận tốc, người ta dùng khái niệm gia tốc:

$a = v'(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$, qua biểu thức gia tốc a này ta cũng thấy gia tốc a thay đổi theo thời gian, độ lớn tăng dần khi đi từ VTCB ra biên và nhỏ dần khi từ biên về VTCB.

Để có gia tốc như vậy thì vật phải chịu một hợp lực mà hướng của nó phải luôn hướng về VTCB, lực như vậy gọi là lực kéo về hay lực phục hồi, biểu thức của lực này là $F = ma = -m\omega^2x$. Ta thấy lực F tỉ lệ với độ dời x nên càng xa VTCB lực này càng mạnh.

Đây là sơ đồ mô phỏng sự biến thiên của vận tốc v, gia tốc a, lực phục hồi F có chỉ rõ các vị trí đạt cực đại, cực tiểu của chúng.



$$\begin{cases} v_{min} = 0 \\ a_{max} = A\omega^2 \\ F_{ph}^{max} = kA \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{max} = A\omega \\ a_{min} = 0 \\ F_{ph}^{min} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{min} = 0 \\ a_{max} = A\omega^2 \\ F_{ph}^{max} = kA \end{cases}$$

Trong các bài toán dao động, thường phải đổi cách viết đại lượng biến thiên theo hàm số sin sang hàm số cosin hoặc ngược lại. Để thỏa mãn $A > 0$ và $\omega > 0$ cần dùng các biểu thức chuyển đổi sau:

* sin sang cosin, ta bớt pha đi $\frac{\pi}{2}$: $x = A\sin(\omega t) = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

* cosin sang sin thêm pha một lượng $\frac{\pi}{2}$: $x = A\cos(\omega t) = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

Khử dấu âm bằng cách cho pha thêm hoặc bớt một lượng π:

$$x = -A\sin(\omega t + \varphi) = A\sin(\omega t + \varphi \pm \pi)$$

Để so sánh về pha của x, v, a, F ta cần phải viết chúng cùng hàm sin hoặc hàm cosin. Nếu $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ thì $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) = \omega A\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$

$$a = v' = x'' = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$\text{và } F = ma = -m\omega^2 x = -m\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$$

Như vậy:

+ v vuông pha với x và a. v nhanh pha $\frac{\pi}{2}$ so với x nhưng v chậm pha $\frac{\pi}{2}$ so với a.

+ a và F cùng pha nhau nhưng chúng ngược pha với x.

Cứ cặp nào vuông pha thì giữa chúng có phương trình độc lập, chẳng hạn

x và v: $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Rightarrow \boxed{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = A^2}$

a và v: $\left(\frac{a}{a_{max}}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{a}{\omega^2 A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2}$

F và v:

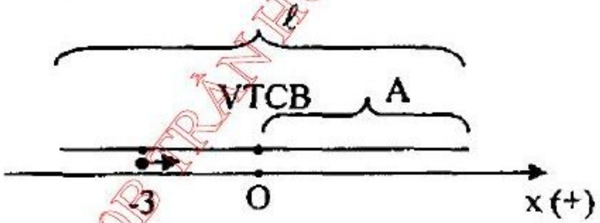
$$\left(\frac{F}{F_{max}}\right)^2+\left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2=1\Rightarrow\left(\frac{F}{m\omega^2A}\right)^2+\left(\frac{v}{\omega A}\right)^2=1\Rightarrow\boxed{\left(\frac{F}{m\omega^2}\right)^2+\left(\frac{v}{\omega}\right)^2=A^2}$$

Vì các phương trình độc lập trên không chứa tham số t nên việc giải toán sẽ rất nhanh, các em cần thuộc để áp dụng cho các bài toán xuôi ngược về sau, ngoài ra cũng cần nhớ thêm $\boxed{a=-\omega^2x}$ và $\boxed{F=ma=-m\omega^2x}$.

Sau đây là các ví dụ:

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hoà trên đoạn thẳng dài 10 cm và thực hiện 50 dao động trong 78,5s. Tìm vận tốc và gia tốc của vật khi nó đi qua vị trí có tọa độ $x=-3$cm theo chiều hướng về vị trí cân bằng.

Hướng dẫn giải:



+ Biên độ: $A=\frac{\ell}{2}=\frac{10}{2}=5\text{cm}$

+ Chu kì: $T=\frac{t}{N}=\frac{78,5}{50}=1,57\text{s}\Rightarrow$ Tần số góc: $\omega=\frac{2\pi}{T}=4(\text{rad/s})$.

+ Vận tốc: Vì đã biết A, ω và x nên để tìm v ta dùng phương trình độc lập

$$x^2+\left(\frac{v}{\omega}\right)^2=A^2\Rightarrow v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}=\pm4\sqrt{5^2-3^2}=\pm16\text{cm/s}=\pm0,16(\text{m/s})$$

Ta chỉ lấy giá trị $v=0,16(\text{m/s})$ vì vật đang chuyển động theo chiều dương.

+ Gia tốc: $a=-\omega^2.x=-4^2.(-3)=48(\text{cm/s}^2)=0,48(\text{m/s}^2)$

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox. Lúc vật ở li độ $x=-\sqrt{2}$ cm thì có vận tốc $v=-\pi\sqrt{2}$ cm/s và gia tốc $a=\pi^2\sqrt{2}$ cm/s^2. Biên độ A và tần số góc ω là

A. 2 cm; π rad/s.
B. 20 cm; π rad/s.
C. 2 cm; 2π rad/s.
D. $2\sqrt{2}$ cm; π rad/s.

Hướng dẫn giải:

+ Từ phương trình $a=-\omega^2x$, ta được tần số góc $\omega=\sqrt{-\frac{a}{x}}=\sqrt{-\frac{\pi^2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}}=\pi\text{ rad/s}$

+ Với x, v và ω đã có, thay vào phương trình $A^2=x^2+\frac{v^2}{\omega^2}$ ta được biên độ dao động

$$A=\sqrt{x^2+\frac{v^2}{\omega^2}}=\sqrt{\left(-\sqrt{2}\right)^2+\frac{\left(-\pi\sqrt{2}\right)^2}{\pi^2}}=2\text{ cm}\Rightarrow \textit{Đáp án A.}$$

Ví dụ 3: Gọi P là trung điểm của đoạn MN trên quỹ đạo chuyển động của một vật dao động điều hòa. Biết gia tốc tại M và N lần lượt là -3 cm/s^2 và 7 cm/s^2. Gia tốc của vật tại P là

A. 4 cm/s^2. B. 1 cm/s^2. C. 2 cm/s^2. D. 3 cm/s^2.

Hướng dẫn giải:

Trung điểm P của MN luôn được xác định: $x_P=\frac{x_M+x_N}{2}$

$$\Rightarrow -\omega^2x_P=\frac{-\omega^2x_M-\omega^2x_N}{2}\ \Rightarrow a_P=\frac{a_M+a_N}{2}=\frac{-3+7}{2}=2\text{cm}/\text{s}^2$$

$\Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 4: Một vật có khối lượng 400g chịu tác dụng của một lực có dạng $F=-0,8\cos 5t$ (N) nên dao động điều hòa. Biên độ dao động của vật là

A. 32 cm. B. 20 cm. C. 12 cm. D. 8 cm.

Hướng dẫn giải:

+ Lực kéo về (lực hồi phục) làm vật dao động điều hòa có dạng:

$$F=-m\omega^2x=-m\omega^2A\cos\left(\omega t+\varphi\right) \qquad (1)$$

+ Theo đề ra, lực này có biểu thức $F=-0,8\cos 5t$ (2)

+ So sánh ta được $\omega=5\text{rad}/\text{s}$ và $m\omega^2A=0,8$

$$\Rightarrow A=\frac{0,8}{m\omega^2}=\frac{0,8}{0,4.5^2}=0,08(\text{m})=8(\text{cm})\Rightarrow \textit{Đáp án D.}$$

Ví dụ 5: Một vật dao động điều hoà với chu kì bằng 0,5s. Trong 1s đầu tiên, khoảng thời gian để li độ, vận tốc và gia tốc cùng dấu là

A. 0,5s. B. 0s. C. 1s. D. 0,25s.

Hướng dẫn giải:

Theo phần tóm tắt lý thuyết ở trên, chỉ xét riêng gia tốc a và li độ x thì giữa chúng có mối liên hệ $a=-\omega^2x$, hai đại lượng này chẳng bao giờ cùng dấu, thời điểm còn chưa có, huống chi tồn tại khoảng thời gian ⇒ Chọn B.

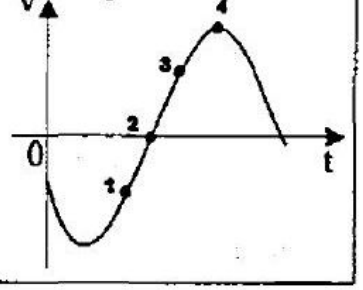
Ví dụ 6: Đồ thị vận tốc - thời gian của một vật dao động điều hoà được cho trên hình vẽ. Chọn câu đúng

A. Tại vị trí 1 li độ của vật có thể âm hoặc dương.

B. Tại vị trí 2 li độ của vật âm.

C. Tại vị trí 3 gia tốc của vật âm.

D. Tại vị trí 4 gia tốc của vật dương



Hướng dẫn giải:

+ Ở điểm 1, thấy v đang âm và giá trị có xu hướng giảm, vậy vật phải đang chuyển động ngược chiều dương và trong quá trình đi ra biên, chứng tỏ vật phải ở phần li độ âm ⇒ A sai.
+ Ở điểm 2, thấy v = 0 chứng tỏ vật ở biên, và ngay sau đó v >0 và tăng, chứng tỏ vật chuyển động theo chiều dương hướng về VTCB ⇒ B đúng.

  Ở điểm 3, thấy v > 0 và đang tăng, chứng tỏ vật chuyển động theo chiều dương hướng về VTCB ⇒ vật đang ở phần âm của hệ trục ⇒ $x < 0 \Rightarrow a = -\omega^2 x > 0$ ⇒ C sai.
+ Ở điểm 4, thấy $v = v_{max}$ chứng tỏ vật đến VTCB, tại đây a = 0 nên D sai.

Ví dụ 7: Chọn phát biểu đúng khi vật dao động điều hòa.

A. Vectơ vận tốc $\vec{v}$, vectơ gia tốc $\vec{a}$ của vật là các vectơ không đổi.

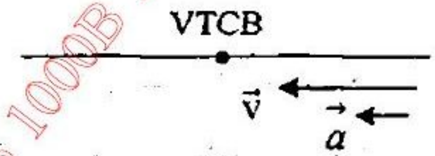
B. Vectơ vận tốc $\vec{v}$ và vectơ gia tốc $\vec{a}$ đổi chiều khi vật qua vị trí cân bằng.

C. Vectơ vận tốc $\vec{v}$ và vectơ gia tốc $\vec{a}$ cùng chiều chuyển động của vật.

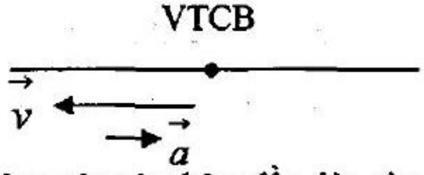
D. Vectơ vận tốc $\vec{v}$ hướng cùng chiều chuyển động, vectơ gia tốc $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng.

Hướng dẫn giải:

+ Vì $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$ và $a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$ nên v, a đều phụ thuộc vào thời gian ⇒ độ lớn của chúng thay đổi ⇒ phương án A sai.



- Vật chuyển động theo chiều nào, chiều của vectơ vận tốc $\vec{v}$ theo chiều đó.
- Khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, chuyển động của vật nhanh dần, lúc này vectơ gia tốc $\vec{a}$ và vectơ vận tốc $\vec{v}$ cùng chiều.



- Khi vật đi từ vị trí cân bằng ra ngoài biên, chuyển động của vật chậm dần, lúc này vectơ gia tốc $\vec{a}$ và vectơ vận tốc $\vec{v}$ ngược chiều.

  Theo hình vẽ ⇒ khi qua vị trí cân bằng, vectơ vận tốc $\vec{v}$ không đổi chiều, nhưng vectơ gia tốc $\vec{a}$ đã đổi chiều. Căn cứ vào 2 hình vẽ trên ta thấy chiều của $\vec{a}$ luôn hướng về vị trí cân bằng, hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{v}$ có thể cùng hoặc ngược chiều nhau. Từ đó suy ra cả B và C sai, còn lại D đúng ⇒ *Đáp án D.*

Chú ý: Những câu lý thuyết đơn giản ban đầu như vậy là rất cần thiết vì nó giúp ta hiểu được sự thay đổi trong quá trình vật dao động, nó là cơ sở để ta làm các bài toán định lượng về thời gian ở phần sau, chẳng hạn: Một con lắc lò xo nằm ngang được kích thích dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm. Kể từ thời điểm ban đầu, vectơ vận tốc và gia tốc sẽ cùng chiều dương Ox trong khoảng thời gian

A. $0 < t < 0{,}1$s. B. $0{,}1$s $< t < 0{,}2$s. C. $0{,}2$s $< t < 0{,}3$s. D. $0{,}3$s $< t < 0{,}4$s.

Một số bạn khá thì đã biết ngay lời giải, nhưng với những bạn mới bắt đầu học thì tốt nhất đừng vội giải quyết bài toán này ở đây, mà điều quan trọng là phải hiểu được vectơ vận tốc $\vec{v}$ và vectơ gia tốc $\vec{a}$ biến thiên như thế nào như ở ví dụ trên trước đã, rồi sau này học tiếp phần bài toán tìm khoảng thời gian, phối hợp lại thì việc giải bài toán trên sẽ trở thành đơn giản.

Ở dạng 1 sơ khởi này, tôi chỉ mong các em làm quen, hiểu được một số lý thuyết và công thức tính toán cơ bản, do đó ta sẽ xét thêm một vài ví dụ khác, chẳng hạn đề thi tuyển sinh vào các trường đại học khối A năm 2010 có câu: Lực kéo về tác dụng lên một chất điểm dao động điều hòa có độ lớn

A. tỉ lệ với độ lớn của li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.

B. tỉ lệ với bình phương biên độ.

C. không đổi nhưng hướng thay đổi.

D. và hướng không đổi.

Học vững lý thuyết ở phần tóm tắt lý thuyết, không cần giải thích thêm, đương nhiên ta sẽ chọn A.

Một ví dụ khác: Dao động cơ học đổi chiều khi lực kéo về tác dụng lên vật

A. có độ lớn cực tiểu. B. bằng không.

C. có độ lớn cực đại. D. đổi chiều.

Rõ ràng rằng vật ra đến biên thì mới đổi chiều chuyển động, tại đó thì lực kéo về phải có độ lớn cực đại nên chọn C.

Thêm một ví dụ khác: Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của vận tốc theo li độ trong dao động điều hòa có hình dạng nào sau đây?

A. Đường parabol. B. Đường tròn.

C. Đường elip. D. Đường hypecbol.

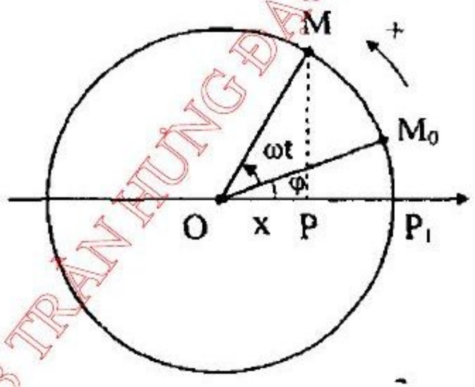
Như phần lý thuyết đã trình bày, do x và v vuông pha nên giữa chúng có mối liên hệ độc lập với thời gian $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2 = 1$, với phương trình như vậy, theo toán học thì quan hệ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của vận tốc theo li độ phải là đường elip ⇒ Chọn C.

Thêm một ví dụ nữa để thấy việc nhớ các công thức cơ bản ban đầu là cần thiết: Tại thời điểm $t = 0$, một chất điểm dao động điều hòa có tọa độ x_0, vận tốc v_0. Tại một thời điểm $t \neq 0$ nào đó, tọa độ và vận tốc của chất điểm lần lượt là x và v trong đó $x^2 \neq x_0^2$. Chu kì dao động của vật bằng

A. $2\pi\sqrt{\frac{x^2 - x_0^2}{v^2 - v_0^2}}$. B. $2\pi\sqrt{\frac{v_0^2 - v^2}{x^2 - x_0^2}}$. C. $2\pi\sqrt{\frac{x^2 - x_0^2}{v_0^2 - v^2}}$. D. $2\pi\sqrt{\frac{v^2 - v_0^2}{x^2 - x_0^2}}$.

Cách giải: Từ phương trình độc lập với thời gian $x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = A^2$ viết cho hai thời điểm ta có hệ: $\begin{cases} x_0^2 + \dfrac{v_0^2}{\omega^2} = A^2 \\ x^2 + \dfrac{v^2}{\omega^2} = A^2 \end{cases} \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{v^2 - v_0^2}{x_0^2 - x^2}} \Rightarrow T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{x_0^2 - x^2}{v^2 - v_0^2}}$

⇒ Chọn C.



Và các em cũng đừng quên, giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều có mối quan hệ với nhau, một dao động điều hòa có thể được coi là hình chiếu vị trí của một chất điểm chuyển động tròn đều xuống một đường thẳng đi qua tâm nằm trong mặt phẳng quỹ đạo và *ngược lại* với biên độ bằng bán kính $A = R$, vận tốc góc bằng tỉ số giữa vận tốc dài và bán kính $\omega = \frac{v}{R}$.

Trên hình vẽ ta thấy, nếu vật chuyển động tròn đều trên nửa vòng tròn phía trên thì hình chiếu của nó – tức dao động điều hòa đang chuyển động theo chiều âm, còn nếu vật chuyển động tròn đều trên nửa vòng tròn phía dưới thì hình chiếu tức dao động điều hòa sẽ đang chuyển động theo chiều dương.

Việc học là một quá trình, từng bước, dễ tới khó, chẳng hạn, hôm nay học về dạng bài toán liên hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hòa, ngày mai học về cách viết phương trình dao động,… để về sau gặp một bài toán phối hợp kiểu như: Một chất điểm M chuyển động tròn đều với tốc độ 0,75 m/s trên đường tròn có đường kính bằng 0,5m. Hình chiếu M' của điểm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hoà. Biết rằng tại thời điểm ban đầu, M' đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Tại thời điểm t = 8s hình chiếu M' qua li độ

A. –10,17 cm theo chiều dương.
B. –22,64cm theo chiều âm.
C. 22,64 cm theo chiều dương.
D. 22,64cm theo chiều âm.

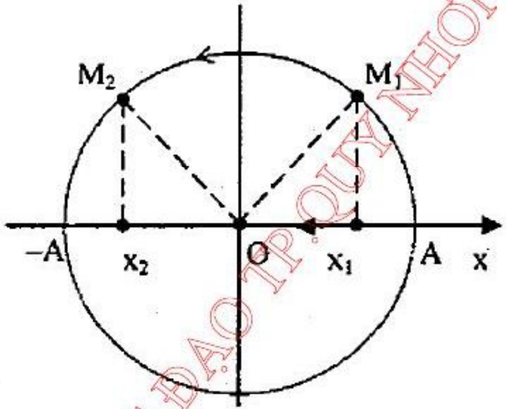
Thì việc giải nó sẽ cho kết quả nhanh nhất, thực vậy: $A = R = \frac{d}{2} = \frac{50}{2} = 25\text{cm}$,

$\omega = \frac{v}{R} = \frac{0,75}{0,25} = 3 \text{ rad/s}$ và $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Phương trình $x = 25\cos\left(3t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

Rồi thay t = 8s có ngay: $\begin{cases} x = 25\cos\left(3.8 + \dfrac{\pi}{2}\right) = 22,64\text{cm} \\ v = -25.3\sin\left(3.8 + \dfrac{\pi}{2}\right) < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Chọn D.

DẠNG 2: Bài toán cho phương trình dao động. Tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ x_1 đến x_2 theo một tính chất nào đó

Phương pháp giải:

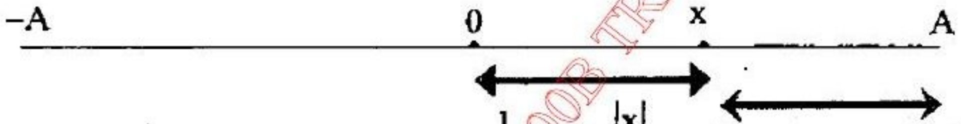


+ ***Cách 1:*** Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều. Vẽ cung M_1M_2 tương ứng với chuyển động của vật trên trục Ox. Xác định góc ở tâm α mà cung M_1M_2 chắn. Giả sử trường hợp hình bên có thể tính $\alpha = \widehat{M_1OM_2} = \widehat{x_1M_1O} + \widehat{x_2M_2O}$

Với $\sin\left(\widehat{x_1M_1O}\right) = \frac{|x_1|}{A}$, $\sin\left(\widehat{x_2M_2O}\right) = \frac{|x_2|}{A}$

Thời gian ngắn nhất vật dao động đi từ x_1 đến x_2 bằng thời gian vật chuyển động tròn đều từ M_1 đến M_2 là $t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha}{2\pi}T$.

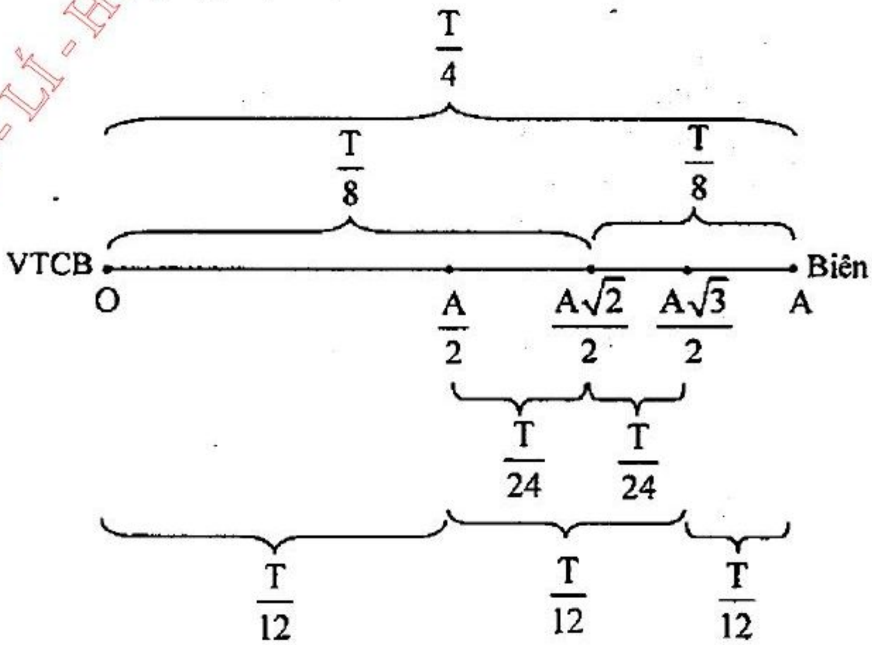
+ ***Cách 2: Dùng công thức và máy tính cầm tay.***



$t = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{|x|}{A}$ $t = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{|x|}{A}$

- Nếu từ VTCB đến li độ x hoặc ngược lại thì $t = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{|x|}{A}$
- Nếu từ biên đến li độ x hoặc ngược lại thì $t = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{|x|}{A}$

+ ***Cách 3: Nhớ các trường hợp đặc biệt.***



- Thời gian để vật đi từ VTCB đến biên hoặc ngược lại là $\frac{T}{4}$
- Điểm $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ chia khoảng thời gian $\frac{T}{4}$ thành 2 phần bằng nhau, mỗi khoảng là $\frac{T}{8}$
- Hai điểm $\frac{A}{2}$ và $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ chia khoảng thời gian $\frac{T}{4}$ thành 3 phần bằng nhau, mỗi khoảng là $\frac{T}{12}$
- Từ $\frac{A}{2}$ đến $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ mất $\frac{T}{12}$, điểm $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ cũng chia đôi khoảng thời gian $\frac{T}{12}$ này nên mỗi khoảng chỉ là $\frac{T}{24}$

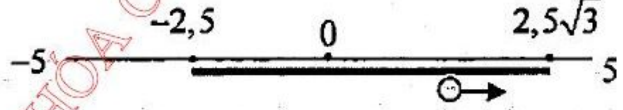
Ví dụ 1:

Một vật dao động trên trục Ox với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm.

Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ $x_1 = -2,5$cm đến li độ $x_2 = 2,5\sqrt{3}$ cm?

Hướng dẫn giải:

Thời gian ngắn nhất cần tìm để vật đi từ li độ $x_1 = -2,5$cm đến li độ $x_2 = 2,5\sqrt{3}$ cm chỉ có thể là thời gian vật đi theo 1 chiều trực tiếp từ $-2,5 \to 2,5\sqrt{3}$ như hình vẽ.



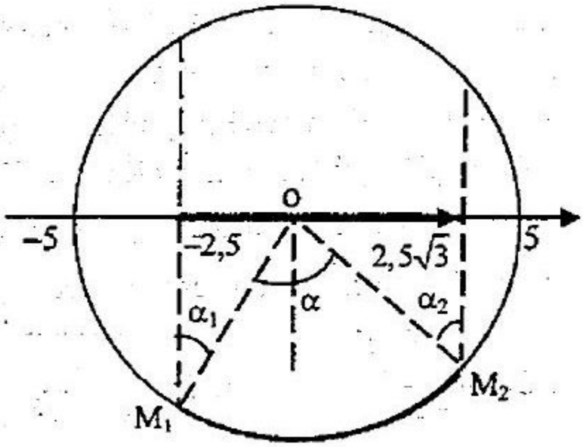
Cách 1: Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều, thời gian này chính bằng thời gian chất điểm M chuyển động trên cung M_1M_2. Cung M_1M_2 chắn góc α ở tâm. Theo hình vẽ, góc này có thể tính $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$

Với $\sin\alpha_1 = \frac{2,5}{5} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{6}$

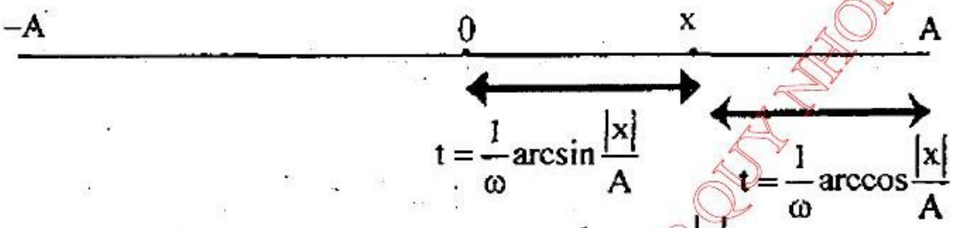
và $\sin\alpha_2 = \frac{2,5\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{3}$

nên $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$

Vậy $t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2}}{4\pi} = \frac{1}{8}s = 0,125s$

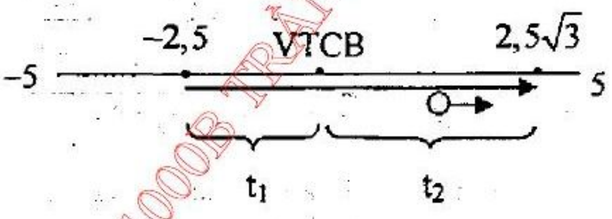


Cách 2: Dùng công thức:


$-A$
0
x
A
$t=\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{|x|}{A}$
$t=\frac{1}{\omega}\arccos\frac{|x|}{A}$

- Nếu từ VTCB đến li độ x hoặc ngược lại thì $t=\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{|x|}{A}$
- Nếu từ biên đến li độ x hoặc ngược lại thì $t=\frac{1}{\omega}\arccos\frac{|x|}{A}$

Ở bài toán trên, do $x_1=-2,5\text{cm}$ và $x_2=2,5\sqrt{3}$ cm nằm ở hai bên so với VTCB nên thời gian cần tìm gồm tổng của 2 phần: Thời gian t_1 để đi từ $x_1=-2,5\text{cm}$ đến VTCB và thời gian t_2 để từ VTCB đến $x_2=2,5\sqrt{3}$ cm



Do đó ta có: $t=t_1+t_2=\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{|x_1|}{A}+\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{x_2}{A}$

Hay $t=\frac{1}{\omega}\left(\arcsin\frac{|x_1|}{A}+\arcsin\frac{x_2}{A}\right)=\frac{1}{4\pi}\left(\arcsin\frac{2,5}{5}+\arcsin\frac{2,5\sqrt{3}}{5}\right)=\frac{1}{8}\text{s}$

Cách 3: Nếu nhớ các trường hợp đặc biệt nêu trên, ta có thể thu được kết quả nhanh như sau: $t_{-2,5\to 2,5\sqrt{3}}=t_{-\frac{A}{2}\to\frac{A\sqrt{3}}{2}}=t_{-\frac{A}{2}\to 0}+t_{0\to\frac{A\sqrt{3}}{2}}=\frac{T}{12}+\frac{T}{6}=\frac{T}{4}$

Chú ý: Mặc dù có 3 cách tính chính, nhưng cách 1 ít dùng cho dạng bài toán này, mà thường dùng cách 2 hoặc cách 3. Cách 2 dùng công thức và máy tính cho các bài toán mà các vị trí x_1, x_2 không rơi vào các trường hợp đặc biệt, còn cách 3 dùng khi chúng rơi vào các điểm đặc biệt như 0, $\frac{A}{2}$, $\frac{A\sqrt{2}}{2}$, $\frac{A\sqrt{3}}{2}$, A.

Ở ví dụ trên, do các điểm $x_1=-2,5\text{cm}$ và $x_2=2,5\sqrt{3}$ cm rơi vào các điểm đặc biệt nên dùng cách 3 cho bài toán đó là tối ưu và nhanh nhất, nhưng nếu không rơi vào các điểm đặc biệt thì việc dùng cách 2 lại trở nên dễ dàng và thuận lợi, ta xét qua ví dụ sau: Một vật dao động trên trục Ox với phương trình $x=8\cos\left(5\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$cm. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật dịch chuyển trong từng trường hợp:

a. Từ VTCB $x_1 = 0$ đến li độ $x_2 = -5$ cm?

b. Từ biên $x_1 = 8$cm đến li độ $x_2 = 2$ cm?

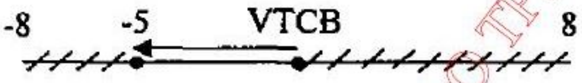
c. Từ li độ $x_1 = 1$ cm đến li độ $x_2 = 5$ cm?

d. Từ li độ $x_1 = -3$ cm đến li độ $x_2 = 4$ cm?

Giải:

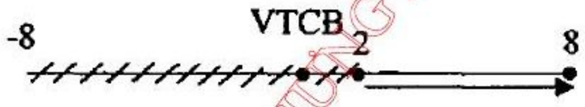
a. Trường hợp này là **arcsin**

$$t = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{|x|}{A} = \frac{1}{5\pi}\arcsin\frac{|-5|}{8} = 0,0429\text{s}$$

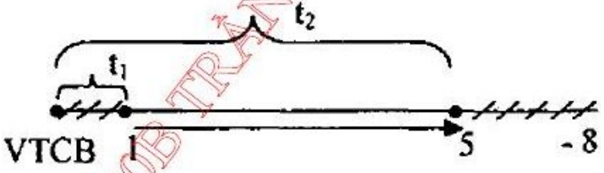


b. Trường hợp này là **arccos**

$$t = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{|x|}{A} = \frac{1}{5\pi}\arccos\frac{2}{8} = 0,0839\text{s}$$



c. Vì hai tọa độ nằm cùng bên so với VTCB nên khoảng thời gian là hiệu của thời gian đi từ VTCB đến $x_2 = 5$ cm và thời gian đi từ VTCB đến $x_1 = 1$ cm:

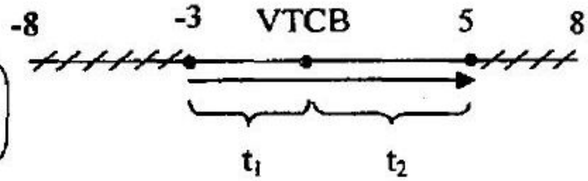


$$t = t_2 - t_1 = \frac{1}{\omega}\left(\arcsin\frac{|x_2|}{A} - \arcsin\frac{|x_1|}{A}\right) = \frac{1}{5\pi}\left(\arcsin\frac{5}{8} - \arcsin\frac{1}{8}\right) = 0,035\text{s}$$

Hoặc có thể tính theo điểm biên:

$$t = t_1 - t_2 = \frac{1}{\omega}\left(\arccos\frac{|x_1|}{A} - \arccos\frac{|x_2|}{A}\right);\ t = \frac{1}{5\pi}\left(\arccos\frac{1}{8} - \arccos\frac{5}{8}\right) = 0,035\text{s}$$

d. Vì hai tọa độ nằm hai bên so với VTCB nên khoảng thời gian là

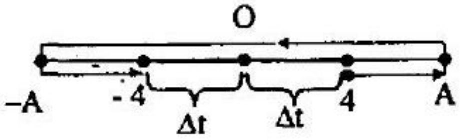


$$t = t_1 + t_2 = \frac{1}{\omega}\left(\arcsin\frac{|x_1|}{A} + \arcsin\frac{|x_2|}{A}\right)$$

$$= \frac{1}{5\pi}\left(\arcsin\frac{3}{8} + \arcsin\frac{4}{8}\right) = 0,0578\text{s}$$

Hoặc có thể tính theo điểm biên: $t = \frac{T}{2} - \frac{1}{\omega}\left(\arccos\frac{|x_1|}{A} + \arccos\frac{|x_2|}{A}\right)$ cũng cho kết quả 0,0578s

Vận dụng: Một vật dao động điều hòa, thấy rằng trong 0,8 chu kì đầu tiên, vật đi từ điểm M có li độ $x_1 = 4$ cm đến điểm N có li độ $x_2 = -4$ cm. Tìm biên độ dao động?



Gợi ý: Khoảng thời gian đi từ VTCB đến vị trí x_1 là $\Delta t = \frac{1}{2}\left(T - 0,8T\right) = 0,1T$

Suy ngược lại, vị trí x_1 được tính theo Δt là $x_1 = A\sin\omega\Delta t$ thay vào ta có

$$4 = A\sin\frac{2\pi}{T}0,1T = A\sin\frac{\pi}{5} \Rightarrow \text{Biên độ } A = ...$$

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà với phương trình x = Acos(ωt + φ). Trong khoảng thời gian $\frac{1}{15}$s đầu tiên vật chuyển động theo chiều âm từ vị trí có li độ $x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến vị trí cân bằng. Khi vật qua vị trí có li độ $x = 2\sqrt{3}$ cm thì vật có vận tốc v = 10π cm/s. Gia tốc cực đại của vật là

A. $10m/s^2$. B. $5m/s^2$. C. $50cm/s^2$. D. $100cm/s^2$.

Hướng dẫn giải:

Quan tâm đến câu hỏi của bài toán, đó là tìm gia tốc cực đại của vật, vì $a_{max} = \omega^2.A$ nên để tìm a_{max} ta cần phải xác định được ω và A.

+ Như đã biết, thời gian để vật đi từ vị trí $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến vị trí cân bằng là $\frac{T}{6}$, nên ta có $\frac{1}{15} = \frac{T}{6} \Rightarrow T = \frac{6}{15} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.\frac{15}{6} = 5\pi\,\text{rad/s}$

+ Lại có: $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + \frac{(10\pi)^2}{(5\pi)^2} = 16 \Rightarrow A = 4cm$

Vậy $a_{max} = \omega^2.A = (5\pi)^2.4 = 100.\pi^2 = 1000cm/s^2 = 10m/s^2$

$\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Các em cần biết rằng, bài toán tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ x_1 đến x_2 ở trên là bài toán cơ bản, biết giải bài toán này thì sau này chúng ta có thể làm được rất nhiều các bài toán mở rộng khác như:

- Tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ x_1 đến vận tốc hay gia tốc nào đó.
- Tìm vận tốc hay tốc độ trung bình trên một quỹ đạo chuyển động nào đó.
- Tìm khoảng thời gian mà lò xo nén, dãn trong 1 chu kì chuyển động
- Tìm khoảng thời gian mà bóng đèn sáng, tối trong 1 chu kì hay trong 1 khoảng thời gian nào đó.
- Tìm khoảng thời gian mà tụ điện C phóng hay tích điện từ giá trị q_1 đến q_2.
- Các bài toán ngược liên quan đến khoảng thời gian cũng như các bài biến tướng khác đi, chẳng hạn: Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật qua tọa độ x, vận tốc v hay gia tốc a nào đó lần thứ n

Sau đây là một số ví dụ

Ví dụ 2: Một vật dao động trên trục Ox với phương trình $x = 4\cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$ cm.

Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí x = 2cm đến vị trí có gia tốc $a = -8\sqrt{2}$ cm/s^2 là

A. $\frac{\pi}{24}$ s. B. $\frac{\pi}{2,4}$ s. C. 2.4π s. D. 24π s.

Hướng dẫn giải:

Theo biểu thức $a = -\omega^2 x \Rightarrow$ *khi vật có gia tốc* $a = -8\sqrt{2}$ *cm/s^2 thì vật qua li độ*

$$x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{-8\sqrt{2}}{2^2} = 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

$\Rightarrow$ Bài toán lúc này chuyển thành bài toán cơ bản là tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí x_1 = 2cm đến vị trí $x_2 = 2\sqrt{2}$ cm. Vì hai điểm này đặc biệt nên dùng cách 3, có ngay $t_{\frac{A}{2}\to\frac{A\sqrt{2}}{2}} = \frac{T}{24} = \frac{2\pi/\omega}{24} = \frac{2\pi/2}{24} = \frac{\pi}{24}$s $\Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 3: Một vật dao động trên trục Ox với phương trình:

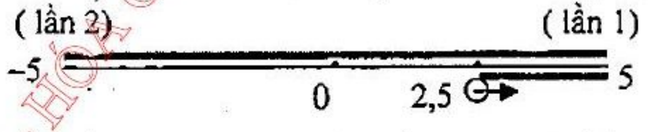
$x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$cm. Tính từ lúc khảo sát dao động, vật đạt gia tốc cực đại lần thứ 2 vào thời điểm nào?

Hướng dẫn giải:

Vì gia tốc $a = -\omega^2 x \Rightarrow$ Gia tốc đạt cực đại khi: x = ±A = ± 5 cm.

Do bài toán xét đến thứ tự (lần thứ 2) nên buộc ta phải xét thêm trạng thái ban đầu, tại $t_0 = 0$ có:

$$\begin{cases} x_0 = 2,5 \\ v_0 = 10\pi\sqrt{3} > 0 \end{cases}$$



Theo chiều chuyển động ban đầu như hình vẽ, tại vị trí biên x = +5 gia tốc mới cực đại lần thứ nhất, phải chờ đến biên x = −5 gia tốc mới cực đại lần thứ hai.

Vậy thời điểm cần tìm là: $t = t_{2,5\to5} + t_{5\to-5} = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} = \frac{2T}{3} = \frac{2.0,5}{3} = \frac{1}{3}$ s

Vận dụng 1: Một chất điểm đang dao động điều hoà trên một đoạn thẳng xung quanh vị trí cân bằng O. Gọi M, N là hai điểm trên đường thẳng cùng cách đều O. Biết cứ 0,05 s thì chất điểm lại đi qua các điểm M, O, N và tốc độ của nó lúc đi qua các điểm M, N là 20π cm/s. Biên độ A bằng

A. 4 cm. B. 6 cm. C. $4\sqrt{2}$ cm. D. $4\sqrt{3}$ cm.

Gợi ý: Theo đề ra, các điểm M và N phải cách VTCB một đoạn $\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Từ O đến M mất khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ nên $\frac{T}{6} = 0,05s$

$$\Rightarrow T = 0,3s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{20\pi}{3}(\text{rad/s})$$

Do tại M hoặc N có vị trí $|x| = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ nên có tốc độ $|v| = \frac{\omega A}{2}$

$$\Rightarrow 20\pi = \frac{\frac{20\pi}{3}A}{2} \Rightarrow A = 6(\text{cm})$$

Vận dụng 2: Một vật dao động điều hòa, đi từ vị trí M có li độ x = - 5 cm đến N có li độ x = +5 cm trong 0,25 s. Vật đi tiếp 0,75 s nữa thì quay lại M đủ một chu kì. Biên độ dao động điều hòa là

A. $5\sqrt{2}$ cm. B. 6 cm. C. 8 cm. D. $5\sqrt{3}$ cm.

Gợi ý: Chu kỳ $T = 0,25 + 0,75 = 1(s)$. Nhận thấy $t_{MON} = t_{MO} + t_{ON} = 0,25 = \frac{T}{4}$

$$\Rightarrow t_{MO} = t_{ON} = \frac{T}{8} \Rightarrow \text{M, N cách VTCB } \frac{A\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{A\sqrt{2}}{2} = 5 \Rightarrow A = ...$$

Ví dụ 4: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 5.\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm.

Vật qua vị trí x = 2,5 cm lần thứ 2013 vào thời điểm

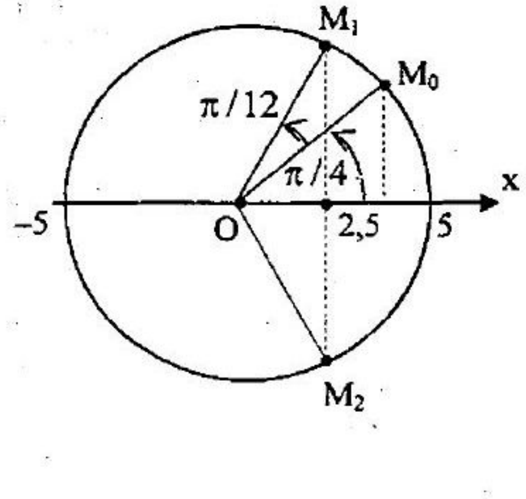
A. $\frac{12073}{36}$s. B. $\frac{24145}{72}$s. C. $\frac{2683}{8}$s. D. $\frac{671}{2}$s.

Hướng dẫn giải:

Phải nói ngay rằng, với bài toán biến tướng kiểu tìm thời điểm lần thứ n lớn như thế này thì cách giải hay nhất cho mọi trường hợp là dùng vòng tròn.

+ Vẽ bán kính OM_0 hợp với trục Ox một góc bằng pha ban đầu $\frac{\pi}{4}$

+ Vì chỉ tính vật qua điểm x = 2,5 cm mà không xét đến chiều chuyển động nên cứ mỗi vòng quay, vật qua vị trí này hai lần tương ứng là các điểm M_1 và M_2 trên vòng tròn
$\Rightarrow$ cứ hai lần qua x = 2,5 cm cần 1 vòng tròn. Dễ dàng thấy rằng các bán kính OM_1 và OM_2 hợp với Ox một góc bằng $\frac{\pi}{3}$.



- Chiều quay là ngược chiều kim đồng hồ nên lần thứ nhất, là đến điểm M_1, so với OM_0 bán kính OM_1 đã quét 1 góc ở tâm $\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{12}$
- Muốn có lần thứ 2013, vật cần phải đi qua thêm 2012 lần nữa, vậy chuyển động tròn tương ứng phải quay thêm 1006 vòng. Tổng góc quét là

$$\Delta\varphi=\frac{\pi}{12}+1006.2\pi=\frac{24145\pi}{12}\Rightarrow t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{\frac{24145\pi}{12}}{6\pi}=\frac{24145}{72}s\Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Với việc bóc tách 2013 = 1 + 2012 bài toán trên đã giải quyết xong., nhưng để các em hiểu thêm, ta giả định bài toán trên hỏi khác đi một chút thì phải làm như thế nào, chẳng hạn:

Tình huống 1: Một vật dao động với phương trình $x=5.\cos\left(6\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$ cm. Vật qua vị trí x = 2,5 cm *theo chiều âm* lần thứ 2013 vào thời điểm nào?

Vẫn dùng cách giải vòng tròn, nhưng trường hợp này chỉ tính theo 1 chiều nên cứ 1 lần thỏa mãn đề bài thì cần phải 1 vòng quay.

Vị trí qua x = 2,5 cm theo chiều âm lần thứ nhất chính là điểm M_1, muốn có thêm 2012 lần nữa cần thêm 2012 vòng, vậy tổng góc quét ở tâm phải là:

$$\Delta\varphi_1=\frac{\pi}{12}+2012.2\pi=\frac{48289\pi}{12}\Rightarrow t_1=\frac{\Delta\varphi_1}{\omega}=\frac{\frac{48289\pi}{12}}{6\pi}=\frac{48289\pi}{72}s$$

Tình huống 2: Một vật dao động với phương trình $x=5.\cos\left(6\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$ cm. Vật qua vị trí x = 2,5 cm *theo chiều dương* lần thứ 2013 vào thời điểm nào?

Dễ thấy vị trí qua x = 2,5 cm theo chiều dương lần thứ nhất chính là điểm M_2,

so với OM_0 bán kính OM_2 đã quét 1 góc ở tâm $2\pi-\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{17\pi}{12}$, vậy tổng góc quét ứng với lần thứ 2013 phải là:

$$\Delta\varphi_2=\frac{17\pi}{12}+2012.2\pi=\frac{48305\pi}{12}\Rightarrow t_2=\frac{\Delta\varphi_2}{\omega}=\frac{\frac{48305\pi}{12}}{6\pi}=\frac{48305}{72}s$$

Tình huống 3: Một vật dao động với phương trình $x=5.\cos\left(6\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$ cm. Vật qua vị trí x = 2,5 cm *lần thứ 2014* vào thời điểm nào?

Bài toán này ta phải bóc tách 2014 thành 2 + 2012 để sao cho 2012 chia được cho 2 chính là số vòng tròn quay thêm.

THƯ VIỆN BÌNH ĐỊNH
PHÒNG ĐỌC
W 15.863

Lần thứ 2 thỏa mãn đề bài là điểm điểm M_2, và so với OM_0 bán kính OM_2 đã quét 1 góc ở tâm $\frac{17\pi}{12}$, để có 2012 lần nữa thì cần 1006 vòng, vậy tổng góc quét là

$$\Delta\varphi_3 = \frac{17\pi}{12} + 1006.2\pi = \frac{24161\pi}{12} \Rightarrow t_3 = \frac{\Delta\varphi_3}{\omega} = \frac{\frac{24161\pi}{12}}{6\pi} = \frac{24161}{72}\text{s}$$

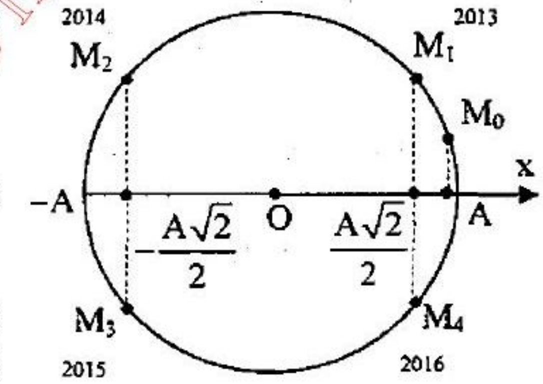
Ví dụ 5: Vật nặng trong con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm. Thời điểm chất điểm đi qua vị trí có động năng bằng thế năng lần 2014 và 2015 lần lượt là

A. $\frac{12077}{24}$s; $\frac{12087}{24}$s. B. $\frac{12079}{48}$s; $\frac{12085}{48}$s.

C. $\frac{12079}{48}$s; $\frac{12087}{48}$s. D. $\frac{12079}{24}$s; $\frac{12085}{24}$s.

Giải:

Nên giải theo phương pháp vòng tròn lượng giác



+ Vẽ bán kính OM_0 hợp với trục Ox một góc bằng pha ban đầu $\frac{\pi}{6}$

+ Khi $W_d = W_t$ thì $x = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$ (vì sao thì sau này sẽ biết, ở đây cứ tạm chấp nhận)

Theo thứ tự thì lần 1, 2, 3, 4 tương ứng với các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 trên vòng tròn.

Do có 2 tọa độ nên trong một chu kì sẽ có 4 lần động năng bằng thế năng, vì vậy ở phương pháp giải theo vòng tròn là ta sẽ bóc tách số lần đề bài thành số liền kề, nhỏ hơn nó nhưng chia hết cho 4 (bội của 4) với mục đích tìm số vòng tròn phải quay thêm, lượng dư còn lại là bao nhiêu thì tìm nốt góc quay ban đầu tương ứng. Với tư duy như vậy, cụ thể ta làm như sau:

+ Đối với lần thứ 2014 ta sẽ viết tách thành 2 + 2012 *(vì 2012 là số chia hết cho 4, liền kề và nhỏ hơn 2014)*.

Lần thứ 2 ứng với điểm M_2, dễ dàng thấy rằng so với OM_0 bán kính OM_2 đã quét 1 góc ở tâm $\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{12}$

Để có 2012 lần nữa cần phải quay thêm (2012: 4) = 503 vòng

Vậy tổng góc quét là $\Delta\varphi_{2014} = \frac{7\pi}{12} + 503.2\pi = \frac{12079\pi}{12}$

$$\Rightarrow t_{2014} = \frac{\Delta\varphi_{2014}}{\omega} = \frac{\frac{12079\pi}{12}}{4\pi} = \frac{12079}{48}\text{s}$$

Sau này có kinh nghiệm rồi thì ta lại giải tắt kiểu khác như sau: 2014 = 2 + 2012

$$\Rightarrow t_{2014} = t_2 + \frac{2012}{4}T = \frac{7T}{24} + 503T = \frac{12079}{24}T = \frac{12079}{48}\text{s}$$

+ Đối với lần thứ 2015 thì ta lại viết tách thành 3 + 2012

Lần thứ 3 ứng với điểm M_3, so với OM_0 bán kính OM_3 đã quét góc ở tâm $\frac{13\pi}{12}$

Vậy tổng góc quét $\Delta\varphi_{2015} = \frac{13\pi}{12} + 503.2\pi = \frac{12085\pi}{12}$

$$\Rightarrow t_{2015} = \frac{\Delta\varphi_{2015}}{\omega} = \frac{\frac{12085\pi}{12}}{4\pi} = \frac{12085}{48}\text{s}$$

Trường hợp này giải tắt như thế nào? Ta có: 2015 = 3 + 2012

$\Rightarrow t_{2015} = t_3 + \frac{2012}{4}T = \frac{13T}{24} + 503T = \frac{12085}{24}T = \frac{12085}{48}\text{s} \Rightarrow$ *Đáp án B.*

Bài toán trên đã giải xong, nhưng nếu hỏi lần thứ 2016 thì làm thế nào? trường hợp này ta vẫn phải viết tách 2016 = 4 + 2012

Tính được $\Delta\varphi_{2016} = \frac{19\pi}{12} + 503.2\pi = \frac{12091\pi}{12}$

$$\Rightarrow t_{2016} = \frac{\Delta\varphi_{2016}}{\omega} = \frac{\frac{12091\pi}{12}}{4\pi} = \frac{12091}{48}\text{s}$$

Hoặc $t_{2016} = t_4 + \frac{2012}{4}T = \frac{19T}{24} + 503T = \frac{12091}{24}T = \frac{12085}{48}\text{s}$

Bạn đọc sẽ suy ra cách giải tối ưu cho bài toán này nhé: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 6.\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm. Vật cách VTCB một đoạn 3 cm lần thứ 2017 và 2030 vào những thời điểm nào?

Phải biết rằng, một bài toán không chỉ có một cách giải, mà có nhiều cách, nhưng cách nào hay nhất, tổng quát nhất để có thể áp dụng cho mọi bài toán mới là vấn đề các em cần quan tâm. Ta xét thêm một ví dụ: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 10.\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$(cm). Xác định thời điểm vật đi qua li độ $x = -5\sqrt{2}$ (cm) lần thứ ba theo chiều âm?

Nếu không dùng theo phương pháp dùng vòng tròn, bằng đại số, ta có thể làm như sau:

Các thời điểm vật đi qua vị trí $x = -5\sqrt{2}$ cm được xác định theo phương trình:

$$10.\sin\left(\pi t-\frac{\pi}{2}\right)=-5\sqrt{2}\ \Rightarrow \sin\left(\pi t-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right).$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\pi t-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{4}+m.2\pi\\ \left(\pi t-\dfrac{\pi}{2}\right)=\pi+\dfrac{\pi}{4}+k.2\pi\end{array}\right.\quad \text{với } k\in Z$$

Vận tốc của vật $v=x^{'}=10\pi.\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$. Vì vật đi theo chiều âm, $v<0$. Để thoả mãn điều kiện này, chỉ chọn $\left(\pi t-\frac{\pi}{2}\right)=\pi+\frac{\pi}{4}+k.2\pi$

$\Rightarrow\ t=\frac{7}{4}+2.k$ $(k=0,1,2,3,\ldots$ để $t>0)$. Ta thấy k lấy giá trị từ 0, theo thứ tự của k, lần thứ 3 sẽ ứng với k = 2 nên thời điểm cần tìm là $t=\frac{7}{4}+2.2=\frac{23}{4}$ (s).

Các bạn có thấy rằng so với phương pháp dùng vòng tròn, cách giải trên là dài và phức tạp hơn không? Nếu chưa phức tạp thì ta xét thêm bài toán khác: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x=10.\sin\left(\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$(cm). Xác định thời điểm vật đi qua li độ $x=-5\sqrt{2}$ (cm) lần thứ 7?

Chắc chắn sẽ phức tạp hơn, là vì vật chỉ qua li độ $x=-5\sqrt{2}$ (cm) mà không tính đến chiều nên khi giải phương trình lượng giác sẽ phải có 2 họ nghiệm theo m và k. Vậy lần thứ 7 sẽ lấy theo m hay k và lấy giá trị nào?

DẠNG 3: Dạng bài toán biết tại thời điểm t vật qua li độ x_t theo một chiều nào đó. Tìm li độ dao động tại thời điểm sau hoặc trước thời điểm t một khoảng thời gian Δt.

Phương pháp giải:

Cách 1: *Dùng phép biến đổi toán học thuần túy. Thay* $x = x_t$ *vào phương trình dao động điều hoà* $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, *căn cứ thêm vào chiều chuyển động để chọn nghiệm* $(\omega t + \varphi)$ *duy nhất. Từ đó tính được li độ sau hoặc trước thời điểm t đó Δt giây là:* $x_{t\pm\Delta t}=A\cos\left[\omega\left(t\pm\Delta t\right)+\varphi\right]=A\cos\left[\omega t+\varphi\pm\omega.\Delta t\right]$. *Nếu là thời điểm sau thì dùng dấu cộng (+), trước dùng dấu trừ (–).*

Cách 2: *Dùng vòng tròn. Đánh dấu vị trí* x_t *trên trục đi qua tâm Ox. Kẻ đoạn thẳng qua* x_t *vuông góc Ox cắt đường tròn tại hai điểm. Căn cứ vào chiều chuyển động để chọn vị trí M duy nhất trên vòng tròn. Vẽ bán kính OM. Trong khoảng* *thời gian Δt, góc ở tâm mà OM quét được là* $\alpha = \omega.\Delta t$. *Vẽ OM' lệch với OM góc α, từ M' kẻ vuông góc với Ox cắt ở đâu thì đó là li độ cần xác định.*

Ví dụ minh họa: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Tại thời điểm t_1, vật có li độ $2,5\sqrt{2}$ cm và đang có xu hướng giảm. Li độ của vật sau thời điểm đó $\frac{7}{48}$s là

A. 2,5 cm B. $-2,5\sqrt{2}$ cm C. $-2,5\sqrt{3}$ cm D. $-2,5$ cm

Hướng dẫn giải:

Cách 1:

+ Tại thời điểm t_1, ta có: $x_1 = 5\cos\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = 2,5\sqrt{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{4} \\ \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{4} \end{array}\right.$

Do vật đang ở tọa độ dương, tọa độ lại có xu hướng giảm nên vật sẽ đi ngược chiều dương của hệ trục tọa độ, tức là $v < 0$. Mà $v = -20\pi\sin\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right)$ nên trong 2 trường hợp ở trên, chỉ có $\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ là làm cho $v < 0$.

+ Tại thời điểm $t_2 = t_1 + \frac{7}{48}$ thì:

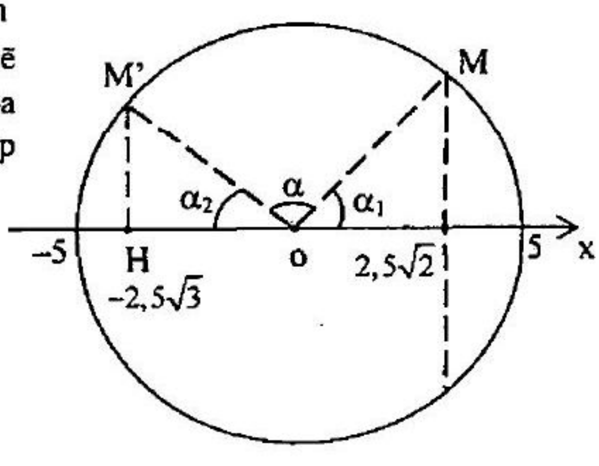
$$x_2 = 5\cos\left[4\pi\left(t_1 + \frac{7}{48}\right) - \frac{\pi}{3}\right] = 5\cos\left[4\pi t_1 + \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right]$$

hay $x_2 = 5\cos\left[\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{7\pi}{12}\right] = 5\cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}\right] = 5\cos\frac{5\pi}{6} = -2,5\sqrt{3}$ cm

⇒ *Đáp án C.*

Cách 2: Do vật qua điểm $2,5\sqrt{2}$ cm và tọa độ có xu hướng giảm nên vật sẽ đi ngược chiều dương của hệ trục tọa độ. Bán kính OM ở thời điểm t_1 hợp với trục Ox góc α_1. Theo hình vẽ

$$\cos\alpha_1 = \frac{2,5\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{4}$$



Sau khoảng thời gian $\frac{7}{48}$s bán kính này sẽ quét thêm được 1 góc ở tâm $\alpha = \omega.\Delta t = 4\pi.\frac{7}{48} = \frac{7\pi}{12}$ thành bán kính OM'.

Dễ dàng thấy rằng $\alpha_2 = (\pi - (\alpha + \alpha_1)) = \left(\pi - \left(\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{\pi}{6}$

Hạ M'H vuông góc Ox.

Trong tam giác vuông OM'H có $OH = OM'.\cos\alpha_2 = 5.\cos\frac{\pi}{6} = 2,5\sqrt{3}$. Vì H là hình chiếu của M' nên H là tọa độ của vật, theo chiều dương của hệ trục thì tọa độ của vật là $-2,5\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow$ *Đáp án C.*

DẠNG 4: Dạng bài toán cần tìm quãng đường và số lần vật đi qua li độ x* từ thời điểm t₁ đến t₂

Phương pháp giải:

Về tư duy: *Ta biết rằng, cứ trong một chu kì:*

- Vật đi được quãng đường bằng 4A.
- Vật đi qua li độ x* bất kì 2 lần (không tính đến chiều chuyển động, nếu tính đến chiều thì chỉ có 1).

Vì vậy ta làm như sau:

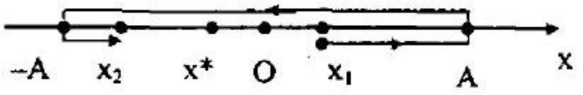
- Tính số chu kì dao động từ thời điểm t_1 đến t_2: $\frac{t_2 - t_1}{T} = n,m$. Có 2 khả năng:

- **Nếu m = 0 thì:**
  - Quãng đường đi được: S = n.4A
  - Số lần vật đi qua x*: N = n.2 hoặc n.1 tùy vào bài toán
- **Nếu m ≠ 0 thì:**
  - Quãng đường vật đi được là: $S = n.4A + S_{dư}$
  - Số lần vật đi qua x* là: $N = n.2 + N_{dư}$ hoặc $N = n.1 + N_{dư}$

  Đến đây, cần phải tính thêm $S_{dư}$ và số lần $N_{dư}$, làm như sau:
  - Thay $t = t_1$ vào phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ và $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$ để biết chính xác tọa độ x_1 và dấu của vận tốc v_1.
  - Thay $t = t_2$ vào phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ và $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$ để biết chính xác tọa độ x_2 và dấu của vận tốc v_2.
  - Vẽ hình mô tả trạng thái (x_1, v_1) và (x_1, v_1) rồi dựa vào hình vẽ để tính $S_{dư}$ và số lần $N_{dư}$ vật còn đi qua x* trong phần lẻ của chu kì.

Ví dụ: $\begin{cases} x_1 > x^* > x_2 \\ v_1 > 0, v_2 > 0 \end{cases}$

ta có hình vẽ:



Bám dọc theo quỹ đạo của vật với hình vẽ này, trong phần lẻ của chu kì:

- Số lần vật đi qua x^* được thêm 1 lần nữa
- Quãng đường vật đi thêm được:

$$S_{dư} = (A - x_1) + 2A + (A - |x_2|) = 4A - x_1 - |x_2|.$$

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình: $x = 5\cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$cm . Quãng đường vật đi được và số lần vật qua vị trí x* = 3,5 cm theo chiều âm từ thời điểm $t_1 = 2s$ đến thời điểm $t_2 = \frac{26,5}{3}$s là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

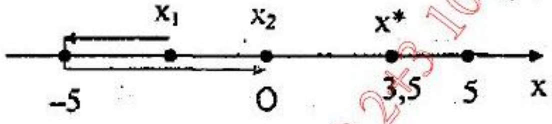
Vì $\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\frac{26,5}{3} - 2}{\frac{2\pi}{\pi}} = 3,41$ nên có thể viết $(t_2 - t_1) = 3.T + t_{dư}$

Suy ra: quãng đường vật đi được $S = 3.4A + S_{dư}$

và số lần vật đi qua x* là $N = 3.1 + N_{dư}$ (vì chỉ tính theo chiều âm)

+ Thay t_1 và t_2 vào các phương trình x và v ta biết được $\begin{cases} x_1 = -2,5 \text{ cm} \\ v_1 < 0 \end{cases}$

và $\begin{cases} x_2 = 0 \text{ cm} \\ v_2 > 0 \end{cases}$



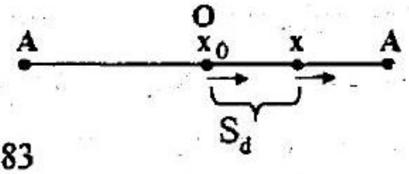
+ Qua hình vẽ ta thấy $S_{dư} = (A - |x_1|) + A = 2,5 + 5 = 7,5$ cm và $N_{dư} = 0$

Cuối cùng thu được kết quả bài toán: $S = 3.4A + S_{dư} = 3.4.5 + 7,5 = 67,5$ cm

Và số lần vật đi qua tọa độ x* = 2 cm là $N = 3.1 + N_{dư} = 3.1 + 0 = 3$

Ví dụ tương tự : Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình: $x = 12\cos\left(50t - \frac{\pi}{2}\right)$cm. Quãng đường vật đi được và số lần vật qua vị trí x* = 1,5 cm trong khoảng thời gian $t = \frac{\pi}{12}$s kể từ thời điểm ban đầu là bao nhiêu?

Chu kì dao động : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25}$ s



Số chu kì dao động : $N = \frac{t - t_0}{T} = \frac{t}{T} = \frac{\pi.25}{12.\pi} = 2,083$

Tại t = 0 : $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases}$ ⇒ Vật bắt đầu dao động từ VTCB theo chiều dương

Tại thời điểm $t = \frac{\pi}{12}s : \begin{cases} x = 6cm \\ v > 0 \end{cases}$ tức vật đi qua x = 6cm theo chiều dương.

Quãng đường tổng cộng vật đi được: $S_t = S_{2T} + S_{dư} = 2.4A + 6 = 102$ cm.
Và số lần đi qua vị trí $x^* = 1,5$ cm là $N = N_{2T} + S_{dư} = 2.2 + 1 = 5$

Nếu xét riêng về bài toán số lần, ngoài cách giải như trên, ta cũng có thể giải theo một số cách khác, chẳng hạn đề thi vào các trường Đại học khối A năm 2009 có câu: Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình $x = 3\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (x tính bằng cm và t tính bằng giây). Trong một giây đầu tiên từ thời điểm t = 0, chất điểm đi qua vị trí có li độ x = +1cm

A. 4 lần. B. 5 lần. C. 6 lần. D. 7 lần.

Nếu muốn giải theo cách giải phương trình thì ta sẽ thay x = 1 vào phương trình dao động ta được: $3.\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5\pi t + \frac{\pi}{6} = 0,11\pi + k.2\pi \\ 5\pi t + \frac{\pi}{6} = 0,89\pi + m.2\pi \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = -0,01 + k.0,4 \\ t = 0,14 + m.0,4 \end{array}\right.$$

Vì $0 \le t \le 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0,025 \le k \le 2,52 \\ -0,35 \le m \le 2,15 \end{array}\right.$ và k, m nguyên nên $\begin{cases} k = 1;2 \\ m = 0;1;2 \end{cases} \Rightarrow$ có tất cả 5 giá trị của k và m $\Rightarrow$ số lần đi qua là 5 $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Một ví dụ khác: Một vật dao động với phương trình $x = 10\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm. Tính từ thời điểm t_1 = 4s đến thời điểm t_2 = 21,5s vật qua vị trí $x^* = -3$ cm theo chiều dương được bao nhiêu lần?

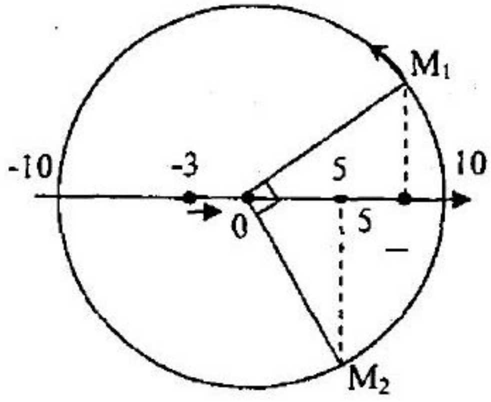
A. 18 lần. B. 9 lần. C. 8 lần. D. 10 lần.

Nếu muốn giải theo phương pháp vòng tròn thì việc đầu tiên xác định vị trí ứng với thời điểm t_1.

Tại t_1 = 4s dễ dàng tính được $x_1 = 5\sqrt{3}$ cm và $v_1 < 0$ suy ra vị trí M_1 như hình vẽ.

Có: $\Delta t = t_2 - t_1 = 16,5s$

nên $\Delta\varphi = \pi.16,5 = 17,5\pi = 8.2\pi + \frac{3\pi}{2}$ rad



Số lần vật đi qua vị trí $x^* = -3$ cm chỉ tính theo chiều dương là N = 1.8 + N'

Từ hình vẽ dễ dàng thấy N'= 1.

Vậy tất cả có 9 lần.

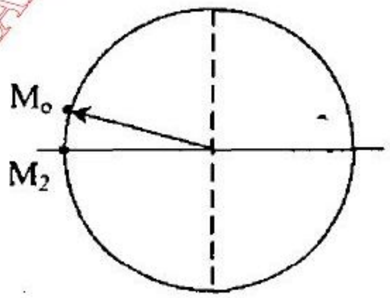
Xét thêm một ví dụ khác: Một chất điểm dao động điều hoà có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là t_1 =2,2 s và t_2 = 2,9 s. Tính từ thời điểm ban đầu đến thời điểm t_2 chất điểm đã đi qua vị trí cân bằng

A. 6 lần. B. 5 lần. C. 4 lần. D. 3 lần.

Trước hết, ta biết rằng vận tốc bằng không tại vị trí biên, ứng với hai thời điểm liên tiếp là $t_1 = 2,2$ (s) và $t_2 = 2,9$(s) $\Rightarrow T = 2.\left(t_2 - t_1\right) = 1,4\text{s}$

Tính từ thời điểm ban đầu đến thời điểm t_2, ta thấy $\dfrac{t_2 - t_0}{T} = \dfrac{2,9}{1,4} = 2,07$ tức là trong khoảng thời gian này vật đã thực hiện nhiều hơn 2 dao động một chút, vì vậy chắc chắn có ít nhất 4 lần đi qua VTCB.

Để biết liệu có thêm lần thứ 5 hoặc 6 hay không, ta cần phải biết được vị trí xuất phát của vật, ta làm như sau:



Giả sử phương trình dao động là $x = A\cos\left(\omega t + \varphi\right)$

Tại thời điểm t_1 vật ở biên nên $A\cos\left(\omega t_1 + \varphi\right) = A$

$\Rightarrow \cos\left(\omega t_1 + \varphi\right) = 1 \Rightarrow \left(\omega t_1 + \varphi\right) = k.2\pi$

$\Rightarrow \varphi = k.2\pi - \omega t_1 = k.2\pi - \dfrac{2\pi}{T}.2,2$

$\varphi = k.2\pi - \omega t_1 = k.2\pi - \dfrac{22\pi}{7}$; Vì $-\pi < \varphi \le \pi \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \varphi = \dfrac{6\pi}{7}$

Tại thời điểm ban đầu chất điểm ở M_o, sau đúng 2 chu kì chất điểm trở về đúng vị trí M_o, phần thời gian dư còn lại chỉ cho phép vật dịch chuyển trên cung nhỏ M_oM_2 nên hình chiếu sẽ không qua VTCB thêm lần nào nữa

Kết luận: Tính từ thời điểm ban đầu đến thời điểm t_2 chất điểm đã đi qua vị trí cân bằng 4 lần

Vận dụng: Một vật dao động với phương trình: $x = 3\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{12}\right)$cm. Từ thời điểm t_1 = 17/24 (s) đến thời điểm t_2 = 23/8 (s) vật nhận vận tốc $v = -6\pi$ cm/s được bao nhiêu lần?

Xét riêng về bài toán quãng đường, để hiểu kỹ, ta cần xét thêm một số bài toán xuôi, bài toán ngược nữa:

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa với biên độ A = 5 cm. Tại thời điểm ban đầu vật có li độ x = 4 cm và đang chuyển động theo chiều dương. Đến thời điểm $\dfrac{T}{4}$ vật đi được quãng đường là

A. 1 cm. B. 2 cm. C. 3 cm. D. 5 cm.

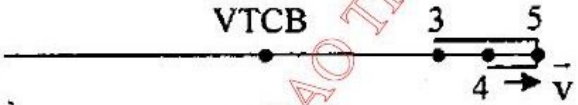
Hướng dẫn giải:

+ Phương trình dao động có dạng $x = 5\cos(\omega t + \varphi)$ cm.

+ Tại t = 0 thì $\begin{cases} x = 4 \text{ cm} \\ v > 0 \end{cases}$ nên $\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{4}{5} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases}$

+ Đến thời điểm $\dfrac{T}{4}$ vật đến tọa độ $x = 5\cos\left(\omega\dfrac{T}{4} + \varphi\right) = 5\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \varphi\right) = -5\sin\varphi$

$x = 5\sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 5\sqrt{1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2} = 3$ cm



+ Theo đề ra, vật xuất phát từ x = 4 cm chuyển động theo chiều dương, sau thời gian T/4 chỉ đến được tọa độ x = 3 cm như hình vẽ. Theo hình vẽ này, quãng đường mà vật đi được là $S = (5 - 4) + (5 - 3) = 3$ (cm) ⇒ *Đáp án C.*

Bài tập: Một vật dao động điều hòa, đi từ vị trí M có li độ x = - 5 cm đến N có li độ x = +7 cm. Vật đi tiếp 18 cm nữa thì quay lại M đủ một chu kì. Biên độ dao động điều hòa là

A. 7 cm. B. 7,5 cm. C. 8 cm. D. 9 cm.

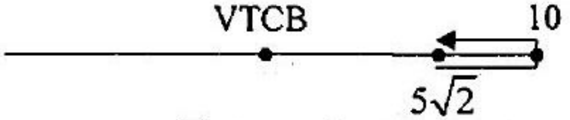
Gợi ý: $A = \dfrac{s + |x_N - x_M|}{4} = \dfrac{18 + 12}{4} = \ldots$

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 10\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ cm. Trong giây đầu tiên kể từ thời điểm t = 0, vật đi được quãng đường bằng $20 - 10\sqrt{2}$ cm. Trong giây thứ 2012 kể từ thời điểm t = 0, vật đi được quãng đường là

A. $20 - 10\sqrt{2}$ cm. B. 10 cm. C. $20\sqrt{2}$ cm. D. $10\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn giải:

+ Tại t = 0 $\begin{cases} x_0 = 5\sqrt{2}\text{cm} \\ v_0 > 0. \end{cases}$



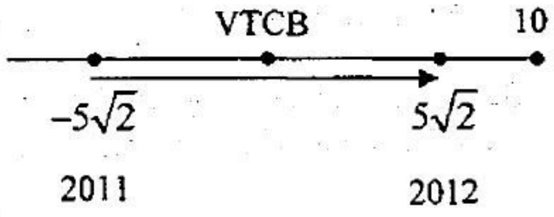
Trong giây đầu tiên, sau khi đi được $20 - 10\sqrt{2}$ nó trở về vị trí cũ nhưng theo chiều âm như hình vẽ, ta có $1 = \dfrac{T}{8} + \dfrac{T}{8} = \dfrac{T}{4} \Rightarrow T = 4$s

Sau 2012s tức sau 2012: 4 = 503 chu kì nó quay về vị trí ban đầu.

Để tính quãng đường trong giây thứ 2012 thì ta có nhiều cách, ở đây ta sẽ dùng cách lùi thời gian 1 giây về quá khứ để xét xem ở thời điểm 2011s lúc đó vật nằm ở đâu.

Lùi 1 giây tức là lùi lại $\dfrac{T}{4}$ nên thấy ngay, ở thời điểm 2011s vật ở vị trí $-5\sqrt{2}$cm như hình vẽ.

Vậy trong giây thứ 2012 vật đi từ $-5\sqrt{2}$cm đến $5\sqrt{2}$cm nên quãng đường trong giây 2012 này là $2.\left(5\sqrt{2}\right) = 10\sqrt{2}$cm



$\Rightarrow$ *Đáp án D.*

Vận dụng: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$ cm.

Trong hai giây đầu tiên kể từ thời điểm ban đầu, vật đi được quãng đường bằng 10cm. Hãy tính quãng đường vật đi được trong giây thứ 2013?

Ví dụ 4: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$(cm).

Tính từ lúc bắt đầu khảo sát dao động, cần khoảng thời gian bao nhiêu để vật đi được đoạn đường dài 99 cm?

Hướng dẫn giải:

Chúng ta đã biết cách giải bài toán cho khoảng thời gian t tìm quãng đường S, thì đương nhiên sẽ giải được bài toán ngược lại kiểu cho S tìm t này.

+ Vì $\frac{S}{4.A} = \frac{99}{4.2} = \frac{99}{8} = 12,375$ nên có thể viết

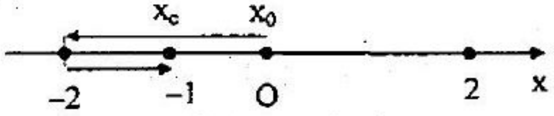
$S = 99 = 12.8 + 3 = 12.4A + 3 = 12.4A + S'$ Do đó thời gian: t = 12.T + t'

Đến đây, ta chỉ cần đi tìm t' ứng với đoạn đường S' = 3 cm.

+ Tại t = 0 ta có: $\begin{cases} x = 2\cos\left(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos\frac{\pi}{2} = 0 \\ v = -2.2\pi\sin\left(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}\right) = -2.2\pi\sin\frac{\pi}{2} < 0 \end{cases}$

Sau 12 chu kì, vật quay về đúng vị trí cũ, nhưng do đi thêm S' = 3cm nên tọa độ cuối $x_c = -1$cm như hình vẽ, vậy khoảng thời gian t' ứng với S' này là:

$$t' = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{12}$$



+ Tổng thời gian cần tìm là:

$$t = 12.T + t' = 12T + \frac{5T}{12} = \frac{149T}{12} \approx 12,42\text{s}$$

DANG 5: Dạng bài toán tìm vận tốc và tốc độ trung bình của vật từ thời điểm t_1 đến t_2

Phương pháp giải: Sử dụng đúng công thức tính cho từng loại

$$\text{Tốc độ trung bình} = \frac{\text{Quãng đường}}{\text{Khoảng thời gian}}$$

$$\text{Vận tốc trung bình} = \frac{\text{Độ dời}}{\text{Khoảng thời gian}}$$

Lưu ý rằng: Tốc độ trung bình luôn dương, trong một số nguyên của nửa chu kì thì tốc độ trung bình bằng $\frac{4A}{T} = 4Af$

Vận tốc trung bình có thể dương, âm hoặc bằng 0. Sau một số nguyên chu kì vật trở lại trạng thái cũ, độ dời bằng 0 nên vận tốc trung bình bằng 0.

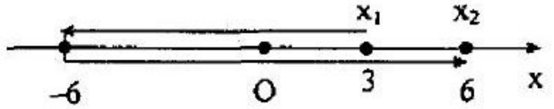
Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình $x = 6\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm). Hãy tìm tốc độ trung bình và vận tốc trung bình của vật tính từ thời điểm $t_1 = \frac{2}{3}$s đến thời điểm $t_2 = \frac{37}{12}$s.

Hướng dẫn giải:

+ Khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{37}{12} - \frac{2}{3} = \frac{29}{12}$s

+ Thay t_1 và t_2 vào các phương trình x và v ta biết được

$$\begin{cases} x_1 = 3 \text{ cm} \\ v_1 < 0 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x_2 = 6 \text{ cm} \\ v_2 = 0 \end{cases}$$



+ $\text{Vận tốc trung bình} = \frac{\text{Độ dời}}{\text{Khoảng thời gian}} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{6-3}{29/12} = \frac{36}{29}$(cm/s)

+ Vì $\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\frac{37}{12} - \frac{2}{3}}{\frac{2\pi}{4\pi}} = \frac{29}{6} = 4{,}83$ nên quãng đường vật đi được $S = 4.4A + S_{dư}$

$$S = 4.4A + 3 + 6 + 6 + 6 = 4.4.6 + 21 = 117 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{Tốc độ trung bình} = \frac{\text{Quãng đường}}{\text{Khoảng thời gian}} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{117}{29/12} = \frac{1404}{29}\text{(cm/s)}$$

Ví dụ 2: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với biên độ 10 cm, chu kì 2s. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Tốc độ trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian ngắn nhất khi chất điểm đi từ vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng đến vị trí có động năng bằng $\frac{1}{3}$ lần thế năng là

A. 26,12 cm/s. B. 7,32 cm/s. C. 14,64 cm/s. D. 21,96 cm/s.

Hướng dẫn giải:

Khi động năng bằng 3 lần thế năng thì $x = \pm\frac{A}{2}$; còn động năng bằng $\frac{1}{3}$ thế năng thì $x = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

Thời gian ngắn nhất giữa hai vị trí là thời gian đi từ $\frac{A}{2}$ đến $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ nên $\Delta t = \frac{T}{12} = \frac{1}{6}s$. Quãng đường tương ứng $S = \frac{A\sqrt{3}}{2} - \frac{A}{2} = 5(\sqrt{3}-1)$

Vậy tốc độ trung bình $v_{tb} = \frac{S}{t} = \frac{5\left(\sqrt{3}-1\right)}{\frac{1}{6}} = 30\left(\sqrt{3}-1\right) \approx 21,96cm/s$

$\Rightarrow$ *Đáp án D.*

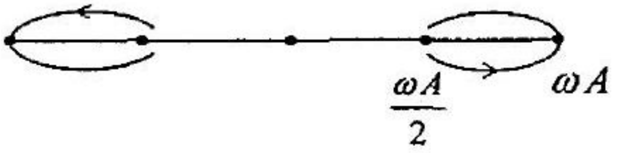
Ví dụ 3: Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T. Gọi v_{TB} là tốc độ trung bình của chất điểm trong một chu kì, v là tốc độ tức thời của chất điểm. Trong một chu kì, khoảng thời gian mà $v \geq \frac{\pi}{4}v_{TB}$ là

A. $\frac{T}{6}$ B. $\frac{2T}{3}$ C. $\frac{T}{3}$ D. $\frac{T}{2}$

Hướng dẫn giải:

Có: $v_{TB} = \frac{4A}{T} = \frac{2\omega A}{\pi}$

$\Rightarrow v = \frac{\pi}{4}v_{TB} = \frac{\omega A}{2} = \frac{v_{Max}}{2}$



Dễ dàng thấy: $\Delta t = 4.\frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng O. Ban đầu vật đi qua O theo chiều dương. Sau thời gian $t_1 = \frac{\pi}{15}(s)$ vật chưa đổi chiều chuyển động và tốc độ giảm một nửa so với tốc độ ban đầu. Sau thời gian $t_2 = \frac{3\pi}{10}(s)$ vật đã đi được 12cm. Tốc độ ban đầu của vật là

A. 25cm/s B. 30cm/s C. 20cm/s D. 40cm/s

Hướng dẫn giải:

+ Ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng nên tốc độ ban đầu $v_0 = \omega A$

+ Từ $\left(\frac{x}{A}\right)^2+\left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2=1 \Rightarrow$ vị trí của vật mà ở đó tốc độ giảm một nửa so với tốc độ ban đầu là $\left(\frac{x}{A}\right)^2+\left(\frac{\frac{1}{2}\omega A}{\omega A}\right)^2=1 \Rightarrow x=\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Ta biết rằng thời gian ngắn nhất để vật đi từ VTCB đến $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ là $\frac{T}{6}$ nên theo đề ra ta có $\frac{T}{6}=\frac{\pi}{15} \Rightarrow T=\frac{2\pi}{5}s \Rightarrow \omega=5$ rad/s

+ Khoảng thời gian $t_2=\frac{3\pi}{10}=\frac{3T}{4}$ vật đi được là 3A nên có 3A = 12cm ⇒ Biên độ A = 12:3 = 4cm

Vậy tốc độ ban đầu của vật là $v_0=\omega A=20$cm/s ⇒ *Đáp án C.*

DẠNG 6: Bài toán tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong cùng khoảng thời gian Δt

Phương pháp giải:

- Về tư duy: Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian, quãng đường đi được càng dài khi vật ở càng gần VTCB và càng ngắn khi càng gần vị trí biên.
- Về cách giải, xét 2 trường hợp (TH):

* TH1: Nếu $\Delta t<\frac{T}{2}$

Tính góc ở tâm mà bán kính quét được: $\boxed{\Delta\varphi=\omega.\Delta t}$

⇒ Quãng đường lớn nhất: $\boxed{S_{max}=2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}$

Và quãng đường nhỏ nhất: $\boxed{S_{min}=2A\left(1-\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$

* TH2: Nếu $\Delta t>\frac{T}{2}$

Tách $\Delta t=n\frac{T}{2}+\Delta t'$ trong đó $n\in N^*$; $0<\Delta t'<\frac{T}{2}$

Trong thời gian $n\frac{T}{2}$ quãng đường luôn là n.2A

Trong thời gian $\Delta t' < \frac{T}{2}$ thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất được tính như TH1 ở trên.

Vậy: $\begin{cases} S_{max} = n.2A + 2A\sin\frac{\Delta\varphi'}{2} \\ S_{min} = n.2A + 2A\left(1 - \cos\frac{\Delta\varphi'}{2}\right) \end{cases}$

Ví dụ 1: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Trong những khoảng thời gian $\frac{T}{3}$ như nhau, quãng đường dài nhất, ngắn nhất mà vật có thể đi được là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

Theo đề ra $\Delta t = \frac{T}{3}\left(< \frac{T}{2}\right)$ rơi vào TH1 nên tính ngay

+ $\Delta\varphi = \omega.\Delta t = \omega.\frac{T}{3} = \frac{\omega T}{3} = \frac{2\pi}{3}$

+ $S_{max} = 2A\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 2A\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2} = 2A\sin\frac{\pi}{3} = 2A\frac{\sqrt{3}}{2} = A\sqrt{3} = 5\sqrt{3}\text{cm}$

(S_{max} có ở trên khi vật dịch chuyển qua lại giữa $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$ và $\frac{A\sqrt{3}}{2}$)

+ $S_{min} = 2A\left(1 - \cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A\left(1 - \cos\frac{\pi}{3}\right) = A = 5\text{cm}$

(S_{min} khi vật dịch chuyển qua lại $\frac{A}{2} \to A \to \frac{A}{2}$ hoặc $-\frac{A}{2} \to -A \to -\frac{A}{2}$)

Ví dụ 2: Hai con lắc lò xo dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng song song. Tỉ số quãng đường đi được dài nhất của con lắc thứ nhất trong khoảng thời gian một phần ba chu kì và quãng đường đi được ngắn nhất của con lắc thứ hai trong khoảng thời gian một phần tư chu kì bằng $\sqrt{3}$. Tỉ số biên độ dao động của con lắc thứ nhất và con lắc thứ hai bằng

A. $3(\sqrt{2} - 1)$. B. $\left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)$. C. $2(\sqrt{2} - 1)$. D. $2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Trong $\frac{1}{3}T$ có $S_{max} = A_1\sqrt{3}$; Trong $\frac{1}{4}T$ có $S_{min} = 2A_2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Vậy $\dfrac{S_{max}}{S_{min}} = \dfrac{A_1\sqrt{3}}{2A_2\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \sqrt{3}$ suy ra $\dfrac{A_1}{A_2} = 2\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Bài tập: Một chất điểm dao động điều hòa có biên độ A = 10 cm. Trong một phần tư chu kì quãng đường chất điểm đi được không thể bằng

A. 12 cm B. 14 cm C. 5 cm D. 10 cm

Gợi ý: Trong một phần tư chu kì, quãng đường dài nhất là $A\sqrt{2} \approx 14,14$ cm; và quãng đường ngắn nhất là $2A\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 5,859$ cm ⇒ 5 cm không nằm trong khoảng từ 5,859 cm đến 14,14 cm ⇒ quãng đường chất điểm đi được không thể bằng 5 cm ⇒ Chọn C.

Ví dụ 3: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = 8\cos\left(4\pi t - \dfrac{\pi}{5}\right)$cm. So sánh trong những khoảng thời gian $\dfrac{17}{12}$s như nhau, quãng đường dài nhất và ngắn nhất mà vật có thể đi được là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

Có: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{4\pi} = \dfrac{1}{2}\text{s} \Rightarrow \dfrac{T}{2} = \dfrac{1}{4}\text{s}$

Dễ dàng thấy rằng $\dfrac{17}{12}\text{s} > \dfrac{1}{4}\text{s}$ tức là $\Delta t' > \dfrac{T}{2}$ nên có thể tách và viết thành:

$$\frac{17}{12} = 5\frac{T}{2} + \frac{T}{3}$$

+ Với $5\dfrac{T}{2}$, quãng đường là 5.2A = 10A

+ Với $\dfrac{T}{3}$, theo phương pháp trên, ta có $\begin{cases} s_{max} = A\sqrt{3} \\ s_{min} = A \end{cases}$

Cho cả 2 khoảng thời gian này thì:

$$S_{max} = 10A + A\sqrt{3} = A\left(10+\sqrt{3}\right) = 8\left(10+\sqrt{3}\right) \approx 93,9\text{cm}$$

và $S_{min} = 10A + A = 11A = 11.8 = 88\text{cm}$

Ví dụ 4: Một vật dao động điều hòa với biên độ A = 10cm. Quãng đường lớn nhất vật đi trong $\dfrac{5}{3}$s là 70cm. Tại thời điểm vật kết thúc đi quãng đường lớn nhất đó thì tốc độ của vật bằng

A. $10\pi\sqrt{3}$ cm/s B. $7\pi\sqrt{3}$ cm/s

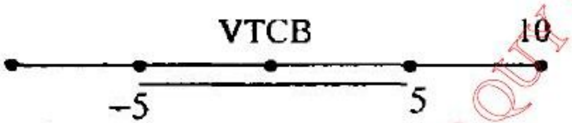
C. $20\pi\sqrt{3}$ cm/s D. $5\pi\sqrt{3}$ cm/s

Hướng dẫn giải:

Vì A = 10cm ⇒ 2A = 20 cm.

Nhận thấy 70 cm > 2A nên ta tách 70 = 3.20 + 10 = 3.2A + 10

Tổng quãng đường lớn nhất 70 cm có được là do phần quãng đường cuối lớn nhất 10 cm quyết định, 10cm này xung quanh VTCB nên vị trí cuối cùng sẽ là ± 5 cm và khoảng thời gian đi hết 10 cm cuối là $\frac{T}{6}$.



Theo đề ra, ta có $\frac{5}{3}s = t = 3.\frac{T}{2} + \frac{T}{6} \Rightarrow T = 1s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi rad/s$

⇒ Tốc độ tại vị trí cuối quãng đường là:

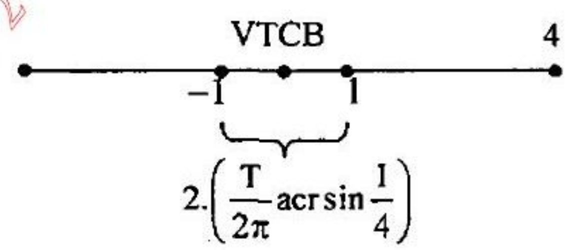
$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi\sqrt{10^2 - 5^2} = 10\pi\sqrt{3}cm/s \Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 5: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với A = 4 cm. Xét trong cùng khoảng thời gian 3,2 s thấy quãng đường dài nhất mà vật đi được là 18cm. Nếu xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì quãng đường ngắn nhất vật đi được là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

+ Vì $S_{max} = 18cm = 2.2.4 + 2 = 2.2A + 2$

Chứng tỏ có sự tham gia của đoạn 2 cm xung quanh VTCB như hình vẽ, thời gian để đi đoạn 2cm này là $2.\left(\frac{T}{2\pi}acr\sin\frac{1}{4}\right)$ nên khoảng thời gian 3,2 s có thể viết :



$$3,2 = 2.\frac{T}{2} + 2.\left(\frac{T}{2\pi}acr\sin\frac{1}{4}\right)$$

Các em dùng máy tính cầm tay, coi T là X, nhập phương trình trên, máy tính cho kết quả 2,9617 ⇒ T = 2,9617s

+ Suy ra khoảng thời gian 2,3 s có thể viết $2,3 = \frac{T}{2} + 0,819$

Xét riêng phần nhỏ hơn nửa chu kì $\Delta t' = 0,819s$ thì quãng đường nhỏ nhất là

$$S'_{min} = 2A\left(1 - \cos\frac{\omega.\Delta t'}{2}\right) = 2.4\left(1 - \cos\frac{\frac{2\pi}{2,9617}.0,819}{2}\right) = 2,834cm$$

Vậy xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì quãng đường ngắn nhất tổng cộng vật đi được là $S_{min} = 2A + S'_{min} = 8 + 2,834 = 10,834cm$

Ví dụ 6: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với biên độ A = 5 cm, chu kì T = 2 s. Xét trong cùng khoảng thời gian $\frac{4}{3}$s, tìm tốc độ trung bình nhỏ nhất mà vật đạt được?

Hướng dẫn giải:

Ta thấy $\frac{4}{3} > \frac{T}{2}$ và có thể viết thành $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$.

Quãng đường mà vật đi được trong $\frac{T}{2}$ luôn là 2A. Quãng đường nhỏ nhất trong $\frac{4}{3}$s là do phần $\frac{T}{6}$ quyết định. Như vậy ta có:

$$S_{min} = 2A + 2A\left(1 - \cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A + 2A\left(1 - \cos\frac{\omega T/6}{2}\right)$$

$$S_{min} = 2A + 2A\left(1 - \cos\frac{\pi}{6}\right) = 2A + A\left(2 - \sqrt{3}\right) = 5\left(4 - \sqrt{3}\right)\text{cm}$$

Cuối cùng thu được $v_{tbmin} = \frac{S_{min}}{\Delta t} = \frac{5\left(4 - \sqrt{3}\right)}{4/3} = 8,5\text{cm/s}$

DẠNG 7: Bài toán tính thời gian ngắn nhất và dài nhất khi xét cùng độ dài quãng đường S

Phương pháp giải:

Về tư duy: Vật có vận tốc lớn nhất khi qua vị trí cân bằng, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng quãng đường, khoảng thời gian sẽ dài khi vật đi gần vị trí biên. Khoảng thời gian sẽ ngắn khi vật đi xung quanh gần vị trí cân bằng.

Về cách giải: xét 2 trường hợp:

* TH1: Nếu $S < 2A$

Thời gian ngắn nhất được tính theo: $\boxed{S = 2A\sin\frac{\omega.t_{min}}{2}}$

Thời gian dài nhất được tính theo: $\boxed{S = 2A\left(1 - \cos\frac{\omega.t_{max}}{2}\right)}$

(Dùng máy tính cầm tay để cho kết quả nhanh nhất)

* TH2: Nếu $S > 2A$

Tách $S = n.2A + S'$ trong đó $n \in N^*$; $0 < S' < 2A$

Trong quãng đường n.2A cần thời gian $n\frac{T}{2}$

Trong quãng đường $0 < S' < 2A$ cần thời gian tính như TH1.

$$\begin{cases} S' = 2A\sin\dfrac{\omega.t'_{min}}{2} \\ S' = 2A\left(1-\cos\dfrac{\omega.t'_{max}}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t'_{min} \\ t'_{max} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_{min} = n.\dfrac{T}{2} + t'_{min} \\ t_{max} = n.\dfrac{T}{2} + t'_{max} \end{cases}$$

Ví dụ 1: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = 3\cos\left(4\pi t + \dfrac{\pi}{5}\right)$ cm. So sánh trong cùng quãng đường $S = 3\sqrt{3}$ cm như nhau. Tìm khoảng thời gian dài nhất và ngắn nhất?

Hướng dẫn giải:

Do $S = 3\sqrt{3}$ cm $< 3.2 = A.2 = 2A$ rơi vào TH1 vì vậy dùng luôn công thức:

$+\ S = 2A\sin\dfrac{\omega.t_{min}}{2} \Rightarrow \sin\dfrac{\omega.t_{min}}{2} = \dfrac{S}{2A} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2.3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{\omega.t_{min}}{2} = \dfrac{\pi}{3} \Rightarrow t_{min} = \dfrac{2\pi}{3\omega} = \dfrac{2\pi}{3.4\pi} = \dfrac{1}{6}s$

$+\ S = 2A\left(1-\cos\dfrac{\omega.t_{max}}{2}\right) \Rightarrow \cos\dfrac{\omega.t_{max}}{2} = 1 - \dfrac{S}{2A} = 1 - \dfrac{3\sqrt{3}}{2.3} = 1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{\omega.t_{min}}{2} = \arccos\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow t_{min} = \dfrac{2}{4\pi}\arccos\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0,228s$

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa trên trục Ox. Gọi t_1 và t_2 lần lượt là khoảng thời gian ngắn nhất và dài nhất để vật đi được quãng đường bằng biên độ. Tỉ số t_1/t_2 bằng

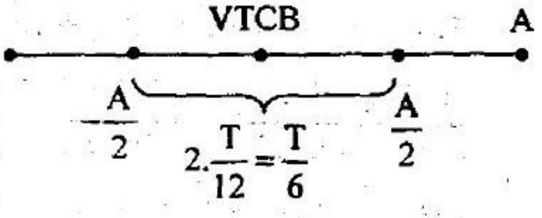
A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

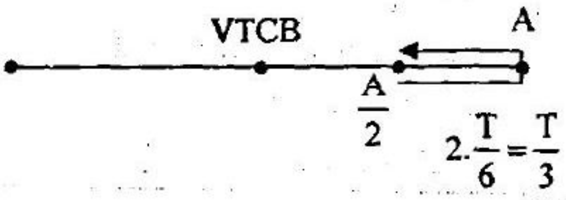
Vì S = A < 2A nên ta có:

$+\ S = 2A\sin\dfrac{\omega.t_{min}}{2} \Rightarrow A = 2A\sin\dfrac{\omega.t_1}{2} \Rightarrow \sin\dfrac{\omega.t_1}{2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{\omega.t_1}{2} = \dfrac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \dfrac{T}{6}$

Hoặc tính theo cách khác dựa vào hình vẽ bên, vì S = A và t_{min} nên vật phải qua lại giữa hai điểm $-\dfrac{A}{2}$ và $\dfrac{A}{2}$ cũng suy ra ngay $t_1 = 2.\dfrac{T}{12} = \dfrac{T}{6}$



$+\ S = 2A\left(1-\cos\dfrac{\omega.t_{max}}{2}\right)$



$$\Rightarrow A = 2A\left(1 - \cos\frac{\omega.t_2}{2}\right) \Rightarrow t_2 = \frac{T}{3}$$

Hoặc tính t_2 theo hình vẽ: Cuối cùng suy ra $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 2: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với A = 5cm. Xét trong cùng quãng đường 13 cm, thấy thời gian ngắn nhất là 0,8s. Hãy tìm số dao động mà vật thực hiện được trong mỗi phút?

Hướng dẫn giải:

Vì S = 12 = 10 + 2 = 1.2A + 3 nên thời gian cũng được viết thành

$$0{,}8 = 1.\frac{T}{2} + 2.\left(\frac{T}{2\pi}\text{acr}\sin\frac{1{,}5}{5}\right)$$

Dùng máy tính cầm tay, coi T là X, máy tính cho kết quả ngay $T = 1{,}34s$

Suy ra số dao động mà vật thực hiện được trong mỗi phút:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{60}{1{,}34} = 44{,}77 \approx 45$$

DẠNG 8: Viết phương trình dao động x = Acos(ωt + φ).

Phương pháp giải: Thực chất bài toán này là đi tìm các đại lượng . ω và φ. Tùy theo dữ kiện bài toán mà có thể tính khác nhau:

– Với tần số góc ω, có thể tính:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v_{max}}{A} = \sqrt{\frac{a_{max}}{A}} = \left|\frac{a_{max}}{v_{max}}\right|$$

Chu kì $T = \frac{\text{khoảng thời gian}}{\text{số dao động}}$; Tần số $f = \frac{\text{số dao động}}{\text{khoảng thời gian (s)}}$

– Với biên độ A, có thể tính:

$$A = \sqrt{\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 + x^2} = \frac{|v_{max}|}{\omega} = \frac{|a_{max}|}{\omega^2} = \frac{\text{Chiều dài quỹ đạo}}{2}$$

– Với pha ban đầu φ:

* Dựa vào điều kiện ban đầu t = 0

$$+ \begin{cases} x_0 = A.\cos\varphi \\ v_0 = -A.\omega.\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi$$

$$+ \begin{cases} a_0 = -A\omega^2\cos\varphi \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \tan\varphi = \omega\frac{v_0}{a_0} \Rightarrow \varphi$$

* Dựa vào điều kiện tại thời điểm t_1 nào đó:

+ $\begin{cases} x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega\sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$

+ hoặc $\begin{cases} a_1 = -A\omega^2\cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -A\omega\sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$

Ví dụ 1: Vật nặng dao động điều hoà với $f = 2,5$ Hz. Chọn gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng của vật. Biết rằng tại thời điểm ban đầu vật đi qua li độ $x = +2$ cm hướng về VTCB với tốc độ $10\pi\sqrt{3}$ cm/s. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 4\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm).   B. $x = 2\sqrt{2}\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm).

C. $x = 4\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm).   D. $x = 5\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm).

Hướng dẫn giải:

Phương trình dao động có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

+ Tần số góc $\omega = 2\pi f = 5\pi$ rad/s.

+ Sử dụng phương trình $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}$, thay số ta được:

$$A^2 = 2^2 + \frac{(-10\pi\sqrt{3})^2}{(5\pi)^2} = 2^2 + 3.2^2 = 4.2^2 = 4^2 \Rightarrow A = 4 \text{ cm}.$$

+ Biểu thức của x và v: $\begin{cases} x = 4\cos(5\pi t + \varphi) \\ v = -20\pi\sin(5\pi t + \varphi) \end{cases}$

$$\text{Tại } t = 0, \text{ có: } \begin{cases} x_0 = 4\cos\varphi = 2 \\ v_0 = -20\pi\sin\varphi = -10\pi\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{1}{2} \\ \sin\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$\Rightarrow x = 4\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm) $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà với chu kì $T = 2$s, lấy $\pi^2 = 10$. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ vật có gia tốc $a = -0,1$ m/s^2, vận tốc $v = -\pi\sqrt{3}$ cm/s. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 2\sin\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)$ cm   B. $x = 2\sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm

C. $x = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm   D. $x = 2\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$cm

Hướng dẫn giải:

Giả sử phương trình dao động có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Có: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ rad/s

Tại thời điểm ban đầu (t = 0), có: $\begin{cases} v = -A\omega\sin\varphi = -\pi\sqrt{3}\,\text{cm/s} \\ a = -A\omega^2\cos\varphi = -10\,\text{cm/s}^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = \frac{\pi\sqrt{3}}{\omega} = \sqrt{3} \\ A\cos\varphi = \frac{10}{\omega^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \tan\varphi = \sqrt{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.$$

do A > 0 nên sinφ > 0 ⇒ Chỉ lấy $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Với giá trị này ta được $A = 2\text{cm}$.

Cuối cùng, phương trình dao động của vật là: $x = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$

Nhìn các phương án gợi ý của đề bài viết dưới dạng hàm cosin không thấy trùng, mà lại thấy có hàm sin, vậy ta sẽ chuyển phương trình dao động viết được ở trên sang hàm số sin xem sao

$x = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm} = 2\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm} = 2\sin\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)\text{cm}$ ⇒ *Đáp án A.*

Ví dụ 3: Dao động điều hoà có phương trình dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Lúc t = 0 vật cách vị trí cân bằng $\sqrt{2}$ cm có gia tốc $-100\sqrt{2}\pi^2$ cm/s^2 và vận tốc là $-10\sqrt{2}\pi$ cm/s. Viết phương trình dao động của vật?

Hướng dẫn giải:

Từ dữ kiện đề bài, ta có các phương trình sau:

$|x_0| = \sqrt{2}$ cm (vì chưa biết vật nằm bên nào, âm hay dương) (1)

$-\omega^2 x_0 = -100\sqrt{2}\pi^2$ cm/s^2 (2)

$v_0 = -10\sqrt{2}\pi$ cm/s (3)

Từ (1) và (2) ta có: $\omega = 10\pi$ rad/s. Do $a_0 < 0 \Rightarrow x_0 > 0 \Rightarrow x_0 = \sqrt{2}$

Tại t = 0 có: $\begin{cases} A\cos\varphi = \sqrt{2} \\ -\omega A\sin\varphi = -10\sqrt{2}\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2\text{ cm} \\ \varphi = \frac{\pi}{4} \end{cases}$

Vậy phương trình dao động là $x = 2\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm

Ví dụ 4: Vật dao động điều hoà có phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Biết tại thời điểm ban đầu vật cách vị trí cân bằng $\sqrt{2}$ cm về phía âm của trục dao động, đang có động năng bằng thế năng và đang tiến về vị trí cân bằng với tốc độ $5\sqrt{2}\pi$ cm/s. Hãy viết phương trình dao động của vật?

Hướng dẫn giải:

Lúc t = 0, vật ở phía âm ($x_0 < 0$) đang tiến về VTCB nên $v_0 > 0$, vậy ta có:

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi < 0 \\ v_0 = -\omega A\sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi < 0 \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Ngoài ra, khi t = 0 có $E_t = E_đ$

$$\Leftrightarrow \sin^2\varphi = \cos^2\varphi \Rightarrow \sin\varphi = \pm\cos\varphi \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \tan\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \dfrac{-3\pi}{4}$

Do đó: $-\sqrt{2} = A\cos\left(\dfrac{-3\pi}{4}\right) \Rightarrow A = 2\text{ cm}$

Vận tốc ban đầu: $5\sqrt{2}\pi = -\omega A\sin\left(\dfrac{-3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\omega \Rightarrow \omega = 5\pi$ rad/s

Vậy phương trình dao động: $x = 2\cos\left(5\pi t - \dfrac{3\pi}{4}\right)$ cm

Ví dụ 5: Một vật dao động điều hoà với chu kì T = 1 s. Lúc t = 2,5 s vật đi qua li độ $x = -5\sqrt{2}$ cm với vận tốc $v = -10\pi\sqrt{2}$ cm/s. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 10\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$cm.
B. $x = 10\sin\left(2\pi t + \dfrac{3\pi}{4}\right)$ cm.
C. $x = 10\sin\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{3}\right)$cm.
D. $x = 10\cos\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ cm.

Hướng dẫn giải:

+ Tần số góc $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi$ rad/s.

+ Biên độ $A = \sqrt{x^2 + \dfrac{v^2}{\omega^2}} = 10\text{cm}$

+ Lúc t = 2,5 s có: $\begin{cases} x = 10\cos(2\pi.2,5 + \varphi) = -5\sqrt{2} \\ v = -20\pi\sin(2\pi.2,5 + \varphi) = -10\pi\sqrt{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos(5\pi+\varphi) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(5\pi+\varphi) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\varphi = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4}$$

Vậy $x = 10\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)\text{cm} \Rightarrow$ *Đáp án A.*

DẠNG 9: Cho đồ thị, tìm phương trình.

Thực chất là đi tìm biên độ, tần số và pha ban đầu. Khi làm dạng bài toán này, ta lưu ý một số điểm sau:

- + Đồ thị của li độ (x), vận tốc (v) và gia tốc (a) biến thiên điều hòa theo hàm sin và cos với chu kì T, còn đồ thị của động năng và thế năng biến thiên tuần hoàn theo hàm sin và cos với chu kì $\dfrac{T}{2}$.
- + Tìm biên độ dao động dựa vào trục giới hạn cắt điểm nào đó trên trục tung.
- + Tìm chu kì dao động dựa vào sự lặp lại trên trục thời gian, hoặc dựa vào khoảng thời gian để vật nhận giá trị nào đó.
- + Tìm pha ban đầu φ phải dựa vào gốc thời gian.

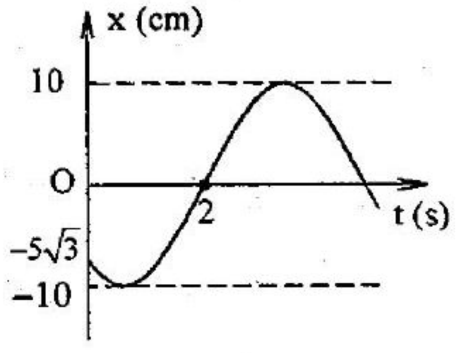
Ví dụ 1: Một vật dao động điều hoà có đồ thị của li độ x theo thời gian như hình vẽ. Phương trình nào sau đây là phương trình dao động của vật?

A. $x = 10\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t - \dfrac{5\pi}{6}\right)\text{cm}.$

B. $x = 10\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t + \dfrac{5\pi}{6}\right)\text{cm}.$

C. $x = 10\sin\left(\pi t + \dfrac{5\pi}{6}\right)\text{cm}.$

D. $x = 10\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t + \dfrac{\pi}{6}\right)\text{cm}.$



Phân tích và hướng dẫn giải:

Phương trình dao động có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Từ đồ thị, nhận thấy:

+ Theo trục tung, li độ của vật biến thiên từ −10 cm đến 10 cm ⇒ A = 10cm.

+ Lúc $t = 0$ vật có li độ $x = -5\sqrt{3}$ và ngay sau đó nó nhận giá trị −10, nghĩa là vật chuyển động theo chiều âm của hệ trục tọa độ ⇒ $v < 0$, vậy khi $t = 0$, ta có:

$$\begin{cases} x = A\cos\varphi = 10\cos\varphi = -5\sqrt{3}(\text{cm}) \\ v = -A\omega\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \dfrac{5\pi}{6}$$

+ Lúc t = 0, vật có li độ $x = -5\sqrt{3}$ cm đi theo chiều âm, sau 2s vật đi qua VTCB theo chiều dương. Như vậy ta có: $2 = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T}{3} \Rightarrow T = 6s \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3}$ (rad/s).

Vậy phương trình dao động của vật $x = 10\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right)$cm $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

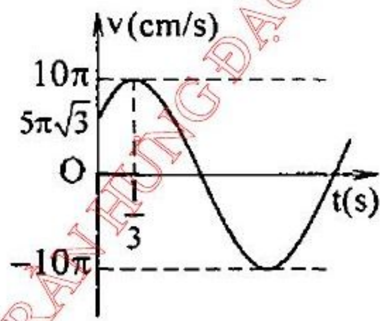
Ví dụ 2: Một vật dao động điều hoà có đồ thị của vận tốc theo thời gian như hình vẽ. Phương trình nào sau đây sẽ có mối quan hệ chính xác với đồ thị vận tốc?

A. $x = 20\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$cm.

B. $x = 10\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm.

C. $v = -10\pi\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{2\pi}{3}\right)$cm/s.

D. $a = -5\pi^2\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm/s^2.



Phân tích và hướng dẫn giải:

Phương trình dao động có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Từ đồ thị, nhận thấy:

+ Biên độ của vận tốc $A\omega = 10\pi$ cm/s.

+ Lúc t = 0 vật có vận tốc $v = 5\pi\sqrt{3}$ cm/s (v > 0) và đang tăng dần, chứng tỏ vật phải nằm ở phía âm của hệ trục và chuyển động về vị trí cân bằng. Điều này nghĩa là khi t = 0, ta có:

$$\begin{cases} x = A\cos\varphi < 0 \\ v = -A\omega\sin\varphi = 5\pi\sqrt{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi < 0 \\ \sin\varphi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

+ Lúc lúc t = 0, vật đang đi qua vị trí có $v = 5\pi\sqrt{3}$ cm/s $\left(x = -\frac{A}{2}\right)$ theo chiều dương. Sau $\frac{1}{3}$s, vật có vận tốc cực đại (VTCB, x = 0), vậy ta có $\frac{1}{3} = \frac{T}{12} \Rightarrow T = 4s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ (rad/s).

+ Từ biểu thức: $A\omega = 10\pi \Rightarrow A = \frac{10\pi}{\omega} = \frac{10\pi}{\pi/2} = 20$ (cm).

Vậy phương trình dao động của vật: $x = 20\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm. Từ đó suy ra phương trình $v = -10\pi\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm/s và $a = -5\pi^2\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm/s^2.

Trong 4 phương án đề nêu, D là đáp án đúng.

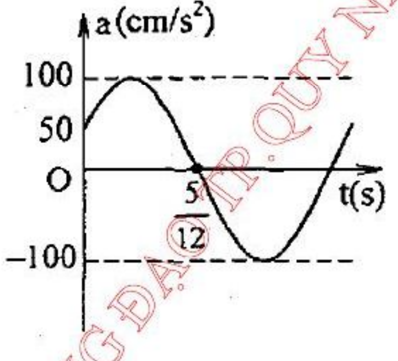
Ví dụ 3: Gia tốc theo thời gian của một vật dao động điều hoà có đồ thị như hình vẽ. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 2,5\cos\left(2\pi t - \dfrac{2\pi}{3}\right)$cm.

B. $x = 2,5\cos\left(\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right)$cm.

C. $x = 2,5\cos\left(2\pi t + \dfrac{2\pi}{3}\right)$cm.

D. $x = 2\cos\left(\pi t - \dfrac{5\pi}{6}\right)$cm.



Phân tích và hướng dẫn giải:

Phương trình dao động có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, từ đồ thị, nhận thấy:

+ Biên độ của gia tốc: $A\omega^2 = 100$.

+ Lúc t = 0 vật có gia tốc a = 50 cm/s² và đang tăng, chứng tỏ tại thời điểm ban đầu vật có li độ âm và đang chuyển động về phía biên âm (vì $a = -\omega^2 x$), vậy khi t = 0, ta có: $\begin{cases} a = -A\omega^2\cos\varphi = 50 \\ v = -A\omega\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -100\cos\varphi = 50 \\ -A\omega\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \dfrac{2\pi}{3}$.

+ Lúc t = 0, vật đang đi qua vị trí có a = 50 cm/s² $\left(x = -\dfrac{A}{2}\right)$, sau $\dfrac{5}{12}$s vật qua vị trí có gia tốc $a = 0$ (VTCB) và theo chiều ngược lại nên: $\dfrac{5}{12} = \dfrac{T}{6} + \dfrac{T}{4} = \dfrac{5T}{12}$

$\Rightarrow T = 1s \Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{1} = 2\pi$ (rad/s).

+ Từ $A\omega^2 = 100 \Rightarrow A = \dfrac{100}{\omega^2} = \dfrac{100}{(2\pi)^2} = 2,5$ (cm).

Vậy phương trình dao động của vật $x = 2,5\cos\left(2\pi t + \dfrac{2\pi}{3}\right)$cm $\Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 4: Một vật có khối lượng $m = 100(g)$, dao động điều hoà theo phương trình có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Biết đồ thị lực kéo về theo thời gian F(t) như hình vẽ. Lấy $\pi^2 = 10$. Viết phương trình dao động của vật?

Phân tích và hướng dẫn giải:

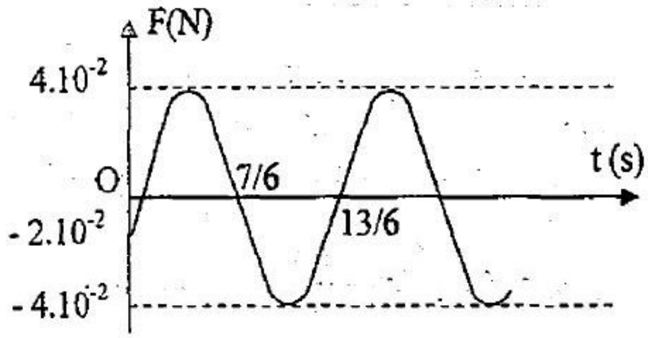
Từ đồ thị, ta có: $\dfrac{T}{2} = \dfrac{13}{6} - \dfrac{7}{6} = 1(s) \Rightarrow T = 2s \Rightarrow \omega = \pi$(rad/s).

$\Rightarrow k = m.\omega^2 = 1$(N/m).

Ta có: $|F_{max}| = kA$

$\Rightarrow A = 0{,}04m = 4cm.$

Từ đồ thị, ta thấy lúc $t = 0$, $F_k = -kx = -2.10^{-2}$ m $\Rightarrow$ $x = 2cm$ và độ lớn F_k đang nhỏ dần (vật đang chuyển động về VTCB) $\Rightarrow v < 0.$



$$\Rightarrow \begin{cases} x = A\cos\varphi = 2cm \\ v = -A\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}\text{rad}$$

Vậy phương trình dao động của vật là: $x = 4\cos(\pi t + \pi/3)$ cm.

DẠNG 10: Bài toán hai vật cùng dao động điều hòa

Ví dụ 1: Có hai vật dao động điều hoà theo các phương trình $x_1 = 3\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$cm và $x_2 = \sqrt{3}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$cm dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng của hai vật đều ở gốc tọa độ). Kể từ thời điểm 0,21s trở đi, trong 1s hai vật gặp nhau bao nhiêu lần?

A. 6 lần.
B. 5 lần.
C. 4 lần.
D. 3 lần.

Phương pháp giải: Từ $x_1 = x_2$ thu được nghiệm t theo k, cho t nằm trong điều kiện bài toán, suy ra bất phương trình với k, chỉ lấy k nguyên, có bao nhiêu giá trị nguyên của k thì có bấy nhiêu lần.

Cụ thể: Khi gặp nhau thì chúng cùng vị trí nên $x_1 = x_2$

$$\Rightarrow 3\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Đặt $\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = y$ ta có phương trình $\sqrt{3}\cos\left(y - \frac{\pi}{6}\right) = \cos y$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\left[\cos y.\cos\frac{\pi}{6} + \sin y.\sin\frac{\pi}{6}\right] = \cos y$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\left[\cos y.\frac{\sqrt{3}}{2} + \sin y.\frac{1}{2}\right] = \cos y \Rightarrow \sqrt{3}.\sin y = -\cos y$$

$$\Rightarrow \tan y = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow y = -\frac{\pi}{6} + k\pi$$

Vậy $\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow 5\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{5}$

Theo đề ra $0,21 \le t \le 1,21 \Rightarrow 0,21 \le \frac{k}{5} \le 1,21 \Rightarrow 1,05 \le k \le 6,05$

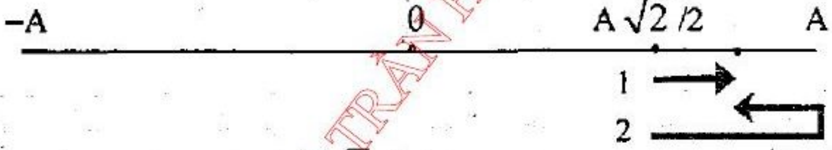
k chỉ nhận 5 giá trị nguyên đó là 2. 3, 4, 5, 6 vậy tất cả có 5 lần $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 1: Có hai vật dao động điều hoà cùng biên độ A, với tần số 3Hz và 6Hz. Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ $\frac{A\sqrt{2}}{2}$. Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng một li độ là

A. 1/35 s. B. 1/36 s. C. 1/27 s. D. 1/40 s.

Hướng dẫn giải:

Muốn có khoảng thời gian ngắn nhất thì 2 vật phải chuyển động cùng chiều và theo chiều dương, vật 2 chuyển động nhanh hơn nên ra đến biên trước rồi quay lại gặp vật 1 như hình vẽ.



Vì chúng đều xuất phát từ $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ và chuyển động theo chiều dương nên pha ban đầu của chúng đều bằng $-\frac{\pi}{4}$. Do đó phương trình của từng vật là

$x_1 = A\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right)$ và $x_2 = A\cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right)$.

Khi chúng gặp nhau, chúng cùng tọa độ, $x_1 = x_2$ suy ra:

$$A\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = A\cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = -\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{4(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{1}{36}\text{s} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Các em vận dụng cho 2 bài toán sau:

Bài 1: Có hai vật dao động điều hoà cùng biên độ A = 7 cm, với chu kỳ 2s và 3s. Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ 4cm. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng một li độ?

Bài 2: Cho hai vật dao động điều hoà trên cùng một trục toạ độ Ox, có cùng vị trí cân bằng là gốc O và có cùng biên độ và với chu kì lần lượt là T_1 = 1s và T_2 = 2s. Tại thời điểm ban đầu, hai vật đều ở miền có gia tốc âm, cùng đi qua vị trí có động năng gấp 3 lần thế năng và cùng đi theo chiều âm của trục Ox. Thời điểm gần nhất ngay sau đó mà hai vật lại gặp nhau là

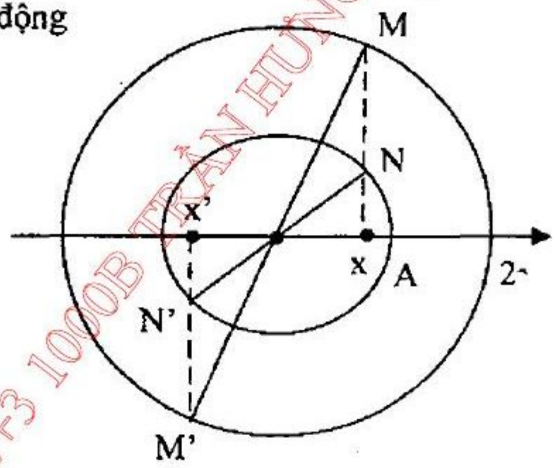
A. $\frac{2}{9}$s B. $\frac{4}{9}$s C. $\frac{2}{3}$s D. $\frac{1}{3}$s

Ví dụ 2: Hai con lắc lò xo giống nhau có khối lượng vật nặng 10g, độ cứng lò xo $100\pi^2$ N/m dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song kề liền nhau (vị trí cân bằng hai vật đều ở gốc tọa độ). Biên độ của con lắc thứ nhất lớn gấp đôi con lắc thứ hai. Biết rằng hai vật gặp nhau khi chúng chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng thời gian giữa ba lần hai vật nặng gặp nhau liên tiếp là

A. 0,03s. B. 0,02s. C. 0,04s. D. 0,01s.

Hướng dẫn giải:

Giả sử lần gặp nhau đầu tiên tại x, hai chuyển động tròn đều tương ứng là vị trí M và N. Do hai dao động khi gặp nhau chúng chuyển động ngược chiều nhau nên có thể giả sử M chuyển động ngược chiều kim đồng hồ còn N chuyển động thuận chiều kim đồng hồ. Vì cùng tần số góc nên sau nửa chu kì, chúng chuyển đến các vị trí đối xứng M', N' và hai dao động lại gặp nhau ở vị trí đối xứng x'.



Vậy khoảng thời gian giữa hai lần gặp nhau liên tiếp là $\frac{T}{2}$

Ở đây bài toán hỏi giữa ba lần gặp nhau liên tiếp nên $\Delta t = 2.\frac{T}{2} = T$.

Mà $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{10.10^{-3}}{100.\pi^2}} = 2.10^{-2}$ s

⇒ Chọn B

Ví dụ 3: Hai vật dao động điều hòa dọc theo các trục song song với nhau. Phương trình dao động của các vật lần lượt là $x_1 = A_1\cos\omega t$ (cm) và $x_2 = A_2\sin\omega t$ (cm). Biết $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$ (cm^2). Tại thời điểm t, vật thứ nhất đi qua vị trí có li độ $x_1 = 3$cm với vận tốc $v_1 = -18$ cm/s. Khi đó vật thứ hai có tốc độ bằng

A. $24\sqrt{3}$ cm/s. B. 24 cm/s. C. 8 cm/s. D. $8\sqrt{3}$ cm/s.

Hướng dẫn giải:

+ Thay $x_1 = 3$ (cm) vào phương trình $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2 \Rightarrow x_2 = \pm 4\sqrt{3}$ (cm)

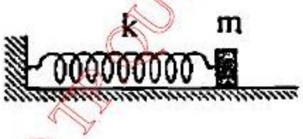
+ Lấy đạo hàm hai vế phương trình $64x_1^2 + 36x_2^2 = 48^2$ theo thời gian với lưu ý rằng $x'_1 = v_1$; $x'_2 = v_2$ ta được: $128x_1v_1 + 72x_2v_2 = 0$ (*)

Sau đó thay $x_1 = 3$ (cm); $x_2 = \pm 4\sqrt{3}$ (cm) và $v_1 = -18$ (cm/s) vào (*) ta thu được $v_2 = \pm 8\sqrt{3}$ (cm/s) ⇒ *Chọn D*

Chủ đề 2: CON LẮC LÒ XO

DẠNG 1: Các bài toán cơ bản liên quan đến các đại lượng trong công thức chu kì

Phương pháp giải:



Cần nhớ rằng, dù con lắc lò xo bố trí nằm ngang, thẳng đứng hay trên mặt phẳng nghiêng, sau khi kích thích, nếu lò xo còn tính đàn hồi thì vật sẽ dao động điều hòa với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ tức chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Ví dụ 1: Treo quả cầu bằng đồng vào một lò xo và cho nó dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Người ta đo được chu kì dao động của nó là T_1. Thay quả cầu trên bằng một quả cầu bằng nhôm cùng kích thước. Người ta đo được chu kì dao động điều hòa của quả cầu này là T_2. Cho biết khối lượng riêng của đồng và nhôm lần lượt là $\rho_đ = 8{,}9 g/cm^3$, $\rho_{nh} = 2{,}7.10^3 kg/m^3$. Tỉ số giữa T_1 và T_2 là

A. 0,06. B. 3,3. C. 1,8. D. 0,55.

Hướng dẫn giải:

Vì $m = \rho.V$ nên chu kì có thể viết $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_1.V}{k}}$ và $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_2.V}{k}}$

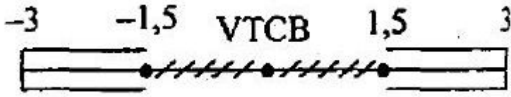
Rút ra : $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} = \sqrt{\frac{8{,}9}{2{,}7}} = 1{,}8 \Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng k = 0,2N/cm và vật nặng khối lượng m = 200g dao động theo phương ngang với biên độ A = 3cm. Trong mỗi chu kì dao động, khoảng thời gian mà vật nặng ở những vị trí có khoảng cách tới vị trí cân bằng không nhỏ hơn 1,5 cm là

A. 0,314 s. B. 0,418 s. C. 0,242 s. D. 0,209 s.

Hướng dẫn giải:

+ Sau khi đổi theo đơn vị chuẩn k = 0,2N/cm = 200N/m và m = 200g = 0,2 kg, áp dụng công thức tính chu kì, ta có: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2}{200}} = \frac{\pi}{5}(s)$



+ Vì khoảng cách từ các điểm đến vị trí cân bằng không nhỏ hơn 1,5 cm nên tọa độ của vật phải nhận các giá trị thỏa mãn $\left[\begin{array}{l} x \ge 1{,}5 \text{ cm} \\ x \le -1{,}5 \text{ cm} \end{array}\right.$ (phần gạch chéo phải loại bỏ).

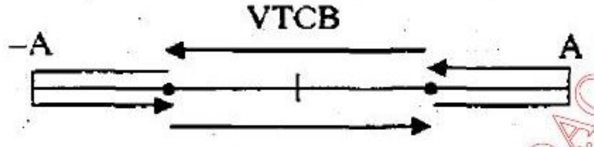
+ Dễ dàng thấy rằng $t = 4.t_{1\to 2} = 4.\frac{T}{6} = 4\frac{\pi/5}{6} = \frac{2\pi}{15} = 0{,}418$ s $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo với độ cứng của lò xo là 50 N/m. Vật dao động điều hòa theo phương ngang. Cứ sau 0,05 s thì vật nặng của con lắc lại cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ. Khối lượng vật nặng của con lắc bằng

A. 50g. B. 100 g. C. 25 g. D. 250 g.

Hướng dẫn giải:

Vì cách vị trí cân bằng một khoảng như cũ nên có hai vị trí đối xứng nhau như hình vẽ. Căn cứ vào hình vẽ và theo đề ra ta nhận thấy, hai điểm này chia chu kì dao động của vật thành 4 khoảng bằng nhau nên $T = 4t_0 = 4.0,05 = 0,2s$



Mặt khác $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{T^2}{4\pi^2}k = \frac{0,2^2}{4\pi^2}50 = 0,05(kg)$

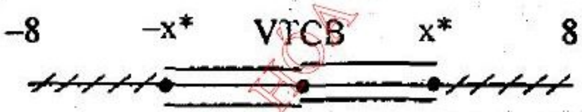
$\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nặng dao động điều hòa với biên độ A = 8 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để độ lớn gia tốc của vật không lớn hơn 250 cm/s^2 là $\frac{T}{3}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Tần số dao động của vật là

A. 1,15 Hz. B. 1,94 Hz. C. 1,25 Hz. D. 1,35 Hz.

Hướng dẫn giải:

+ Gọi x* là tọa độ ứng với gia tốc a = 250 cm/s^2. Vì $a = \omega^2 x$ nên để độ lớn gia tốc không lớn hơn giá trị 250 cm/s^2 thì tọa độ x phải không lớn hơn giá trị x*, tức là không thể nhận các giá trị phần gạch chéo trên hình vẽ.



+ Nhận thấy, trong một chu kì có 4 khoảng thời gian bằng nhau để vật chuyển động qua lại giữa vị trí cân bằng và vị trí x* (hoặc –x*) $\Rightarrow 4t = \frac{T}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{12}$.

+ Khoảng thời gian $t = \frac{T}{12}$ cho phép vật đi được từ vị trí cân bằng đến vị trí $\frac{A}{2}$ nên $x^* = \frac{A}{2} = \frac{8}{2} = 4$ cm

+ Lúc đó $a = \omega^2 x$ trở thành $250 = \omega^2.4 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{250}{4}} = \frac{5\pi}{2}$ rad/s $\Rightarrow$ f = 1,25 Hz

$\Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng 100N/m và vật nhỏ khối lượng m. Con lắc dao động theo phương ngang với chu kì T. Biết ở thời điểm t vật có li độ 5cm; ở thời điểm $t+\frac{T}{4}$ vật có tốc độ 50cm/s. Giá trị m bằng

A. 0,5kg. B. 1,2kg. C. 0,8kg. D. 1,0kg.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Để đơn giản ta nên giả sử $x = A\cos\omega t$ thì lúc đó $v = -\omega A\sin\omega t$.

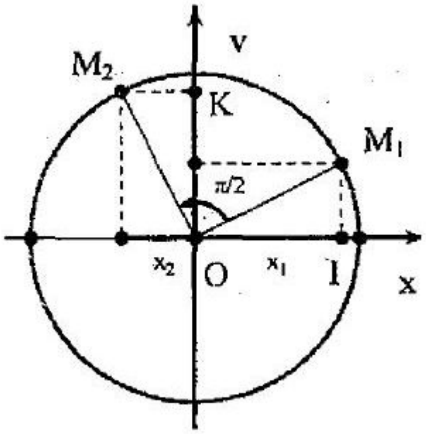
Theo đề ra, tại t: $x_1 = A\cos\omega t = 5$ và tại $t+\frac{T}{4}$ có

$$v_2 = -\omega A\sin\omega\left(t+\frac{T}{4}\right) = -\omega A\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) = -\omega A\cos\omega t = -\omega.x_1$$

Suy ra $\omega = -\frac{v_2}{x_1}$. Để ω không âm phải có: $\omega = -\frac{-50}{5} = 10(\text{rad/s})$

Mà $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, với k đã cho nên dễ dàng thu được $m = 1\text{kg}$

Cách 2: Hai thời điểm cách nhau T/4 nên sẽ lệch về pha là $\Delta\alpha = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}.\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$. Nếu giải theo vòng tròn có trục x nằm ngang, trục v thẳng đứng (do v nhanh pha hơn x góc $\frac{\pi}{2}$) thì thấy ngay hai tia OM_1 và OM_2 vuông góc với nhau, điều này dẫn tới hai góc IOM_1 và KOM_2 bằng nhau, lấy cosin của chúng ta được $\frac{x}{A} = \frac{v}{\omega A}$ từ đây ta sẽ được ω, để cuối cùng tính được m.



Cách 3: Cũng theo cách 2, do x_1 và x_2 vuông pha nhau nên giữa chúng tồn tại phương trình độc lập: $\left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A}\right)^2 = 1$ hay $x_1^2 + x_2^2 = A^2$

Mặt khác lại có: $x_2^2 + \left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = A^2$

Từ hai phương trình trên thu được $x_1^2 - \left(\frac{v_2}{\omega}\right)^2 = 0 \Rightarrow \omega \Rightarrow m = 1\text{kg}$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang. Ở thời điểm t vật có tốc độ 40 (cm/s), sau đó 3/4 chu kì, gia tốc của vật có độ lớn là 1,6π (m/s²). Tần số dao động của vật bằng bằng

A. 5 Hz B. 4 Hz C. 2,5 Hz D. 2 Hz

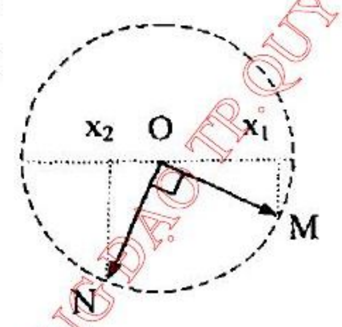
Hướng dẫn giải:

+ Tại thời điểm t, giả sử li độ của vật là x_1 tương ứng với điểm M trên đường tròn như hình vẽ. $A^2 = x_1^2 + v_1^2/\omega^2$

+ Sau $\frac{3T}{4}$ bán kính quay được góc ở tâm là $\frac{3\pi}{4}$ nên đến điểm N, vật lúc đó có li độ x_2. Dễ dàng suy ra OM vuông góc với ON nên $x_1^2 + x_2^2 = A^2$

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + v_1^2/\omega^2$

$\Rightarrow x_2^2 = v_1^2/\omega^2 \Rightarrow x_2 = \pm v_1/\omega$ (1)



+ Lại có: $a_2 = -\omega^2 x_2$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \omega = a_2/v_1 = 1,6\pi/0,4 = 4\pi$ (rad/s)

$\Rightarrow$ Tần số dao động $f = \omega/(2\pi) = 2$ Hz $\Rightarrow$ chọn D.

DẠNG 2: Các bài toán liên quan đến chiều dài của lò xo trong quá trình vật dao động

Phương pháp giải:

Gọi chiều dài tự nhiên của lò xo là l_0, xét hai trường hợp:

* **TH1: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang:**

+ Lúc vật ở VTCB, lò xo không bị biến dạng, $\Delta \ell_0 = 0$
+ Chiều dài cực đại của lò xo: $\ell_{max} = \ell_0 + A$
+ Chiều dài cực tiểu của lò xo: $\ell_{min} = \ell_0 - A$

* **TH2: Con lắc lò xo bố trí thẳng đứng hoặc nằm nghiêng một góc α, vật treo ở dưới.**

+ Khi vật ở VTCB lò xo bị **DÃN** đoạn $\Delta\ell_0$: $\Delta\ell_0 = \frac{mg.\sin\alpha}{k}$.

Áp dụng cho trường hợp đặt thẳng đứng $\alpha = 90^0 \Rightarrow \sin\alpha = 1$ nên ta có công thức thường gặp: $\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

+ Chiều dài lò xo khi vật ở VTCB: $\ell_{vtcb} = \ell_0 + \Delta\ell_0$

(Nếu gặp tình huống vật ở trên, lò xo ở dưới thì ở VTCB lò xo bị NÉN đoạn $\Delta\ell_0$ nên chiều dài lò xo khi vật ở VTCB phải là: $\ell_{vtcb} = \ell_0 - \Delta\ell_0$)

+ Chiều dài ở li độ x: $\ell = \ell_0 + \Delta\ell_0 + x$ *(chiều (+) hướng xuống)*
+ Chiều dài cực đại của lò xo: $\ell_{max} = \ell_0 + \Delta\ell_0 + A$
+ Chiều dài cực tiểu của lò xo: $\ell_{min} = \ell_0 + \Delta\ell_0 - A$

Ví dụ 1: Một vật nặng, nhỏ khối lượng m gắn vào một đầu lò xo có khối lượng không đáng kể, đầu còn lại phía trên của lò xo được giữ cố định, cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số 2,5 Hz. Trong quá trình vật dao động, chiều dài lò xo thay đổi từ $l_1 = 20$ cm đến $l_2 = 24$ cm. Lấy g = 10

m/s^2 và $\pi^2 = 10$. Hãy cho biết các phương án đưa ra sau đây, phương án nào đúng, phương án nào sai?

A. Khi vật ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn 4 cm.

B. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 20 cm.

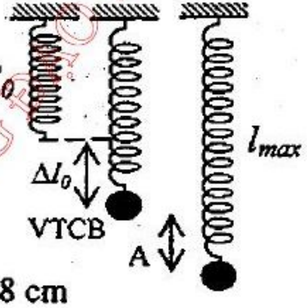
C. Trong quá trình vật dao động lò xo luôn bị dãn.

D. Lực đàn hồi cực tiểu của lò xo bằng không.

Phân tích:

Có $\omega = 2\pi f = 5\pi$ rad/s ⇒ độ biến dạng của lò xo khi vật nằm ở vị trí cân bằng

$$\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(5\pi)^2} = \frac{10}{250} = 0{,}04\ \text{m} = 4\ \text{cm}$$



⇒ Phương án A đúng

+ Biên độ: $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{24-20}{2} = 2\ \text{cm}$

+ Vì $l_{\max} = l_{VTCB} + A = l_0 + \Delta l_0 + A$

nên chiều dài tự nhiên $l_0 = l_{\max} - \Delta l_0 - A = 24 - 4 - 2 = 18$ cm

⇒ Phương án B sai

+ Vì $A < \Delta l_0$ nên trong quá trình dao động lò xo luôn bị dãn ⇒ Phương án C đúng.

+ Vì luôn bị dãn nên lực đàn hồi cực tiểu khác không ⇒ Phương án D sai

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, độ dài tự nhiên của lò xo là $l_0 = 30$ cm, khi vật dao động chiều dài lò xo biến thiên từ 32cm đến 38cm, Lấy $g = 10\ m/s^2$. Tốc độ cực đại của vật trong quá trình dao động là

A. $10\sqrt{2}$ cm/s B. $30\sqrt{2}$ cm/s C. $40\sqrt{2}$ cm/s D. $20\sqrt{2}$ cm/s

Hướng dẫn giải:

Bài toán cần tìm tốc độ cực đại, mà $v_{max} = \omega A$ nên ta phải tìm được ω và A.

Vì vật dao động xung quanh VTCB nên $\begin{cases} l_{\max} = l_{VTCB} + A \\ l_{\min} = l_{VTCB} - A \end{cases}$

Trừ vế với vế và cộng vế với vế của hệ trên, ta được:

$$\begin{cases} A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{38-32}{2} = 3\ \text{cm} \\ l_{VTCB} = \frac{l_{\min} + l_{\max}}{2} = \frac{32+38}{2} = 35\ \text{cm} \end{cases}$$

Từ $l_{VTCB} = l_0 + \Delta l_0$ suy ra độ biến dạng của lò xo khi vật nằm ở vị trí cân bằng

$\Delta l_0 = l_{VTCB} - l_0 = 35 - 30 = 5$ cm

Lúc đó $\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \sqrt{\frac{10}{5.10^{-2}}} = 10\sqrt{2}$ rad/s

Vậy tốc độ cực đại của vật là $v_{max} = \omega A = 10\sqrt{2}.3 = 30\sqrt{2}$cm/s

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng 100g và lò xo nhẹ có độ cứng 20N/m, chiều dài tự nhiên 30cm, được treo thẳng đứng lên một điểm cố định. Từ vị trí cân bằng, vật nặng được nâng lên theo phương đứng sao cho lò xo bị dãn một đoạn 3 cm và buông nhẹ. Lấy $g = 10m/s^2$. Chiều dài nhỏ nhất của lò xo trong quá trình vật dao động là

A. 37cm. B. 28cm. C. 33cm. D. 32cm.

Hướng dẫn giải:

Khi vật ở VTCB, lực đàn hồi cân bằng với trọng lực $(F_{dh0} = P) \Rightarrow k.\Delta\ell_0 = mg$ nên lò xo bị dãn một đoạn $\Delta\ell_0$:

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1.10}{20} = 0,05(m) = 5(cm).$$

Vì vị trí kích thích có v = 0 và lò xo dãn 3 cm nên điểm kích thích này cách VTCB 2 cm ⇒ biên độ dao động A = 2cm

Chiều dài cực tiểu của lò xo:

$$\ell_{min} = \ell_{vtcb} - A = \ell_0 + \Delta\ell_0 - A$$

$$\ell_{min} = 30 + 5 - 2 = 33cm$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật dao động điều hòa với phương trình $x = 4\cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$cm. Lấy $g = 10m/s^2$. Biết chiều dài tự nhiên $l_0 = 40$ cm. Chọn chiều dương hướng xuống. Chiều dài của lò xo sau khi quả cầu dao động được một nửa chu kì kể từ lúc bắt đầu dao động là

A. 53,46cm. B. 63,46cm. C. 43,46cm. D. 46,54cm.

Hướng dẫn giải:

Khi vật ở VTCB lò xo bị dãn đoạn $\Delta\ell_0$:

$$\Delta\ell_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{10^2} = 0,1(m) = 10(cm).$$

Tại $t = \frac{T}{2}$ thì $x = 4\cos\left(\omega.\frac{T}{2} + \frac{5\pi}{6}\right) = 4\cos\left(\frac{2\pi}{2} + \frac{5\pi}{6}\right) = 2\sqrt{3}cm$

Vậy chiều dài lò xo ở thời điểm $\frac{T}{2}$ là:

$$\ell = \ell_{VTCB} + x = \ell_0 + \Delta\ell_0 + x = 40 + 10 + 2\sqrt{3} \approx 53,46cm$$

DẠNG 3: Các bài toán liên quan đến thời gian lò xo bị nén hay bị dãn

Phương pháp giải: Để tìm thời gian nén hoặc dãn thì trước hết ta phải biết được biên độ dao động, vị trí của vật ứng với trạng thái bắt đầu nén hoặc dãn, từ đó quy về bài toán tìm thời gian từ tọa độ x_1 đến x_2.

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ có m = 250g treo phía dưới một lò xo nhẹ có k = 100 N/m. Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống dưới một đoạn sao cho lò xo dãn 7,5 cm và thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Tỉ số giữa thời gian lò xo dãn và thời gian lò xo nén trong một chu kì dao động là

A. 0,5.
B. 2.
C. 3.
D. 3,14.

Hướng dẫn giải:

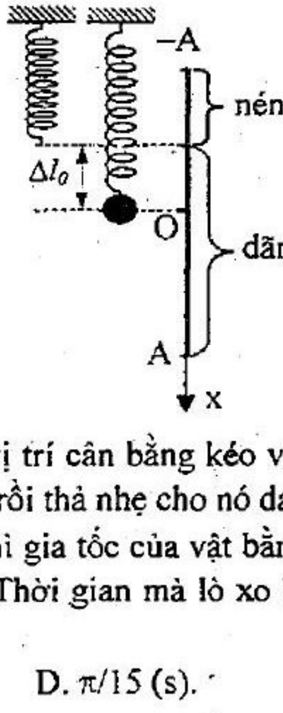
+ Ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,25.10}{100} = 0,025m = 2,5cm$$

+ Ở vị trí kích thích, lò xo dãn 7,5 cm nên vị trí vật được kích thích cách vị trí cân bằng một đoạn $7,5 - 2,5 = 5$ cm. Vì ở đây vận tốc bằng không nên điểm kích thích chính là biên của quỹ đạo chuyển động ⇒ Biên độ A = 5 cm

+ Theo hình vẽ, trong một chu kì, khoảng thời gian lò xo nén chính là khoảng thời gian để vật đi từ li độ –2,5 cm đến –5 cm rồi quay lại –2,5 cm, vì vậy:

$$t_n = t_{-\frac{A}{2}\to -A} + t_{-A\to -\frac{A}{2}} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$$



Khoảng thời gian lò xo dãn là $t_d = T - t_n = T - \frac{T}{3} = \frac{2T}{3}$

$$\Rightarrow \frac{t_d}{t_n} = \frac{2T/3}{T/3} = 2 \Rightarrow \textit{Đáp án B.}$$

Bài toán tương tự: Một con lắc lò xo trên thẳng đứng, từ vị trí cân bằng kéo vật xuống dưới theo trục của lò xo với vị trí lò xo dãn 7,5 cm rồi thả nhẹ cho nó dao động điều hòa, sau khoảng thời gian ngắn nhất π/60 (s) thì gia tốc của vật bằng 0,5 gia tốc ban đầu. Lấy gia tốc trong trường 10 (m/s^2). Thời gian mà lò xo bị nén trong một chu kì là

A. π/20 (s).
B. π/60 (s).
C. π/30 (s).
D. π/15 (s).

Gợi ý: Lúc đầu vật ở biên $x_1 = A$, sau đó gia tốc còn một nửa nên $x_2 = \frac{A}{2}$

$$\Rightarrow \frac{T}{6} = \frac{\pi}{60} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 20 \Rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{20^2} = 0,025(m) = 2,5(cm)$$

$$\Rightarrow \text{Biên độ } A = \Delta\ell_{max} - \Delta\ell_0 = 5(cm)$$

⇒ Thời gian lò xo nén trong một chu kì dao động là:

$$t_{nén} = 2.\left[\frac{1}{\omega}\arccos\frac{\Delta\ell_0}{A}\right] = 2.\left[\frac{1}{20}\arccos\frac{2,5}{5}\right] = \frac{\pi}{30}(s)$$

Bài tập tương tự: Một con lắc lò xo thẳng đứng có k = 100N/m, vật nặng m = 100g, lấy $g = \pi^2 = 10\ m/s^2$. Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống một đoạn 1 cm rồi truyền cho vật vận tốc ban đầu $10\pi\sqrt{3}$ cm/s hướng thẳng đứng. Tỉ số thời gian lò xo nén và dãn trong một chu kì là

A. 0,5 B. 2. C. 0,2 D. 5

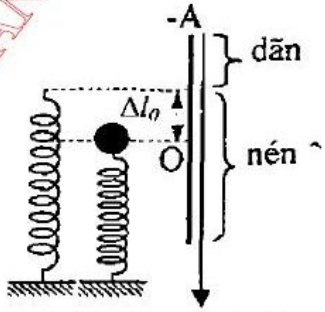
Ví dụ 2: Một lò xo đặt thẳng đứng, bố trí ngược, đầu dưới thì cố định, đầu trên gắn vật, sao cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ là A và chu kì bằng 3 s. Biết rằng khi vật ở vị trí cân bằng, lò xo bị nén một đoạn bằng A/2. Thời gian ngắn nhất kể từ khi vật ở vị trí thấp nhất đến khi lò xo không biến dạng là

A. 1 s. B. 1,5 s. C. 0,75 s. D. 0,5 s.

Hướng dẫn giải:

Thời gian ngắn nhất kể từ khi vật ở vị trí thấp nhất đến khi lò xo không biến dạng chính là thời gian đi từ A về $-\frac{A}{2}$

nên $t_{min} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} = 1s$



Ví dụ 3: Lò xo có độ cứng k = 100N/m, vật có khối lượng 250 g được treo phía dưới lò xo và kích thích cho vật dao động điều hoà. Biết rằng trong quá trình dao động, thời gian mà lò xo bị dãn trong một chu kì là $\frac{5\pi}{60}s$. Lấy $g = 10m/s^2$. Biên độ của dao động của vật là

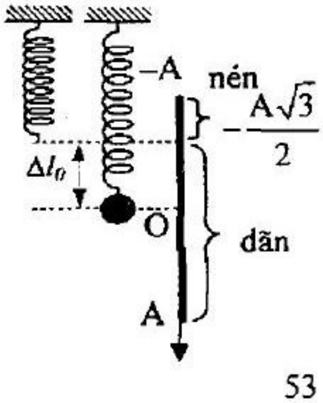
A. $A = 5cm$ B. $A = 5\sqrt{3}cm$ C. $A = \frac{5\sqrt{3}}{3}cm$ D. $A = \frac{5\sqrt{3}}{2}cm$

Hướng dẫn giải:

Có: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{100}} = \frac{\pi}{10}(s)$ và $\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,25.10}{100} = 0,025m = 2,5cm$

Theo đề ra, thời gian mà lò xo bị dãn trong một chu kì là $\frac{5\pi}{60}s\left(=\frac{5T}{6}\right)$ nên thời gian lò xo bị nén trong một chu kì là $T - \frac{5T}{6} = \frac{T}{6}$

$\Rightarrow$ Trong một nửa chu kì sẽ là $\frac{T}{6}:2 = \frac{T}{12}$,



khoảng thời gian này cho phép vật đi từ $-A$ đến $-\dfrac{A\sqrt{3}}{2}$

Theo hình vẽ ta có $\Delta\ell_0 = \dfrac{A\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = \dfrac{2.\Delta\ell_0}{\sqrt{3}} = \dfrac{2.2,5}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$cm

Bài tập tương tự: Một lò xo nhẹ có chiều dài tự nhiên 30cm đầu trên treo vào điểm cố định đầu dưới gắn một vật nhỏ. Khi hệ cân bằng, lò xo có chiều dài 31cm. Khi con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ A thì khoảng thời gian lò xo bị nén trong mỗi chu kỳ là 0,05s. Biên độ A bằng

A. 2,0cm. B. 1,7cm. C. 1,4cm. D. 1,0cm.

Gợi ý: $\Delta\ell_0 = 0,01(\text{m}) \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta\ell_0}{g}} = 0,2\text{s} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{T}{4} \Rightarrow A = \sqrt{2}\text{cm}$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng 100g và một lò xo nhẹ có độ cứng k = 100N/m. Kéo vật xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo dãn 4cm rồi truyền cho nó một vận tốc 40π cm/s theo phương thẳng đứng hướng xuống. Chọn chiều dương hướng xuống. Coi vật dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Tốc độ trung bình khi vật chuyển động từ vị trí thấp nhất đến vị trí lò xo bị nén 1,5 cm lần thứ hai là

A. 93,75cm/s B. –93,75cm/s. C. –56,25cm/s. D. 56,25cm/s.

Hướng dẫn giải:

+ Ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01\text{m} = 1\text{cm}$$

Nên biên độ $A = \sqrt{x^2 + \dfrac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{\left(\Delta\ell - \Delta\ell_0\right)^2 + \dfrac{mv^2}{k}} = 5\text{cm}$

Tốc độ trung bình khi vật chuyển động từ vị trí thấp nhất đến vị trí lò xo bị nén 1,5 cm lần thứ hai là:

$$v = \frac{S}{t} = \frac{2A + \left(A - \dfrac{A}{2}\right)}{\dfrac{T}{2} + t_{A\to\frac{A}{2}}} = \frac{2A + \dfrac{A}{2}}{\dfrac{T}{2} + \dfrac{T}{6}} = \frac{3,75A}{T} = \frac{3,75.5}{0,2} = 93,75\text{cm/s} \Rightarrow \textit{Đáp án A.}$$

DẠNG 4: Các bài toán liên quan đến lực kéo về, lực đàn hồi

Phương pháp giải:

Cần phân biệt hai lực này:

+ Lực hồi phục là hợp lực có tác dụng làm vật dao động điều hòa, $F_{hp} = k|x|$

+ Lực đàn hồi là lực do lò xo bị biến dạng tác dụng lên vật, $F_{dh} = k|\Delta\ell|$

(Chỉ trong trường hợp con lắc lò xo nằm ngang thì chúng mới là một)

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng xuôi, vật nhỏ m = 100g và lò xo khối lượng không đáng kể. Chọn gốc toạ độ ở VTCB, chiều dương của hệ trục hướng lên. Biết vật dao động theo phương trình $x = 4\cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm. Lấy $g = 10m/s^2$. Tìm độ lớn lực đàn hồi và lực hồi phục tác dụng vào vật tại thời điểm vật đã đi được quãng đường S = 3cm?

Hướng dẫn giải:

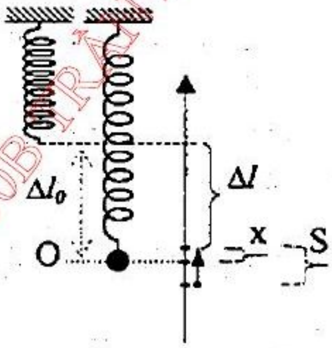
Vì lực đàn hồi $F_{dh} = k.\Delta l$ *và lực hồi phục* $F_{hp} = k.x$ *nên để tính chúng, ta cần tìm k và phải biết được sau khi vật đi được 3cm thì vật đến điểm nào để từ đó biết nó cách VTCB bao nhiêu và lúc đó lò xo dãn bao nhiêu*

+ Độ cứng $k = m.\omega^2 = 0,1.10^2 = 10(N/m)$

+ Độ dãn của lò xo khi vật ở VTCB: $\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(10)^2} = \frac{10}{100} = 0,1\,m = 10\,cm$

+ Thay t = 0 vào phương trình x, v ta có ngay trạng thái ban đầu $\begin{cases} x_0 = -2cm \\ v_0 > 0 \end{cases}$

+ Sau khi đi được quãng đường S = 3cm thì vật đến tọa độ x = 1 cm như hình vẽ, lúc đó lò xo bị dãn một đoạn $\Delta l = \Delta l_0 - |x| = 10 - 1 = 9$ cm



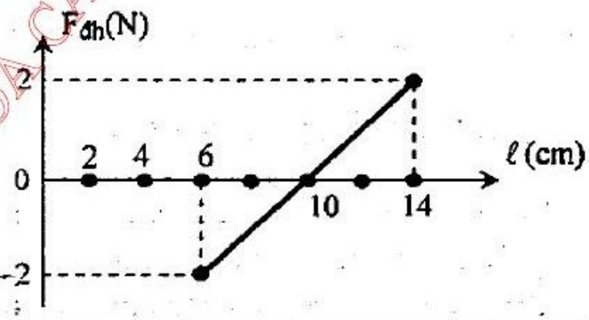
+ Vậy lực hồi phục $F_{hp} = k.x = 10.0,01 = 0,1N$

  và lực đàn hồi $F_{dh} = k.\Delta l = 10.0,09 = 0,9N$

Bài tập: Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa mà lực đàn hồi và chiều dài của lò xo có mối liên hệ được cho bởi đồ thị hình vẽ. Độ cứng của lò xo bằng

A. 100(N/m) B. 150(N/m)

C. 50(N/m) D. 200(N/m)



Ví dụ 2: Con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có khối lượng không đáng kể. Hòn bi đang ở vị trí cân bằng thì được kéo xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn 3 cm rồi thả nhẹ cho nó dao động. Hòn bi thực hiện 50 dao động mất 20s. Cho $g = \pi^2 = 10m/s^2$. Tỉ số độ lớn lực đàn hồi cực đại và lực đàn hồi cực tiểu của lò xo khi dao động là

A. 7. B. 5. C. 4. D. 3.

Hướng dẫn giải:

+ Dễ thấy A = 3 cm.

+ Tần số $f = \frac{N}{t} = \frac{50}{20} = 2,5Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f = 5\pi\ rad/s \Rightarrow$ độ biến dạng của lò x

khi vật nằm ở vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(5\pi)^2} = \frac{10}{250} = 0,04\ m = 4\ cm$

+ Vì $A < \Delta l_0$ nên trong quá trình vật dao động lò xo luôn dãn

Khi vật xuống thấp nhất $F_{kéo\ max} = k(\Delta l_0 + A)$

Khi vật lên cao nhất $F_{kéo\ min} = k(\Delta l_0 - A)$

Vậy tỉ số cần tìm: $\frac{F_{đh}^{max}}{F_{đh}^{min}} = \frac{k(\Delta\ell_0 + A)}{k(\Delta\ell_0 - A)} = \frac{\Delta\ell_0 + A}{\Delta\ell_0 - A} = \frac{4+3}{4-3} = 7$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Kích thích cho vật (được móc ở phía dưới lò xo) dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì 0,4 s và biên độ 8 cm. Chọn trục x'x thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10m/s^2$ và $\pi^2 = 10$. Thời gian ngắn nhất kể từ thời điểm ban đầu đến lúc lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

A. $\frac{7}{30}$s. B. $\frac{1}{30}$s. C. $\frac{3}{10}$s. D. $\frac{4}{15}$s.

Hướng dẫn giải:

+ Ở vị trí cân bằng $F_{đh0} = P \Rightarrow k.\Delta\ell_0 = mg$ nên lò xo bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{0,4^2.10}{4.10} = 0,04(m) = 4(cm)$$

+ Vì $A > \Delta\ell_0$ nên ngoài bị dãn, có lúc lò xo bị nén. Vậy lực đàn hồi cực tiểu ứng với lúc lò xo không bị biến dạng, khi đó vật ở vị trí $x = -\Delta\ell_0 = -4cm$

+ Thời gian cần tìm $t = t_{VTCB \to -\Delta\ell_0} = t_{VTCB \to A} + t_{A \to VTCB} + t_{VTCB \to -\Delta\ell_0}$

$$t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{7T}{12} = \frac{7.0,4}{12} = \frac{7}{30}s \Rightarrow \textit{Đáp án A.}$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng k = 50 N/m và vật nặng có khối lượng m = 200g treo thẳng đứng. Từ vị trí cân bằng, người ta đưa vật dọc theo trục lò xo đến vị trí lò xo bị nén đoạn 4 cm rồi buông nhẹ cho vật dao động điều hòa. Lấy $g = \pi^2 (m/s^2)$. Tính từ thời điểm buông vật, thời điểm đầu tiên lực đàn hồi của lò xo có độ lớn bằng nửa giá trị cực đại và đang giảm là

A. 0,116s. B. 0,100s. C. 0,300s. D. 0,284s.

Hướng dẫn giải:

+ Ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn một đoạn:

$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2.10}{50} = 0,04m = 4cm$

+ Biên độ dao động $A = \Delta\ell_0 + \Delta\ell = 8cm$

+ Lực đang hồi của lò xo có độ lớn bằng nửa giá trị cực đại $F = \frac{1}{2}F_{max}$ suy ra

$$\Delta\ell' = \frac{1}{2}(\Delta\ell_0 + A) = \frac{1}{2}(4+8) = 6cm$$

Tương ứng với li độ $x = \Delta\ell' - \Delta\ell_0 = 6 - 4 = 2cm$ nên thời gian sẽ là:

$t_n = t_{-8\to 8\to 2} = t_{-8\to 8} + t_{3\to 2} = 0,284s$

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng được kích thích cho dao động điều hòa. Thời gian quả cầu đi từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất là 1,5s và tỉ số giữa lực đàn hồi lò xo và trọng lượng quả cầu khi vật ở vị trí thấp nhất là $\frac{76}{75}$.

Lấy $g = \pi^2 = 10\frac{m}{s^2}$. Biên độ dao động của con lắc là

A. 5cm. B. 4cm. C. 3cm. D. 2cm.

Hướng dẫn giải:

+ Ta có $\frac{T}{2} = 1,5s \Rightarrow T = 3s \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{1,5}$ rad/s

+ Cũng theo đề ra, ta viết: $\frac{76}{75} = \frac{F}{P} = \frac{k(\Delta\ell_0 + A)}{mg} = \frac{k\Delta\ell_0}{mg} + \frac{kA}{mg} = 1 + \frac{kA}{mg}$

$$\Rightarrow \frac{kA}{mg} = \frac{1}{75} \Rightarrow A = \frac{1}{75}g.\frac{m}{k} = \frac{1}{75}g.\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{75}.10.\frac{1}{\left(\frac{\pi}{1,5}\right)^2} = 0,03(m) = 3(cm)$$

DẠNG 5: Dạng bài liên quan đến năng lượng dao động.

Phương pháp giải:

Động năng vật nặng: $E_đ = \frac{1}{2}mv^2$

$$E_đ = \frac{m\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi) = E\left(1 - \sin^2(\omega t + \varphi)\right) = \frac{E}{2} + \frac{E}{2}\cos(2\omega t + 2\varphi)$$

Thế năng lò xo: $E_t = \frac{1}{2}kx^2$ với $k = m\omega^2$

$$E_t = \frac{m\omega^2A^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi) = E\left(1 - \cos^2(\omega t + \varphi)\right) = \frac{E}{2} - \frac{E}{2}\cos(2\omega t + 2\varphi)$$

Năng lượng: $E = E_đ + E_t = E_{đmax} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = E_{tmax} = \frac{1}{2}kA^2 = const$

Tuy cơ năng không đổi nhưng động năng và thế năng đều biến thiên với:

$\omega' = 2\omega$, $f' = 2f$ và $T' = \frac{T}{2}$.

Động năng và thế năng biến đổi qua lại cho nhau, khi động năng của con lắc có giá trị gấp n lần thế năng, ta được $(n+1)E_t = \frac{1}{2}kA^2$

$$\Rightarrow (n+1)\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \boxed{x = \pm\frac{A}{\sqrt{n+1}}} \text{ và } \boxed{v = \pm\sqrt{\frac{n}{n+1}}.v_{max}}$$

Ví dụ: Với $n = 3 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{2}$; Với $n = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Đặc biệt, trong một chu kì có bốn lần $E_đ = E_t$, khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để $E_đ = E_t$ là $\Delta t = \frac{T}{4}$. Khi $E_đ = E_t$ thì $x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$.

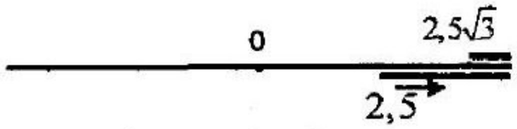
Ví dụ 1: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật m = 100g. Vật dao động với $v = 5\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm/s. Vận tốc trung bình của vật tính từ thời điểm ban đầu đến vị trí động năng bằng $\frac{1}{3}$ thế năng lần thứ 2 là

A. 6,34 cm/s. B. 21,12 cm/s. C. 15,74 cm/s. D. 3,66 cm/s.

Hướng dẫn giải:

+ Từ $v = 5\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm/s $\Rightarrow x = 5\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 5\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm

Tại $t = 0 \begin{cases} x_1 = 5\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2,5\text{cm} \\ v_1 = 5\pi\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) > 0 \end{cases}$



+ Khi $W_đ = \frac{1}{3}W_t$ vật qua vị trí $x = \pm\frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm\frac{A}{\sqrt{\frac{1}{3}+1}} = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2} = \pm 2,5\sqrt{3}(\text{cm})$

+ Vận tốc trung bình: $\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t} = \frac{2,5\sqrt{3} - 2,5}{\frac{T}{6} + \frac{T}{12}} \approx 3,66$ cm/s $\Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 2: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox. Tốc độ trung bình của chất điểm tương ứng với khoảng thời gian thế năng không vượt quá ba lần động năng trong một nửa chu kì là $300\sqrt{3}$ cm/s. Tốc độ cực đại của dao động là

A. 400 cm/s. B. 200 cm/s. C. 2π m/s. D. 4π m/s.

Hướng dẫn giải:

Khi $W_t = 3W_đ$ (hay $W_đ = \frac{1}{3}W_t$), theo công thức tính nhanh ta có $x = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Vì thế năng không vượt quá ba lần động năng nên trong một nửa chu kì, li độ phải thỏa mãn $|x| < \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Trong nửa chu kì, dễ dàng tính được $S = \frac{A\sqrt{3}}{2} + \frac{A\sqrt{3}}{2} = A\sqrt{3}$ và $\Delta t = \frac{T}{3}$ nên ta có tốc độ trung bình $\bar{v} = \frac{S}{\Delta t}$ viết thành $300\sqrt{3} = \frac{A\sqrt{3}}{\frac{T}{3}} \Rightarrow A = 100T$

Vậy tốc độ cực đại: $v_{max} = A.\omega = 100T.\frac{2\pi}{T} = 200\pi\ cm/s = 2\pi\ m/s$ ⇒ *Đáp án C.*

Ví dụ 3: Trong dao động điều hoà của một vật, thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp vật đi qua vị trí động năng bằng thế năng là 0,6s. Giả sử tại một thời điểm vật đi qua vị trí có thế năng W_t, động năng W_d và sau đó thời gian Δt vật đi qua vị trí có động năng tăng gấp 3 lần, thế năng giảm 3 lần. Giá trị nhỏ nhất của Δt bằng

A. 0,8s. B. 0,2s. C. 0,4s. D. 0,1s.

Hướng dẫn giải:

+ Ta có ngay $\frac{T}{4} = 0,6$

+ Vì $E_d + E_t = const \Rightarrow$ lúc đầu $E_d = \frac{1}{3}E_t$

$\Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm\frac{A}{\sqrt{1/3+1}} = \pm\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Về sau thì $E'_d = 3E'_t$ nên lúc đó vật qua tọa độ : $x' = \pm\frac{A}{\sqrt{n'+1}} = \pm\frac{A}{\sqrt{3+1}} = \pm\frac{A}{2}$

+ Để Δt nhỏ nhất thì vật chỉ có thể đi từ $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến $-\frac{A}{2}$ hoặc là từ $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến $\frac{A}{2}$. Dễ dàng ta có: $\Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12} = 0,2s$ ⇒ Chọn B.

Ví dụ 4: Vật dao động điều hoà với tần số 2,5 Hz. Tại một thời điểm vật có động năng bằng một nửa cơ năng thì sau thời điểm đó 0,05s động năng của vật

A. có thể bằng không hoặc bằng cơ năng.
B. bằng hai lần thế năng.
C. bằng thế năng.
D. bằng một nửa thế năng.

Hướng dẫn giải:

+ Ta có $T = \frac{1}{f} = 0,4s$

+ Vì $E_d + E_t = E$ nên khi động năng bằng một nửa cơ năng tức là $E_t = E_d$ thì vật qua li độ:

$$x = \pm\frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm\frac{A}{\sqrt{1+1}} = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$$

+ Khoảng thời gian $0,05s = \frac{0,4}{8} = \frac{T}{8}$ sẽ cho phép vật đang qua vị trí $\pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$ đi ra đến biên liền kề hoặc về VTCB, vậy chỉ có phương án A đúng.

Ví dụ 5: Một vật dao động theo phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm;s). Kể từ thời điểm ban đầu, trong khoảng thời gian 1,125 s, số lần mà động năng bằng thế năng là

A. 5 lần B. 4 lần C. 9 lần. D. 8 lần

Hướng dẫn giải:

Có thể nói bài toán này thuộc dạng bài toán tìm số lần vật đi qua x, nhận v*,...mà đã trình bày ở phần trước, phương pháp giải cũng tương tự nhưng cần lưu ý là trong 1 chu kì sẽ có 4 lần để* $E_d = E_t$

Khi $E_d = E_t \Rightarrow x = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$. Tại t = 0 thì $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 < 0 \end{cases}$

Ta có $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5s$ nên có thể viết : $t = 1,125 = 2.0,5 + 0,125 = 2.T + \frac{T}{4}$

Vị trí cuối vật ở biên âm nên tổng số lần là $N = 2.4 + 1 = 9$

Vận dụng: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật m = 250g. Ở VTCB lò xo dãn 2,5cm. Cho con lắc dao động điều hoà. Thế năng của nó khi có vận tốc $40\sqrt{3}$ cm/s là 0,02J. Lấy $g = 10m/s^2$ và $\pi^2 = 10$. Chọn gốc thời gian lúc vật có li độ x = –2cm và đang chuyển động theo chiều dương. Xác định các thời điểm vật có vận tốc cực đại trong 2 chu kì đầu?

Ví dụ 6: Vật nhỏ của một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang, mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Khi gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và thế năng của vật là

A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Hướng dẫn giải:

Biết gia tốc thì sẽ biết được li độ ⇒ thế năng ⇒ động năng ⇒ tỉ số giữa chúng.

Gia tốc $a = -\omega^2 x$. Gia tốc cực đại $a_{max} = -\omega^2 A$. Khi $|a| = \frac{1}{2}|a_{max}|$ thì $|x| = \frac{A}{2}$

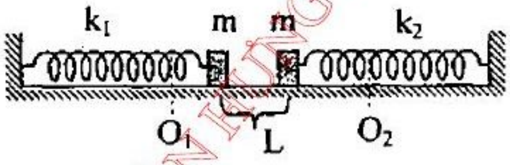
Có: $\frac{W_d}{W_t} = \frac{W - W_t}{W_t} = \frac{\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kx^2} = \frac{\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2} = 3 \Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 7: Cho hai con lắc lò xo mắc vào hai mặt tường đối diện nhau và cùng đặt trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang, các lò xo có độ cứng lần lượt là 400 N/m và 100 N/m. Vật nặng ở hai con lắc có khối lượng bằng nhau. Kéo vật thứ nhất về bên trái còn vật thứ hai về bên phải rồi buông nhẹ để hai vật dao động với cùng năng lượng là 0,125J. Bỏ qua mọi ma sát. Biết rằng hai VTCB cách nhau 10cm. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai vật trong quá trình dao động là

A. 2,5 cm B. 5cm C. 7,5 cm D. 4,5 cm

Hướng dẫn giải:

Áp dụng $E=\frac{1}{2}kA^2$ ta tính được biên độ của từng vật $A_1=5cm$ và $A_2=2,5cm$



Vì đặt đối diện nhau nên khoảng cách giữa 2 vật đạt nhỏ nhất khi cả 2 vật nằm ở vị trí biên và cả 2 lò xo dãn nhiều nhất, theo hình vẽ, ta có:

$$L_{min}=O_1O_2-(A_1+A_2)=10-(5+2,5)=2,5cm$$

Nếu bài toán hỏi khoảng cách xa nhất thì kết quả là

$$L_{max}=O_1O_2+(A_1+A_2)=10+(5+2,5)=17,5cm$$

Ví dụ 8: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nhỏ dao động điều hoà với tần số 2,5 Hz. Khi vật có li độ 1,2 cm thì động năng của vật chiếm 96% cơ năng toàn phần của nó. Tốc độ trung bình trong một chu kì dao động là

A. 30 cm/s. B. 20 cm/s. C. 12 cm/s. D. 60 cm/s.

Hướng dẫn giải:

+ Tốc độ trung bình $v_{tb}=\frac{S}{\Delta t}$, tính trong 1 chu kì thì $v_{tb}=\frac{4A}{T}=4Af$

+ Theo đề ra, khi vật có li độ 1,2 cm thì động năng của vật chiếm 96% cơ năng toàn phần của nó, nghĩa là thế năng chỉ bằng 4% hay 0,04 cơ năng, vậy ta có

$$\frac{1}{2}kx^2=0,04\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow A=\frac{x}{0,2}=\frac{1,2}{0,2}=6cm$$

Vậy $v_{tb}=4Af=4.6.2,5=60$ cm/s $\Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 9: Một con lắc lò xo có độ cứng k = 40N/m đầu trên được giữ cố định còn phía dưới gắn vật m. Nâng m lên đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 2,5cm. Lấy g = 10m/s^2. Trong quá trình dao động, trọng lực của m có công suất tức thời cực đại bằng

A. 0,41W B. 0,64W C. 0,5W D. 0,32W

Hướng dẫn giải:

Công suất tức thời của trọng lực $P_{cs}=F.v=mg.v$ *với v là vận tốc của vật m*

$$P_{max} = mg.v_{max} = mg.\sqrt{\frac{kA^2}{m}} = gA\sqrt{mk} = gA\sqrt{\frac{kA}{g}k}\text{ ; (vì } A = \Delta l_0)$$

$$\Rightarrow P_{max} = kA\sqrt{Ag} = 40.2{,}5.10^{-2}\sqrt{2{,}5.10^{-2}.10} = 0{,}5W \Rightarrow \textit{Đáp án C.}$$

Ví dụ 10: Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với năng lượng dao động 0,02 J. Biết lực đàn hồi cực đại của lò xo 4 N, lực đàn hồi của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là 2 N. Biên độ dao động của vật bằng

A. 2 cm. B. 4 cm. C. 1 cm. D. 3 cm.

Hướng dẫn giải:

Theo đề ra ta có: $\begin{cases} F_{max} = k(\Delta\ell_0 + A) = 6 \\ F_{VTCB} = k\Delta\ell_0 = 2 \end{cases} \Rightarrow kA = 4$

Ngoài ra : $W = \dfrac{kA^2}{2} = \dfrac{1}{2}kA.A \Rightarrow 0{,}02 = 0{,}5.4.A$

$\Rightarrow A = 0{,}01m \Rightarrow$ *Đáp án C.*

DẠNG 6:

Dạng bài yêu cầu viết phương trình dao động x = Acos(ωt + φ)?

Thực chất của bài toán này là đi tìm A, ω và φ.

- Tần số góc ω: Tùy theo dữ kiện bài toán mà có thể tính khác nhau:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \frac{v_{max}}{A} = \sqrt{\frac{a_{max}}{A}} = \left|\frac{a_{max}}{v_{max}}\right|$$

- Biên độ A:

$$A = \sqrt{\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 + x^2} = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \frac{|v_{max}|}{\omega} = \frac{|a_{max}|}{\omega^2} = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = \frac{\text{Chiều dài quỹ đạo}}{2}$$

- Pha ban đầu φ: Dựa vào điều kiện ban đầu, $t = 0\ \begin{cases} x_0 = A.\cos\varphi \\ v_0 = -A.\omega.\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi$

Ví dụ 1: Con lắc lò xo có chiều dài $\ell_0 = 40cm$, treo thẳng đứng, phía dưới gắn quả nặng m, khi cân bằng lò xo dãn $\Delta\ell_0 = 10cm$. Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn bằng $2\sqrt{3}$ cm và truyền cho vật vận tốc v = 20 cm/s lên trên thẳng đứng. Chọn trục tọa độ thẳng đứng, gốc O trùng VTCB, chiều dương hướng xuống dưới, lấy $g = \pi^2 = 10\ m/s^2$. Gốc thời gian là thời điểm truyền vận tốc. Hãy viết phương trình dao động của vật. Tìm chiều dài ngắn nhất và lớn nhất của lò xo trong quá trình vật dao động?

Hướng dẫn giải:

+ Giả sử phương trình dao động của vật có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Tại VTCB : $F_0 = P \Rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{m}{k}g = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta\ell_0}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10$ (rad/s)

Tại t = 0, có: $\begin{cases} x = A\cos\varphi = 2\sqrt{3} \\ v = -A\omega\sin\varphi = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\cos\varphi = 2\sqrt{3} \\ A\sin\varphi = \frac{20}{\omega} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \text{ cm} \\ \varphi = \frac{\pi}{6} \end{cases}$

Vậy phương trình dao động là: $x = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$cm

+ Lò xo có chiều dài lớn nhất khi vật nằm ở vị trí biên dưới:

$\ell_{max} = (\ell_0 + \Delta\ell_0) + A = 54$cm

Lò xo có chiều dài ngắn nhất khi vật nằm tại vị trí biên trên:

$\ell_{min} = (\ell_0 + \Delta\ell_0) - A = 46$cm

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo dao động trên mặt phẳng nằm ngang với ma sát không đáng kể, vật nhỏ có khối lượng m = 500g. Cơ năng của con lắc $E = 10^{-2}$J. Tại thời điểm ban đầu vật có vận tốc 0,1 m/s, gia tốc $a = -2$ m/s^2. Hãy viết phương trình dao động của vật dưới dạng hàm sin ?

Hướng dẫn giải:

Ta cứ giả sử phương trình dao động có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Tại *thời điểm* t = 0, *ta có:* $\begin{cases} v = -A\omega\sin\varphi = 0,1 & (1) \\ a = -A\omega^2\cos\varphi = -2 & (2) \end{cases}$

Từ biểu thức tính cơ năng: $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow A\omega = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2.10^{-2}}{0,5}} = 0,2$ (3)

Từ (1), (3) $\Rightarrow \sin\varphi = -\frac{1}{2}$. Ngoài ra để thỏa mãn (2) thì $\varphi = -\frac{\pi}{6}$.

Trở lại biểu thức (2) ta viết $-A\omega^2\cos\varphi = -2$ thành $A\omega\omega\cos\varphi = 2$

$\Rightarrow 0,2\omega\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2 \Rightarrow \omega = \frac{20\sqrt{3}}{3}$rad/s thay vào (3) được biên độ dao động

$A = \sqrt{3}.10^{-2}\text{m} = \sqrt{3}$cm

Vậy

$$x = \sqrt{3}\cos\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}t - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}t - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{20\sqrt{3}}{3}t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$$

Ví dụ 3: Vật nhỏ trong con lắc lò xo dao động điều hòa có cơ năng là $E = 3.10^{-5}$J. Biết lực phục hồi cực đại tác dụng vào vật là $1,5.10^{-3}$N, chu kì dao động T = 2s. Tại thời điểm ban đầu vật đang chuyển động nhanh dần và đi theo chiều âm, với gia tốc có độ lớn $2\pi^2$ cm/s^2. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 4\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$cm
B. $x = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm

C. $x = 4\sqrt{3}\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$cm
D. $x = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$cm

Hướng dẫn giải:

Phương trình dao động có dạng:

$x = A\cos(\omega t + \varphi)$ với $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ (rad/s).

Ta có: $\frac{E}{F_{max}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{kA} = \frac{A}{2} = \frac{3.10^{-5}}{1,5.10^{-3}} = 2.10^{-2}\text{m} \Rightarrow A = 4\text{cm}$

Theo đề ra, tại thời điểm ban đầu, vật đang chuyển động nhanh dần và đi theo chiều âm nên vật sẽ nằm ở bên phần dương của hệ trục tọa độ, tức là $x > 0$ $\Rightarrow a = -\omega^2 x < 0$ do đó $a = -2\pi^2$ cm/s^2. Vậy tại thời điểm t = 0 thì:

$$\begin{cases} v_0 = -A\omega\sin\varphi < 0 \\ a_0 = -A\omega^2\cos\varphi = -2\pi^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4\pi\sin\varphi < 0 \\ -4\pi^2\cos\varphi = -2\pi^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi > 0 \\ \cos\varphi = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}.$$

$\Rightarrow$ Phương trình dao động của vật là: $x = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm} \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 4: Con lắc lò xo bố trí theo phương thẳng đứng xuôi gồm vật nhỏ có khối lượng m và lò xo nhẹ có độ cứng k. Biết tỉ số giữa lực đàn hồi cực tiểu và trọng lượng của vật bằng $\frac{1}{2}$. Thời gian ngắn nhất kể từ lúc vận tốc cực đại đến khi gia tốc cực đại là $\frac{\pi}{20}$s. Tại thời điểm $\frac{\pi}{20}$s vật qua vị trí có li độ $x = 2,5\sqrt{3}$ cm và chuyển động theo chiều dương. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 5\cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$cm.
B. $x = 5\cos\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right)$cm.

C. $x = 5\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$cm.
D. $x = 5\cos\left(20t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm.

Hướng dẫn giải:

Phương trình dao động có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Vì vận tốc cực đại tại VTCB còn gia tốc cực đại tại biên $\Rightarrow$ Thời gian ngắn nhất khi vật đi qua hai vị trí đó là

$\frac{T}{4}$, suy ra $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{20} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\,rad/s$.

Khi vật tại vị trí cân bằng thì $\Delta\ell_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{10^2} = 0,1m$.

Theo đề ra thì: $\frac{1}{2} = \frac{F_{đh\,min}}{mg} = \frac{k(\Delta\ell_0 - A)}{k\Delta\ell_0} = \frac{\Delta\ell_0 - A}{\Delta\ell_0} = \frac{0,1 - A}{0,1}$

$\Rightarrow A = 0,05(m) = 5(cm)$

Tại $t = \frac{\pi}{20}s$ có: $\begin{cases} x = 5\cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = 2,5\sqrt{3} \\ v = -A\omega\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3}$

Vậy phương trình dao động của vật là $x = 5\cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right)$cm.

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật nặng có khối lượng m = 250g. Chọn trục tọa độ Ox thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại VTCB, kéo vật xuống dưới vị trí VTCB sao cho lò xo dãn 6,5cm rồi thả nhẹ để vật dao động điều hòa với năng lượng 80mJ. Lấy gốc thời gian lúc thả vật, $g = 10m/s^2$. Phương trình dao động của vật có biểu thức nào sau đây?

A. $x = 6,5\cos 20t$ cm . B. $x = 6,5\cos 5\pi t$ cm .

C. $x = 4\cos 5\pi t$ cm . D. $x = 4\cos 20t$ cm .

Hướng dẫn giải:

Phương trình dao động có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ (cm)

Phương trình vận tốc: $v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$ (cm/s)

Ta có $W = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m(\omega A)^2 \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2.80.10^{-3}}{0,25}} = 0,8\,(1)$

Vì kéo vật xuống dưới VTCB để lò xo dãn 6,5cm rồi thả nhẹ nên ta có

$A + \Delta\ell_0 = 6,5cm \Leftrightarrow A + \frac{g}{\omega^2} = 0,065$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được $\frac{0,8}{\omega} + \frac{10}{\omega^2} = 0,065 \Rightarrow 0,065\omega^2 - 0,8\omega - 10 = 0$

$\Rightarrow \omega = 20$ rad/s

(1) $\Rightarrow A = 0,04m = 4cm$

Khi t = 0 thì $x = A \Rightarrow A\cos\varphi = A \Rightarrow \varphi = 0$

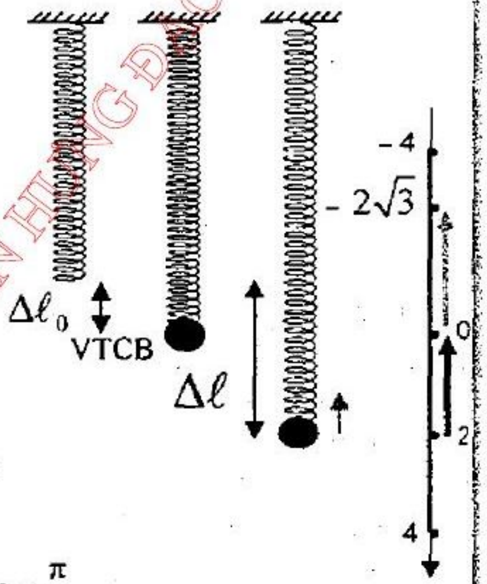
Vậy $x = 4\cos 20t$ cm $\Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có **k = 100N/m**, đầu dưới móc vật m = 100g. Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống dưới sao cho lò xo dãn 3 cm rồi truyền cho vật vận tốc $20\pi\sqrt{3}$ cm/s hướng lên. Chọn chiều dương hướng xuống, gốc O trùng với VTCB, gốc thời gian lúc truyền vận tốc.

a. Tìm phương trình dao động của vật?

b. Tại thời điểm $t = \frac{T}{4}$ hãy tìm: Quãng đường vật đã đi được. Độ lớn và chiều của lực phục hồi và lực đàn hồi tác dụng lên vật?

Hướng dẫn giải:



a . Ta có: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10\pi$ rad/s

Ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell_0 = \frac{m.g}{k} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01(m) = 1(cm)$$

nên vị trí kích thích cách VTCB đoạn:

$$x = \Delta\ell - \Delta\ell_0 = 3 - 1 = 2cm$$

⇒ Biên độ dao động

$$A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \sqrt{(2)^2 + \left(\frac{20\pi\sqrt{3}}{10\pi}\right)^2} = 4 \text{ cm}$$

Tại t = 0, có: $\begin{cases} x = 4\cos\varphi = 2 \\ v = -40\pi\sin\varphi = -20\pi\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$

Vậy $x = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$cm.

b. Tại thời điểm $t = \frac{T}{4}$ thì $\begin{cases} x = 4\cos\left(10\pi.\frac{T}{4} + \frac{\pi}{3}\right) = -2\sqrt{3}\text{cm} \\ v = -10\pi\sin\left(10\pi.\frac{T}{4} + \frac{\pi}{3}\right) < 0 \end{cases}$ như hình vẽ nên:

- + Quãng đường vật đi được là $S = S_1 + S_2 = 2 + 2\sqrt{3} \approx 5,46(cm)$
- + Độ dời khỏi VTCB của vật là $|x| = 2\sqrt{3}$cm nên lực phục hồi có độ lớn $F_{ph} = k.|x| = 100.2\sqrt{3}.10^{-2} = 2\sqrt{3}(N)$ có chiều hướng về VTCB, tức là hướng xuống dưới.
- + Tại vị trí $x = -2\sqrt{3}$cm thì lò xo bị nén một đoạn $2\sqrt{3} - 1 \approx 2,46$cm nên lực đàn hồi của lò xo tại vị trí này lên vật là lực đẩy hướng xuống với độ lớn $F_{dh} = k.|\Delta\ell'| = 100.2,46.10^{-2} = 2,46(N)$

Bài tập tương tự: Con lắc lò xo dao động với tần số góc $\omega = 10\pi$rad/s. Thời điểm ban đầu, người ta kéo dời vật xa VTCB một đoạn x = 10cm rồi truyền cho nó một vận tốc nào đó. Sau khoảng thời gian $\frac{31}{120}$s thấy vật đi qua vị trí có li độ $\frac{A}{\sqrt{2}}$.

Phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 20\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$cm B. $x = 10\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$cm

C. $x = 10\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$cm D. $x = 20\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$cm

DẠNG 7: Dạng bài liên quan đến cắt – ghép lò xo

Phương pháp giải:

- Cắt lò xo: Nếu các lò xo có độ cứng $k_1, k_2, \ldots, k_n$ có chiều dài tự nhiên $l_1, l_2, \ldots, l_n$ bản chất giống nhau (hoặc được cắt từ cùng một lò xo ban đầu k_o, l_o) thì:
  $k_1 l_1 = k_2 l_2 = \ldots = k_o l_o$
  Vậy nếu biết k_o của một lò xo có chiều dài ban đầu l_o thì ta có thể tìm k' của một đoạn lò xo có chiều dài l' được cắt từ lò xo đó theo biểu thức $\boxed{k' = k.\frac{l_0}{l'}}$ (k' > k)
- Ghép lò xo. Chu kì của vật tính theo $k_{hệ}$ qua biểu thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{hệ}}}$

Nếu các lò xo mắc nối tiếp: $\frac{1}{k_{nt}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots + \frac{1}{k_n}$

- ◆ Công thức tính nhanh $\boxed{T_{nt}^2 = T_1^2 + T_2^2 + \ldots + T_n^2}$

($T_1, T_2, \ldots T_n$ là chu kì khi ghép vật m với từng lò xo $k_1, k_2, \ldots k_n$).

Nếu các lò xo mắc song song: $k_{ss} = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$

- ◆ Công thức tính nhanh $\boxed{\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \ldots + \frac{1}{T_n^2}}$

Ví dụ 1: Lò xo ban đầu có độ cứng $k_0 = 60$N/m, được cắt thành hai lò xo ℓ_1 và ℓ_2 theo tỉ lệ $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{3}{2}$. Gọi k_1, k_2 và k_h độ cứng của từng lò xo và của hệ hai lò xo khi mắc chúng song song. Hãy chọn phương án đúng

A. $k_1 = 100$ N/m; $k_2 = 150$ N/m; $k_h = 250$ N/m.

B. $k_1 = 150$ N/m; $k_2 = 100$ N/m; $k_h = 250$ N/m.

C. $k_1 = 100$ N/m; $k_2 = 200$ N/m; $k_h = 300$ N/m.

D. $k_1 = 300$ N/m; $k_2 = 200$ N/m; $k_h = 500$ N/m.

Hướng dẫn giải:

Đây là dạng bài cắt và ghép lò xo, yêu cầu biết vận dụng công thức tính độ cứng $k = E\dfrac{S}{\ell}$ *và công thức hệ ghép.*

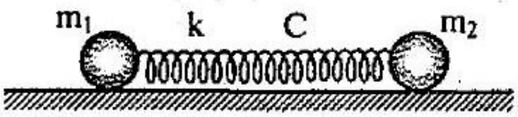
+ Độ cứng k_1, k_2 của từng phần lò xo nhỏ được tính từ hệ: $\begin{cases} k_0\ell_0 = k_1\ell_1 = k_2\ell_2 \\ \ell_1 + \ell_2 = \ell_0 \end{cases}$

$$\Rightarrow k_0\ell_0 = k_1.\frac{3\ell_0}{5} = k_2.\frac{2\ell_0}{5} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \dfrac{5k_0}{3} = \dfrac{5.60}{3} = 100 \text{ N/m} \\ k_2 = \dfrac{5k_0}{2} = \dfrac{5.60}{2} = 150 \text{ N/m} \end{cases}$$

+ Độ cứng của hệ 2 lò xo ghép song song:

$k_h = k_{//} = k_1 + k_2 = 100 + 150 = 250$ N/m $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 2: Cho một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên $\ell_0 = 1$ m. Hai vật $m_1 = 600$ g và $m_2 = 1$ kg được gắn vào hai đầu A và B của lò xo. Chúng có thể di chuyển không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Gọi C là một điểm trên lò xo. Giữ cố định C và cho 2 vật dao động điều hòa thì thấy chu kì của chúng bằng nhau. Vị trí điểm C cách điểm A ban đầu một đoạn là



A. 37,5 cm. B. 62,5 cm. C. 40 cm. D. 60 cm.

Hướng dẫn giải:

+ Khi giữ cố định C, C sẽ chia hệ trên thành 2 con lắc. Theo đề ra $T_1 = T_2$

$$\Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \Rightarrow \frac{m_1}{k_1} = \frac{m_2}{k_2} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{E\dfrac{S}{\ell_2}}{E\dfrac{S}{\ell_1}} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1000}{600} = \frac{5}{3} \qquad (1)$$

+ Mặt khác: $\ell_1 + \ell_2 = \ell_0 = 100$ (2)

Từ (1) và (2) ta được $\ell_1 = 62{,}5$ cm $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo có chiều dài tự nhiên là ℓ_0, độ cứng k, vật nhỏ khối lượng m, có chu kì 2s. Nếu cắt bớt lò xo đi 20cm rồi cho con lắc dao động điều hòa thì chu kì của nó là $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ (s). Hỏi nếu cắt bớt lò xo thêm 20cm nữa rồi cho con lắc dao động điều hòa thì chu kì của nó là bao nhiêu?

A. 1 (s) B. 1,41 (s) C. 0,85 (s). D. 1,55 (s)

Hướng dẫn giải:

+ Khi còn nguyên chiều dài ℓ_0 thì độ cứng là k_0 nên chu kì $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_0}}$ (1)

+ Khi cắt đi 20cm lần thứ nhất, chiều dài còn lại là ℓ_1 thì độ cứng là k_1 nên chu kỳ $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$ (2)

Chia vế với vế của (1) và (2) được $\frac{T_0}{T_1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_0}} \Rightarrow \frac{k_1}{k_0} = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^2 = \frac{5}{4}$

Mặt khác $\frac{k_1}{k_0} = \frac{\ell_0}{\ell_1}$ nên $\ell_1 = \frac{4}{5}\ell_0$, điều này có nghĩa là cắt 20cm lần 1 ta đã bỏ đi $\frac{1}{5}$ chiều dài ban đầu.

+ Vậy nếu cắt thêm 20cm nữa thì tổng cộng đã bỏ đi $\frac{2}{5}$ chiều dài ban đầu nên chiều dài còn lại $\ell_2 = \frac{3}{5}\ell_0 \Rightarrow k_2 = \frac{5}{3}k_0$

$$\Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{5}{3}k_0}} = \sqrt{\frac{3}{5}}.2\pi\sqrt{\frac{m}{k_0}} = \sqrt{\frac{3}{5}}.T_0 = 1,55s \Rightarrow \textit{Đáp án D.}$$

Ví dụ 4: Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 10 cm rồi thả nhẹ, khi vật cách vị trí cân bằng 5 cm thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Biên độ dao động mới của vật là

A. 5cm. B. 7,5cm. C. $2,5\sqrt{7}$cm. D. $2,5\sqrt{5}$cm.

Hướng dẫn giải:

+ Lúc đầu con lắc dao động với tất cả chiều dài lò xo ℓ có độ cứng k. Cơ năng của vật là $E = \frac{1}{2}kA^2$

+ Tại $x = 5 = \frac{10}{2} = \frac{A}{2}$ thì thế năng $E_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{4}E$

Do giữ chặt điểm giữa của lò xo nên phần thế năng này được chia đều cho 2 phần, mỗi phần có $E_{t_1} = E_{t_2} = \frac{E_t}{2} = \frac{1}{8}E$

+ Một phần của lò xo bị loại bỏ, nó mang theo phần thế năng $E_{t_1} = \frac{1}{8}E$ do đó cơ năng còn lại của con lắc chỉ là

$$E' = E - E_t = E - \frac{1}{8}E = \frac{7}{8}E = \frac{7}{8}.\frac{1}{2}kA^2 \quad (1)$$

+ Mặt khác, khi con lắc dao động với phần chiều dài $\ell' = \frac{\ell}{2}$ thì độ cứng mới $k' = 2k$. Cơ năng mới của vật là $E' = \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{1}{2}2kA'^2 = kA'^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $kA'^2 = \frac{7}{8}.\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{7}}{4}A = 2,5\sqrt{7}\text{cm} \Rightarrow$ *Chọn C.*

Sau khi hiểu, ta cũng có thể làm vắn tắt như sau:

Tư duy: Cơ năng sau bằng cơ năng đầu trừ đi phần thế năng bị mất ở đoạn lò xo bị giữ.

Biến đổi: $E' = E - E_t^{loss}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$$

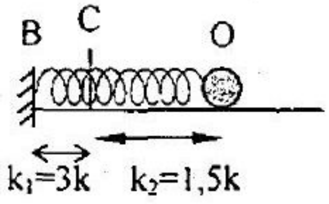
$$\Rightarrow \frac{1}{2}.2k.A'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) \Rightarrow A' = 2,5\sqrt{7}\text{cm}$$

Ví dụ 5: Một đầu của lò xo được giữ cố định vào điểm B, đầu còn lại O gắn với vật nặng khối lượng m. Cơ hệ bố trí nằm ngang, vật dao động điều hòa với biên độ A. Khi vật chuyển động qua vị trí có động năng gấp 16/9 lần thế năng thì giữ cố định điểm C ở trên lò xo với CO = 2CB. Vật sẽ tiếp tục dao động với biên độ dao động mới bằng

A. $\frac{A\sqrt{22}}{5}$ B. $\frac{A\sqrt{20}}{5}$ C. 0,766A D. 0,684A

Hướng dẫn giải:

Tại vị trí có động năng gấp 16/9 lần thế năng ta có



$$\begin{cases} E_d = \frac{16}{9}E_t \\ E_d + E_t = E \end{cases} \Rightarrow E_t = 0,36E$$

Như vậy phần thế năng ở đoạn lò xo bị loại bỏ k_1 đang "nắm giữ" là $E_{t1} = \frac{1}{3}E_t = 0,12E$ nên cơ năng còn lại của k_2 là $E' = 0,88E$ mà $W' = \frac{1}{2}k_2A_2^2$

$\Rightarrow A_2 = 0,766A$

Sau khi hiểu, ta cũng có thể làm vắn tắt như sau:

Khi $E_d = \frac{16}{9}.E_t \Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{\frac{16}{9}+1}} = \pm\frac{3A}{5}$

$E' = E - E_t^{loss}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) \Rightarrow \frac{1}{2}.\frac{3}{2}k.A'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}k.\frac{9}{25}A^2\right)$$

$$\Rightarrow A' = 0,766A$$

Ví dụ 6: Con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang không ma sát. Khi vật ở vị trí biên, ta giữ chặt một phần của lò xo làm cơ năng của vật giảm 10% thì biên độ dao động của vật sẽ

A. giảm $\sqrt{10}$ % B. tăng $\sqrt{10}$ % C. giảm 10% D. tăng 10%

Hướng dẫn giải:

Năng lượng bị mất là do một phần thế năng đang tồn tại ở đoạn lò xo bị giữ

$$E' = \frac{1}{2}kA^2 - n\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = \frac{1}{2}kA^2 - n\left(\frac{1}{2}kA^2\right) \quad (1)$$

Theo đề bài, ta có : $E' = 0,9E = 0,9.\frac{1}{2}kA^2$ (2)

Từ (1) và (2) thu được $\frac{1}{2}kA^2 - n\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = 0,9.\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow n = 0,1$ hay $n = \frac{1}{10}$

tức là ta đã giữ để loại bỏ $\frac{1}{10}$ chiều dài lò xo hiện trạng $\Rightarrow$ chiều dài lò xo còn lại để vật dao động là $\frac{9}{10}\ell_0 \Rightarrow k' = \frac{10}{9}k$ thay trở lại biểu thức (2), ta được

$$\frac{1}{2}k'A'^2 = 0,9.\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \frac{1}{2}.\frac{10}{9}kA'^2 = \frac{9}{10}.\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A' = \frac{9}{10}A \Rightarrow$$ *Đáp án C.*

Bài tập tương tự:

Bài 1: Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm lò xo có độ cứng k = 18 N/m và vật nặng khối lượng m = 200 g. Đưa vật đến vị trí lò xo dãn 10 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hoà. Sau khi vật đi được 2 cm thì giữ cố định lò xo tại điểm cách đầu cố định một đoạn bằng 1/4 chiều dài của lò xo khi đó. Vật tiếp tục dao động điều hòa với cơ năng bằng

A. 103,4 mJ B. 106,5 mJ C. 92,6 mJ D. 75,6 mJ

Gợi ý: Ta có : $E' = E - E_t^{loss} = E - \frac{1}{4}E_t = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$

$$E' = \frac{1}{2}k\left(A^2 - \frac{x^2}{4}\right) = \frac{1}{2}.18\left(10^2 - \frac{8^2}{4}\right).10^{-4} = 0,0756J$$

Bài 2: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang. Lúc đầu vật dao động điều hoà với chu kì T, biên độ A. Khi vật chuyển động qua vị trí có động năng bằng thế năng thì giữ cố định một điểm C ở trên lò xo sao cho chu kì dao động mới $T' = \frac{T}{2}$. Tìm biên độ dao động mới?

Gợi ý: Khi động năng bằng thế năng thì $E_t = \frac{1}{2}E$

Vì $T' = \frac{T}{2} \Rightarrow k' = 4k \Rightarrow \ell' = \frac{1}{4}\ell$ tức đã loại bỏ đi $\frac{3}{4}\ell \Rightarrow$ phần thế năng bị mất

$$E_t^{loss} = \frac{3}{4}E_t = \frac{3}{4}.\frac{1}{2}E = \frac{3}{8}E$$

Khi đó $E' = E - E_t^{loss} = E - \frac{3}{8}E = \frac{5}{8}E \Rightarrow \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{5}{8}\frac{1}{2}kA^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}.4k.A'^2 = \frac{5}{8}.\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A'^2 = \frac{5}{32}.A^2 \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{5}{32}}.A$$

Bài 3: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang. Lúc đầu vật dao động điều hoà với chu kì T, biên độ A. Khi vật chuyển động qua vị trí có động năng gấp 3 lần thế năng thì giữ cố định một điểm C ở trên lò xo. Kể từ thời điểm giữ chặt điểm C, vật dao động với biên độ mới $A' = \frac{A}{2}$. Tìm vị trí điểm giữ C?

Gợi ý: Khi động năng gấp 3 lần thế năng thì $E_t = \frac{1}{4}E$

Khi giữ chặt điểm C, lò xo bị giữ n phần (n < 1) thì $E' = E - E_t^{loss} = E - n\frac{1}{4}E$

Phần lò xo còn tham gia dao động là $1 - n$ nên có độ cứng $k' = \frac{k}{1-n}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{k}{1-n}A'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - n.\frac{1}{4}.\frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-n}A'^2 = A^2 - n.\frac{1}{4}.A^2 \quad \Rightarrow \frac{1}{1-n}\frac{A^2}{4} = A^2 - n.\frac{1}{4}.A^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-n}.\frac{1}{4} = 1 - n.\frac{1}{4} \Rightarrow n^2 - 5n + 3 = 0 \Rightarrow n = 0,697 \approx 0,7$$

Tức là đã giữ điểm C để loại bỏ 70% chiều dài hiện trạng của lò xo tại thời điểm giữ

DẠNG 8: Các bài toán về va chạm và điều kiện để vật dao động điều hòa

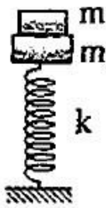
Phương pháp giải:

+ Bắn một vật m_0 với vận tốc v_0 vào vật M đang đứng yên, vận tốc của từng vật sau va chạm phụ thuộc tính chất va chạm:

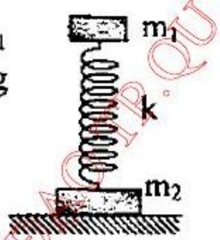
– Nếu là va chạm mềm: $v' = \frac{m_0 v_0}{m_0 + M}$

– Nếu là va chạm đàn hồi: $v_M = \frac{2m_0 v_0}{m_0 + M}$; $v_{m_0} = v_0\frac{m_0 - M}{m_0 + M}$

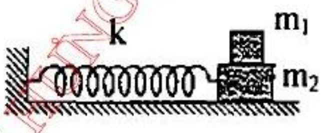
+ Điều kiện của biên độ dao động



- * Vật m_1 được đặt trên vật m_2 dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Để m_1 luôn nằm yên trên m_2 trong quá trình dao động thì $A \le \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



- * Vật m_1 và m_2 được gắn vào hai đầu lò xo đặt thẳng đứng, m_1 dao động điều hoà. Để m_2 luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình m_1 dao động thì $A \le \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$



- * Vật m_1 đặt trên vật m_2 dao động điều hoà theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa m_1 và m_2 là μ, bỏ qua ma sát giữa m_2 và mặt sàn. Để m_1 không trượt trên m_2 trong quá trình dao động thì $A \le \mu\frac{g}{\omega^2} = \mu\frac{(m_1 + m_2)g}{k}$

Ví dụ 1: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng k = 400 N/m, một đầu cố định, đầu còn lại gắn với vật nhỏ M = 4 kg. Khi vật M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì vật nhỏ m = 1 kg chuyển động với vận tốc v_0 = 2 m/s dọc theo trục lò xo đến va chạm mềm vào nó. Biên độ dao động của hệ hai vật (M + m) là

A. 2,82 cm. B. 4,00 cm. C. 4,47 cm. D. 5,00 cm.

Hướng dẫn giải:

Từ định luật bảo toàn động lượng $m\vec{v}_0 + M\vec{0} = (m + M)\vec{v}'$ ta được

vận tốc của hệ hai vật sau va chạm là: $v' = \frac{m.v_0}{m+M} = \frac{1.2}{1+4} = 0,4(m/s)$

Vận tốc v' này ở VTCB nên để tìm biên độ, ta có 2 cách :

Cách 1: $A = \frac{v'}{\omega'} = \frac{v'}{\sqrt{\frac{k}{(M+m)}}} = v'.\sqrt{\frac{(M+m)}{k}} = 0,4\sqrt{\frac{5}{400}} = 0,0447\,(m)$

Cách 2 : $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(M+m)v'^2$

$$\Rightarrow A = v'.\sqrt{\frac{(M+m)}{k}} = 0,4\sqrt{\frac{5}{400}} = 0,0447\,(m) = 4,47(cm) \Rightarrow \textit{Chọn C.}$$

Ví dụ 2: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng k = 800 N/m, một đầu cố định, đầu còn lại gắn với vật nhỏ M = 2 kg. Khi vật M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì vật nhỏ m = 400g chuyển động với vận tốc v_0 = 3 m/s dọc theo trục lò xo đến va chạm đàn hồi vào nó. Biên độ dao động của vật M sau va chạm là

A. 2,82 cm. B. 4,00 cm. C. 4,47 cm. D. 5,00 cm.

Hướng dẫn giải:

Từ định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng ta có hệ:

$$\begin{cases} mv_0 = mv_m + Mv_M \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 \end{cases}$$

Giải ra được vận tốc của vật M là: $v_M = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2.0,4.3}{0,4+2} = 1(m/s)$

Vận tốc v_M này ở VTCB nên để tìm biên độ, ta có 2 cách :

Cách 1: $A = \frac{v_M}{\omega} = v_M\sqrt{\frac{M}{k}} = 1.\sqrt{\frac{2}{800}} = 0,05(m) = 5(cm)$

Cách 2 : $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}Mv_M^2 \Rightarrow A = 5(cm)$ $\Rightarrow$ *Chọn D.*

Ví dụ 3: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng k = 50 N/m và vật nhỏ M = 500g dao động điều hoà với biên độ A_0. Đúng vào thời điểm vật M có tốc độ bằng không thì một vật nhỏ có khối lượng m = 500/3 g chuyển động dọc theo trục lò xo với tốc độ 1 (m/s) va chạm đàn hồi với M. Biết rằng sau va chạm, vật M dao động điều hoà với biên độ mới A' = 10 cm. Giá trị của biên độ cũ A_0 là

A. $5\sqrt{3}$ cm. B. $5\sqrt{2}$ cm. C. 4 cm. D. 5 cm.

Hướng dẫn giải:

Vận tốc của vật M sau va chạm đàn hồi là:

$$v_M = \frac{2mv_0}{m+M} = \frac{2.\frac{0,5}{3}.1}{\frac{0,5}{3}+0,5} = 0,5(m/s) = 50(cm/s)$$

Sử dụng phương trình độc lập: $A'^2 = x^2 + \frac{v_M^2}{\omega^2}$ với $x = \pm A_0$ và

$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10(rad/s)$ ta được: $10^2 = A_0^2 + \frac{50^2}{10^2}$ suy ra $A_0 = 5\sqrt{3}(cm)$

$\Rightarrow$ *Chọn A.*

Vận dụng : Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng k = 50 N/m và vật nhỏ M = 200g dao động điều hoà với biên độ A = 4 cm. Đúng vào thời điểm vật M có tốc độ bằng không thì một vật nhỏ có khối lượng m = 50 g chuyển động dọc theo trục lò xo với tốc độ $200\sqrt{2}$ cm/s va chạm đàn hồi với M. Sau va chạm, vật M sẽ dao động điều hoà với biên độ mới A' là

A. $5\sqrt{3}$ cm. B. $5\sqrt{2}$ cm. C. 8,6 cm. D. 8,2 cm.

Ví dụ 4: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang gồm vật nhỏ M có khối lượng 900 g dao động điều hòa với biên độ 4 cm. Khi M qua vị trí cân bằng, người ta thả nhẹ vật m có khối lượng 700 g lên M sao cho m dính chặt ngay vào M. Biên độ dao động mới của hệ m và M là

A. $3\sqrt{2}$ cm. B. $2\sqrt{2}$ cm. C. 3 cm. D. 4 cm.

Hướng dẫn giải:

Từ định luật bảo toàn động lượng $m.\vec{0}+M.\vec{v}_{max}=(m+M)\vec{v}'$ ta được quan hệ

đại số $M.v_{max}=(m+M)v' \Rightarrow M.\sqrt{\frac{k}{M}}.A=(m+M).\sqrt{\frac{k}{(m+M)}}.A'$

Thu được $A'=A\sqrt{\frac{M}{m+M}}=4\sqrt{\frac{900}{700+900}}=3\text{cm} \Rightarrow$ *Chọn C.*

Ví dụ 5: Một lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng M = 1,6 kg dao động điều hòa theo phương ngang. Thời điểm ban đầu vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 3 m/s. Sau khi dao động được 5,75 chu kì, người ta đặt nhẹ lên trên M một vật có khối lượng m = 900 g để hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa. Tốc độ dao động cực đại của hệ hai vật có thể đạt được là

A. 2,0 m/s. B. 4,0 m/s. C. 2,5 m/s. D. 2,4 m/s.

Hướng dẫn giải:

Sau 5,75 chu kì vật M ra đến biên, tại đây tốc độ của M bằng 0, nên sau khi thả nhẹ vật m, thì tại điểm này hệ (M + m) vẫn có tốc độ bằng 0, tức là vẫn là điểm biên của hệ hai vật $\Rightarrow A'=A$

Viết : $\frac{v'_{max}}{v_{max}}=\frac{\omega'A'}{\omega A}=\frac{\sqrt{\frac{k}{M+m}}}{\sqrt{\frac{k}{M}}}=\sqrt{\frac{M}{M+m}}=\sqrt{\frac{1,6}{1,6+0,9}}=\frac{4}{5}$

$\Rightarrow v'_{max}=\frac{4}{5}v_{max}=\frac{4}{5}.3=2,4\text{m/s} \Rightarrow$ *Chọn D.*

Ví dụ 6: Con lắc lò xo có độ cứng 200 N/m treo vật nặng khối lượng M = 1 kg đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 12,5 cm. Khi M xuống đến vị trí thấp nhất thì có một vật nhỏ khối lượng m = 500 g bay theo phương thẳng đứng với tốc độ 6 m/s tới dính chặt vào M. Biên độ dao động của hệ hai vật sau va chạm là

A. $10\sqrt{3}$ cm. B. $10\sqrt{2}$ cm. C. 20 cm. D. 25 cm.

Hướng dẫn giải:

Tốc độ của hệ hai vật sau va chạm không đàn hồi là:

$$v'=\frac{m.v_0}{m+M}=\frac{0,5.6}{0,5+1}=2(\text{m/s})=200(\text{cm/s})$$

Do có thêm vật m nên hệ (M + m) sẽ dao động xung quanh VTCB mới, vị trí này ở thấp hơn VTCB cũ một đoạn:

$$L=\Delta\ell_{02}-\Delta\ell_{01}=\frac{(m+M)g}{k}-\frac{Mg}{k}=\frac{mg}{k}=\frac{0,5.10}{200}=0,025m=2,5cm$$

Vị trí kích thích cách VTCB mới một đoạn $x=A_0-L=12,5-2,5=10cm$

$$\text{Vậy: } A=\sqrt{x^2+\frac{v'^2}{\omega^2}}=\sqrt{x^2+v'^2.\frac{m+M}{k}}=\sqrt{10^2+200^2\frac{0,5+1}{200}}=20cm$$

$\Rightarrow$ *Chọn C.*

Ví dụ 7: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo với biên độ 5 cm. Biết lò xo nhẹ có độ cứng k = 100 N/m, vật nhỏ có khối lượng M = 100 g. Lấy gia tốc trọng trường g = 10 (m/s^2). Lúc M ở dưới vị trí cân bằng 3 cm, một vật có khối lượng m = 0,3 kg đang chuyển động cùng vận tốc tức thời như M đến dính chặt vào M và cùng dao động điều hòa. Biên độ dao động mới của hệ sẽ là

A. 8 cm. B. $6\sqrt{2}$ cm. C. $6\sqrt{3}$ cm. D. $5\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn giải:

VTCB mới ở thấp hơn VTCB cũ một đoạn:

$$L=\Delta\ell_{02}-\Delta\ell_{01}=\frac{(m+M)g}{k}-\frac{Mg}{k}=\frac{mg}{k}=\frac{0,3.10}{100}=0,03m=3cm$$

Tốc độ của hệ lúc tác động là $v_1^2=\omega^2\left(A^2-x_1^2\right)=\frac{k}{M}\left(A^2-x_1^2\right)$

So với VTCB mới, vị trí tác động cách một khoảng $x=x_1-L=0$

$$\text{Vậy: } A=\sqrt{x^2+\frac{v'^2}{\omega^2}}=\sqrt{0^2+\frac{k}{M}\left(A^2-x_1^2\right).\frac{m+M}{k}}=\sqrt{\left(A^2-x_1^2\right)\frac{m+M}{M}}$$

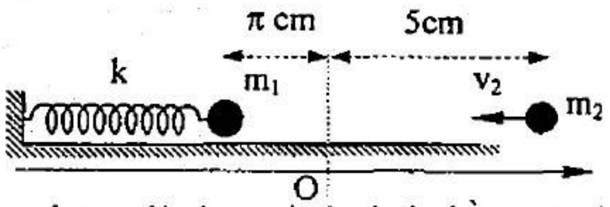
$A=\sqrt{\left(0,05^2-0,03^2\right)\frac{0,1+0,3}{0,1}}=0,08(m)$ $\Rightarrow$ *Chọn A.*

Ví dụ 8: Con lắc lò xo có k = 200N/m, m_1 = 200g. Kéo m_1 đến vị trí lò xo nén một đoạn là π (cm) rồi buông nhẹ. Cùng lúc đó, một vật có khối lượng m_2 = 100g bay theo phương ngang với vận tốc v_2 = 1m/s cách vị trí cân bằng của m_1 một khoảng bằng 5 (cm) đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với m_1. Biên độ của vật m_1 sau va chạm là

A. $\frac{\pi}{4}$ cm B. $\frac{\pi}{3}$ cm C. $\frac{\pi}{5}$ cm D. $\frac{\pi}{2}$ cm

Hướng dẫn giải:

+ Con lắc lò xo có $\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1}}=10\pi$ rad/s, vì thả nhẹ nên biên độ dao động của m_1 lúc đầu là A = π (cm)



+ m_1 và m_2 sẽ va chạm với nhau tại vị trí cân bằng sau thời gian 0,05s = T/4 (vì trong thời gian này m_1 về đến VTCB O còn m_2 đi được đoạn đúng bằng 5cm)

+ Ngay trước khi va chạm, vật m_1 có $v_1 = v_{1max} = \omega A = 10\pi.\pi = 1m/s$, còn m_2 có $v_2 = -1m/s$ (chiều dương như hình vẽ)

+ Gọi v'_1 và v'_2 là các vận tốc của các vật ngay sau va chạm. Áp dụng ĐLBT động lượng và động năng, ta có $\begin{cases} m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \\ \dfrac{m_1v_1^2}{2} + \dfrac{m_2v_2^2}{2} = \dfrac{m_1v_1'^2}{2} + \dfrac{m_2v_2'^2}{2} \end{cases}$ thay số và giải hệ có $v'_1 = -1/3$ (m/s)

+ Đó cũng chính là vận tốc của m_1 khi qua vị trí cân bằng theo chiều âm nhưng với biên độ mới được xác định qua $v'_1 = -\omega A' \Rightarrow A' = \dfrac{\pi}{3}$ cm

Vận dụng: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với chu kỳ $T = 2\pi$ (s), vật có khối lượng m. Khi lò xo có độ dài cực đại và vật có gia tốc – 2 (cm/s^2) thì một vật có khối lượng m_0 ($m = 2m_0$) chuyển động với tốc độ $3\sqrt{3}$ cm/s dọc theo trục của lò xo đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật m, có hướng làm lò xo nén lại. Quãng đường mà vật m đi được từ lúc va chạm đến khi vật m đổi chiều chuyển động là

A. 6,5 cm. B. 2 cm. C. 4 cm. D. 6 cm.

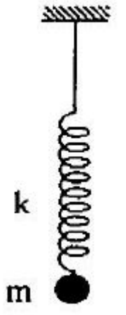
Ví dụ 9: Con lắc lò xo bố trí thẳng đứng, vật nặng khối lượng m = 200g treo phía dưới và vào đầu một lò xo nhẹ có độ cứng k = 50N/m. Đầu trên của lò xo lại được treo bởi một sợi dây mềm vào giá đỡ. Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng một đoạn Δl rồi thả nhẹ cho vật dao động. Lấy $g = 10m/s^2$. Muốn cho vật dao động điều hòa thì

A. $\Delta l > 5cm$ B. $\Delta l > 4cm$ C. $\Delta l \le 4cm$ D. $4cm < \Delta l \le 5cm$

Hướng dẫn giải:

+ Ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2.10}{50} = 0,04m = 4cm$$



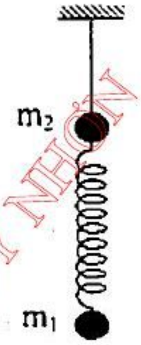
+ Dễ dàng thấy rằng biên độ dao động của vật $A = \Delta\ell$

+ Muốn vật dao động điều hòa thì điểm treo trên của lò xo phải cố định ⇒ sợi dây treo hệ con lắc luôn bị căng mà không bị chùng, điều này xảy ra khi lò xo luôn dãn, muốn vậy biên độ $A \le \Delta\ell_0 \Rightarrow \Delta\ell \le \Delta\ell_0$ hay $\Delta\ell \le 4cm$ ⇒ *Chọn C.*

Ví dụ 10: Cho hệ gồm hai vật được gắn tại hai đầu của lò xo có độ cứng k rồi treo lên sợi dây mềm, không co dãn như hình vẽ. Kích thích cho vật m_1 dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với biên độ A. Để m_1 dao động điều hoà, điều kiện biên độ dao động A của vật m_1 phải thỏa mãn

A. $0 < A \le \dfrac{(0,5m_1 + m_2)g}{k}$. B. $0 < A \le \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k}$.

C. $\dfrac{|m_1 - m_2|g}{k} < A \le \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k}$. D. $0 < A \le \dfrac{(m_1 + 0,5m_2)g}{k}$.



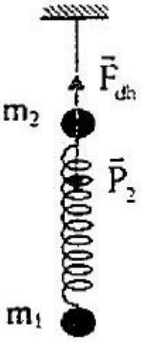
Hướng dẫn giải:

Ở vị trí cân bằng của m_1, nó làm lò xo dãn một đoạn: $\Delta\ell_0 = \dfrac{m_1 g}{k}$

Để vật m_1 dao động điều hoà thì vật m_2 phải đứng yên, muốn vậy sợi dây nối với m_2 phải luôn căng.

Trường hợp lò xo dãn thì luôn thỏa mãn điều đó.

Tuy nhiên, nếu xảy ra trường hợp có lúc lò xo bị nén thì sẽ xuất hiện lực đẩy của lò xo tác dụng lên m_2 hướng lên trên, và muốn sợi dây luôn căng thì lực nén cực đại của lò xo phải nhỏ hơn hoặc bằng trọng lực P_2, tức là:



$$F_{n\,max} \le P_2 \Rightarrow k(A - \Delta\ell_0) \le m_2 g \Rightarrow k\left(A - \frac{m_1 g}{k}\right) \le m_2 g$$

Từ đó suy ra điều kiện của biên độ là $0 \le A \le \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k}$

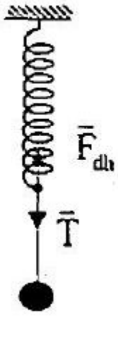
Ví dụ 11: Một lò xo nhẹ có độ cứng k = 50N/m, treo vào một điểm cố định. Một quả cầu khối lượng m = 100g được treo vào đầu dưới của lò xo bằng một đoạn dây mềm, nhẹ và không dãn. Từ vị trí cân bằng người ta truyền cho quả cầu tốc độ v_o hướng xuống dưới để quả cầu dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Giá trị của v_o phải thoả mãn

A. $v_o \le 11,0$cm/s. B. $v_o \le 22,1$cm/s. C. $v_o \le 2,00$cm/s. D. $v_o \le 44,1$cm/s.

Hướng dẫn giải:

Xét điểm nối giữa lò xo và dây treo, do khối lượng bằng 0 nên các lực tác dụng lên nó cân bằng lẫn nhau $\Rightarrow T = F_{dh} = k(x + \Delta\ell_0)$

Để vật dao động điều hòa thì sợi dây treo vật không được chùng mà phải luôn ở trạng thái căng, tức là $T \ge 0$, điều này sẽ luôn thỏa mãn nếu như lực nhỏ nhất lớn hơn không ($T_{min} \ge 0$)



Mà $T_{min} = F_{dh\,min} = k(\Delta\ell_0 - A) = k\left(\Delta\ell_0 - \dfrac{v_0}{\omega}\right)$

Nên ta được $k\left(\Delta\ell_0 - \dfrac{v_0}{\omega}\right) \ge 0 \Rightarrow v_0 \le g\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 0,44\text{m/s}$

Ví dụ 12: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ ở dưới có độ cứng k = 50 N/m, vật nhỏ có khối lượng M = 400 g ở trên. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$. Người ta đặt nhẹ lên M một gia trọng m = 50 g để cả hai vật cùng dao động điều hoà với biên độ A. Giá trị A không vượt quá

A. $6\sqrt{3}$ cm. B. $7\sqrt{2}$ cm. C. 8 cm. D. 9 cm.

Hướng dẫn giải:

Muốn 2 vật không rời nhau thì gia tốc của hệ vật không được vượt quá g, điều này luôn thỏa mãn nếu $a_{max} \le g$

$$\Rightarrow \omega^2 A \le g \Rightarrow A \le g.\frac{M+m}{k} = 10.\frac{0,4+0,05}{50} = 0,09\text{m} \Rightarrow \textit{Chọn D.}$$

Vận dụng: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Biết lò xo nhẹ ở dưới có độ cứng k = 50 N/m, vật nhỏ có khối lượng M = 400 g ở trên. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$. Người ta đặt nhẹ nhàng lên M một gia trọng m để cả hai vật cùng dao động điều hoà với biên độ 12cm. Giá trị m không được nhỏ hơn

A. 100g. B. 200 g. C. 300g. D. 400 g.

Ví dụ 13: Một quả cầu khối lượng M = 2 kg, gắn trên một lò xo nhẹ thẳng đứng có độ cứng k = 800 N/m, đầu dưới của lò xo gắn với một vật khác làm đế có khối lượng $M_đ$. Khi M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ có khối lượng m = 400g rơi tự do từ độ cao h = 1,8 m xuống va chạm đàn hồi với M. Lấy gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$. Sau va chạm vật M dao động điều hoà theo phương thẳng đứng trùng với trục của lò xo. Muốn đế không bị nhấc lên khỏi sàn thì $M_đ$ không nhỏ hơn

A. 4 kg. B. 5 kg. C. 6 kg. D. 7 kg.

Hướng dẫn giải:

+ Tốc độ của m ngay trước va chạm $v = \sqrt{2gh} = 6(m/s)$

+ Tốc độ của M sau va chạm đàn hồi $v_M = \dfrac{2mv}{m+M} = 2(m/s)$.

M sẽ dao động với biên độ $A = \dfrac{v_M}{\omega} = v_M.\sqrt{\dfrac{M}{k}} = 2.\sqrt{\dfrac{2}{800}} = 0,1(m)$

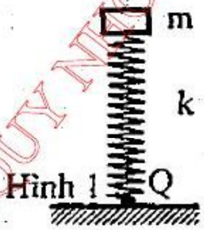
+ Nếu lò xo luôn bị nén thì đế luôn bị ép xuống, nhưng nếu ngoài nén còn dãn thì sẽ có lúc lò xo sinh lực kéo đế hướng lên phía trên. Muốn đế không bị nhấc lên khỏi sàn thì lực kéo lên của lực đàn hồi phải nhỏ hơn trọng lượng của đế. Điều này luôn thỏa mãn khi ta cho lực kéo lớn nhất $F_{max} \le M_d g$

mà $F_{max} = k(A - \Delta l_0) = k\left(A - \dfrac{Mg}{k}\right) = kA - Mg$

nên $kA - Mg \le M_d g \Rightarrow M_d \ge \dfrac{kA}{g} - M = \dfrac{800.0,1}{10} - 2 = 6(kg)$

Ví dụ 14:

1. Cho con lắc lò xo như hình 1. Vật nhỏ có khối lượng m =100g, lò xo nhẹ có độ cứng k = 40N/m lồng vào trục thẳng đứng, đầu dưới của lò xo gắn chặt với giá đỡ tại điểm Q. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = 10m/s^2$. Đưa vật đến vị trí lò xo bị nén một đoạn 4,5cm rồi thả nhẹ. Chọn trục tọa độ Ox theo phương thẳng đứng, gốc O ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng lên và gốc thời gian lúc thả vật.



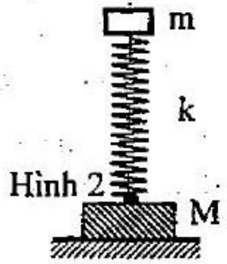
Hình 1

a. Viết phương trình dao động của vật.

b. Tìm thời điểm lò xo bị nén một đoạn 3,5cm lần thứ 35 và quãng đường vật đi được đến thời điểm đó?

c. Viết biểu thức lực đàn hồi của lò xo tác dụng lên giá đỡ theo thời gian.

2. Cho đầu dưới của lò xo gắn cố định vào vật thứ hai có khối lượng M = m và đặt trên bàn nằm ngang như hình 2. Đưa vật m đến vị trí lò xo không biến dạng rồi truyền cho nó vận tốc ban đầu $v_0 = 120cm/s$ hướng thẳng đứng xuống dưới. Chứng tỏ rằng đến một thời điểm nào đó vật M sẽ bị nhấc lên khỏi mặt bàn? Tính tốc độ của m ở thời điểm đó?



Hình 2

Hướng dẫn giải:

1.

a. Phương trình dao động có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow v = x' = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$

với $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 20(rad/s)$

Ở VTCB lò xo nén một đoạn $\Delta\ell_0 = \dfrac{mg}{k} = 2,5(cm)$

Tại t = 0 thì: $\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi = \Delta\ell_0 - \Delta\ell' = -2cm \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2cm \\ \varphi = \pi(rad) \end{cases}$

Vậy phương trình dao động là $x = 2\cos(20t + \pi)(cm)$

Tọa độ lò xo bị nén: $x_n = \Delta\ell_0 - \Delta\ell' = -1(cm)$, chu kì: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{\pi}{10}(s)$.

Vật qua vị trí có tọa độ x_n lần thứ 35 vào thời điểm:

$$t = \frac{T}{6} + \frac{35-1}{2}.T = \frac{103\pi}{60}(s) \approx 5,39(s)$$

Quãng đường vật đi được đến thời điểm đó: $S = 17.4A + \dfrac{A}{2} = 137(cm)$.

Lực đàn hồi tác dụng lên vật m: $F_{dh} = mg + ma = 1 - 0,8\cos(20t + \pi)(N)$.

Lực đàn hồi do lò xo tác dụng lên giá Q: $F'_{dh} = -F_{dh} = 0,8\cos(20t + \pi) - 1(N)$.

2.

Biên độ dao động của m là: $A = \sqrt{\Delta\ell_0^2 + \dfrac{v_0^2}{\omega^2}} = 6,5(cm)$.

Lực đàn hồi do lò xo tác dụng lên M: $F'_{dh} = mg - m\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$.

Để M đứng yên thì áp lực của nó tác dụng lên bàn phải thoã mãn điều kiện:

$N \ge 0 \Leftrightarrow Mg + mg - m\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) \ge 0 \;\; \forall t.$

$$\sqrt{\Delta\ell_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \le \frac{M+m}{m.\omega^2}g \Rightarrow \Delta\ell_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \le \left(\frac{M+m}{m.\omega^2}g\right)^2$$

$$\Rightarrow v_0^2 \le \left(\frac{M+m}{m.\omega^2}g\right)^2 \omega^2 - \Delta\ell_0^2.\omega^2. \Rightarrow v_0^2 \le \left(\frac{2}{\omega^2}g\right)^2 \omega^2 - \Delta\ell_0^2.\omega^2$$

$$\Rightarrow v_0^2 \le \frac{4.g^2}{\omega^2} - \Delta\ell_0^2.\omega^2$$

$$\Rightarrow v_0 \le \sqrt{\frac{4.g^2}{\omega^2} - \Delta\ell_0^2.\omega^2} = \sqrt{\frac{4.10^2}{20^2} - 0,025^2.20^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(m/s) = 86,6(cm/s)$$

Theo đề ra, $v_0 = 120cm/s$ lớn hơn giá trị giới hạn $86,6(cm/s)$ nên đến một thời điểm nào đó vật M sẽ bị nhấc lên khỏi bàn. Thời điểm M bắt đầu bị nhấc lên khỏi mặt bàn thì lò xo phải dãn một đoạn $\Delta\ell_0$, khi đó lực đàn hồi và trọng lực tác dụng lên nó cân bằng nhau $\Rightarrow Mg = k\Delta\ell_0 \Rightarrow \Delta\ell_0 = \dfrac{Mg}{k} = 2,5(cm)$. Lúc này vật m có tọa độ x = 5cm.

$\Rightarrow$ Tốc độ của vật m: $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 20\sqrt{6,5^2 - 5^2}(cm/s) \approx 83,1(cm/s)$.

Ví dụ 15: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng k = 100 N/m và quả cầu nhỏ bằng sắt có khối lượng M = 600 g có thể dao động không ma sát theo phương ngang Ox trùng với trục của lò xo. Một nam châm nhỏ có khối lượng m = 200 g được gắn với vật M, hai vật dính vào nhau nhờ lực từ và cùng dao động điều hòa với biên độ 10 cm. Để m luôn gắn với M thì lực hút (theo phương Ox) giữa chúng không nhỏ hơn

A. 2,5 N. B. 2 N. C. 3 N. D. 4 N.

Hướng dẫn giải:

Muốn m không tách khỏi M thì lực từ liên kết giữa chúng phải không được nhỏ hơn lực quán tính cực đại, tức là:

$$F_{lk} \ge m.\omega^2.A = m.\frac{k}{M+m}A = 0,2\frac{100}{0,6+0,2}.0,1 = 2,5N \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Ví dụ 16: Một tấm ván M nằm ngang trên đó có một vật m tiếp xúc phẳng. Tấm ván dao động điều hòa theo phương nằm ngang với biên độ 10 cm. Thấy rằng vật sẽ bị trượt trên tấm ván khi chu kì dao động T < 1 s. Lấy $\pi^2 = 10$ và g = 10 m/s^2. Điều đó chứng tỏ hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm ván không vượt quá

A. 0,1. B. 0,5. C. 0,3. D. 0,4.

Hướng dẫn giải:

Vì vật đã bị trượt trên tấm ván nên lực quán tính cực đại lên vật đã lớn hơn ma sát trượt $F_{qt\max} \geq F_{mst}$

Suy ra $m.\omega^2 A \geq \mu mg \Rightarrow \mu \leq \dfrac{\omega^2 A}{g} = \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 \dfrac{A}{g} = \left(\dfrac{2\pi}{1}\right)^2 \dfrac{0,1}{10} = 0,4 \Rightarrow$ Chọn D.

DẠNG 9: Một số bài toán tổng hợp

Phương pháp giải: Có thể hiểu bài toán tổng hợp là bài toán lớn được kết hợp từ nhiều bài toán nhỏ, một bài toán có liên quan đến nhiều kiến thức và đòi hỏi người giải phải có tư duy về hiện tượng và bản chất vật lí. Để giải quyết được loại bài toán này, điều kiện trước tiên là ta phải nắm vững kiến thức và phương pháp giải ở các dạng bài toán nhỏ, sau đó đọc đề bài toán xem cần tìm đại lượng nào, rồi chỉ chọn những mối liên hệ tương thích với các dữ kiện liên quan trong đề bài, có thể chúng ta phải tìm vài đại lượng trung gian trước, qua một vài khâu rồi cuối cùng ta sẽ tìm được đáp số bài toán.

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, lò xo k = 0,25N/cm, vật m = 100g. Vật được kích thích dao động điều hòa với phương trình $x = 6\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$cm. Lấy $\pi^2 = 10$. Kể từ thời điểm ban đầu t = 0, vectơ vận tốc và gia tốc sẽ cùng chiều dương Ox trong khoảng thời gian

A. 0 < t < 0,1s. B. 0,1s < t < 0,2s. C. 0,2s < t < 0,3s. D. 0,3s < t < 0,4s.

Hướng dẫn giải:

Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0,1}{25}} = 0,4(s)$

Tại $t_0 = 0$ có $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 > 0 \end{cases}$ nghĩa là thời điểm ban đầu vật chuyển động từ VTCB theo chiều dương, vậy sau $\dfrac{T}{4} = 0,1$ s vật sẽ ra đến biên dương. Như vậy từ thời điểm t = 0 đến t = 0,1s vật chuyển động từ VTCB ra biên dương, trong khoảng thời gian này v > 0 nhưng a < 0.

Muốn vectơ vận tốc và gia tốc cùng chiều dương Ox thì vật phải chuyển động ứng với quá trình từ biên âm về VTCB, dễ dàng suy ra khoảng thời gian đó phải là 0,3s < t < 0,4s (vì vật đến biên âm vào thời điểm 0,3s và trở về trạng thái đầu tại thời điểm 0,4s) ⇒ Chọn D.

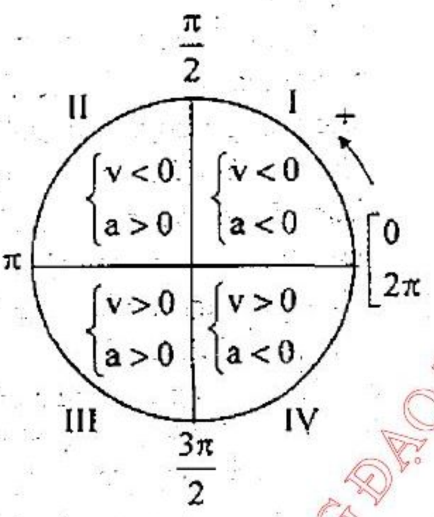
Chú ý: Các em cũng có thể giải theo cách khác nhanh gọn hơn đó là dựa vào mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều. Muốn $\begin{cases} v > 0 \\ a > 0 \end{cases}$ thì pha dao động phải thuộc góc phần tư thứ 3 của vòng tròn lượng giác, tức là:

$$\pi < \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) < \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3\pi}{2} < \omega t < 2\pi$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}T < t < T$$

$$\Rightarrow 0{,}3s < t < 0{,}4s$$


$\frac{\pi}{2}$
II
I
+
$\begin{cases} v < 0 \\ a > 0 \end{cases}$
$\begin{cases} v < 0 \\ a < 0 \end{cases}$
π
0
2π
$\begin{cases} v > 0 \\ a > 0 \end{cases}$
$\begin{cases} v > 0 \\ a < 0 \end{cases}$
III
IV
$\frac{3\pi}{2}$

Ví dụ 2: Một vật nhỏ m = 200g treo ở lò xo bố trí thẳng đứng dao động điều hoà. Biết chiều dài tự nhiên của lò xo là $\ell_0 = 30$ cm. Lấy g = 10 m/s². Khi lò xo có chiều dài $\ell = 28$ cm thì vận tốc vật bằng không và lúc đó lực đàn hồi có độ lớn F = 2 N. Năng lượng dao động của vật là

A. 1,5J. B. 0,08J. C. 0,02J. D. 0,1J.

Hướng dẫn giải:

Bài toán yêu cầu tìm năng lượng dao động của vật, căn cứ dữ liệu của bài, ta sẽ tìm thông qua hệ thức $E = \frac{1}{2}kA^2$. Vậy trước tiên phải tìm 2 đại lượng trung gian **k** và A.

+ Tại biên trên, lò xo bị nén một đoạn $\Delta\ell = \ell_0 - \ell = 30 - 28 = 2cm = 0{,}02m$, lực đàn hồi có độ lớn F = 2 N nên suy ra độ cứng $k = \frac{F}{\Delta\ell} = \frac{2}{0{,}02} = 100N/m$

+ Tại VTCB, lò xo bị dãn $\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}2.10}{100} = 0{,}02m = 2cm$

+ Điểm biên trên cách VTCB đoạn 2 + 2 = 4cm nên biên độ **A** = 4cm = 0,04m

Vậy năng lượng dao động $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}.100.0{,}04^2 = 0{,}08J \Rightarrow$ Chọn B.

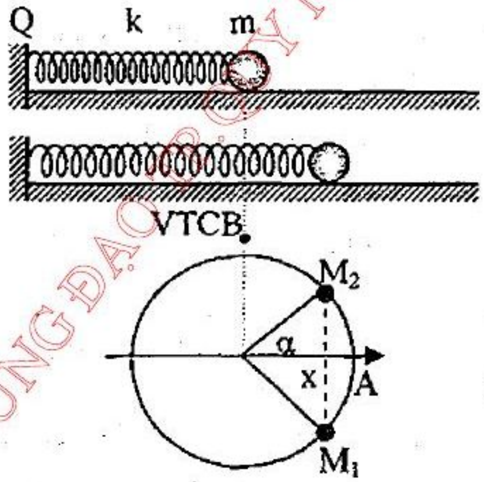
Ví dụ 3: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với cơ năng dao động là 1J và lực đàn hồi cực đại là 10N. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Gọi Q là đầu cố định của lò xo, khoảng thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp Q chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn $5\sqrt{3}$ N là 0,1 s. Quãng đường lớn nhất mà vật nhỏ của con lắc đi được trong 0,4 s là

A. 40 cm. B. 60 cm. C. 80 cm. D. 115 cm.

Hướng dẫn giải:

Lực kéo của lò xo tác dụng lên điểm Q cũng chính là lực kéo tác dụng lên vật m.

Ta có: $\begin{cases} W = \frac{1}{2}kA^2 = 1 \\ F_{max} = kA = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0,2m \\ k = 50N/m \end{cases}$



Khi $F_Q = k|x| = 5\sqrt{3} \Rightarrow |x| = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Thời gian ngắn nhất giữa 2 lần liên tiếp vật chịu tác dụng lực kéo của lò xo có độ lớn $5\sqrt{3}$ N là thời gian để vật đi từ $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ ra đến biên A rồi quay về $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ tương ứng cung M_1M_2

Có: $\cos\alpha = \frac{|x|}{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \Rightarrow$ cung M_1M_2 chắn góc ở tâm $\Delta\varphi = 2\alpha = \frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\omega} = 0,1 \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow T = 0,6s$$

$$\Delta t = 0,4s = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} \Rightarrow S_{max} = 2A + 2A\sin\left(\frac{\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{6}}{2}\right) = 3A = 0,6m = 60cm \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Bài tập tương tự: Vật nhỏ của con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang, mốc thế năng tại VTCB. Khi lực kéo về tác dụng lên vật có độ lớn $|F_{kv}| = \frac{1}{2}m\omega^2 A$ thì tỉ số giữa thế năng và động năng là

A. 1/3. B. 1/2. C. 2. D. 3.

Ví dụ 4: Hai con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật treo có khối lượng lần lượt là 2m và m. Tại thời điểm ban đầu đưa các vật về vị trí để lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ cho hai vật dao động điều hòa. Biết tỉ số cơ năng dao động của hai con lắc bằng 4. Tỉ số độ cứng của hai lò xo là

A. 4. B. 2. C. 8. D. 1.

Hướng dẫn giải:

Theo đề ra ta có: $\begin{cases} A_1 = \Delta\ell_{01} = \frac{g}{\omega_1^2} \\ A_2 = \Delta\ell_{02} = \frac{g}{\omega_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = \frac{k_2m_1}{k_1m_2} = 2\frac{k_2}{k_1}$

BỒI DƯỠNG TOÁN - LÍ - HÓA CẤP 2+3 1000B TRẦN HƯNG ĐẠO QUY NHƠN

Tỉ số: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1}{k_2}\left[\frac{A_1}{A_2}\right]^2 \Rightarrow 4 = \frac{k_1}{k_2}\left[2\frac{k_2}{k_1}\right]^2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = 1 \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 5: Hai vật nhỏ A, B dán liền nhau có khối lượng m_A = 100g và m_B = 200g, treo vào một lò xo có độ cứng k = 50 N/m. Nâng hệ vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài bằng chiều dài tự nhiên 30 cm rồi buông nhẹ để hệ vật dao động điều hòa. Chờ một thời gian ổn định, khi hai vật đến vị trí mà lực đàn hồi lò xo có độ lớn lớn nhất thì vật B bị bong và tách ra khỏi A. Kể từ thời điểm này, chỉ còn vật A dao động với chiều dài ngắn nhất của lò xo là

A. 20 cm. B. 22 cm C. 21 cm. D. 23 cm.

Hướng dẫn giải:

+ VTCB cũ, lò xo bị dãn : $\Delta\ell_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = \frac{0,3.10}{50} = 0,06(m)$ nên biên độ lúc đầu $A = \Delta\ell_0 = 0,06(m)$

+ VTCB mới, lò xo bị dãn : $\Delta\ell'_0 = \frac{m_A.g}{k} = \frac{0,1.10}{50} = 0,02(m)$

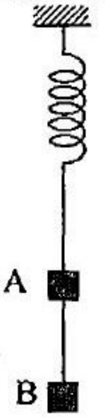
+ VTCB mới cao hơn VTCB cũ một đoạn : $L = \Delta\ell_0 - \Delta\ell'_0 = 0,04(m)$

Do đó biên độ sau là: $A' = A + L = 0,06 + 0,04 = 0,1(m) = 10(cm)$

Vậy chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình vật A dao động là :

$\ell_{min} = \ell'_{cb} - A' = \ell_0 + \Delta\ell'_0 - A' = 30 + 2 - 10 = 22(cm) \Rightarrow$ *Chọn B.*

Ví dụ 6: Hai vật A và B lần lượt có khối lượng là 2m và m được nối với nhau và treo vào một lò xo thẳng đứng bằng các sợi dây mảnh, không dãn. g là gia tốc rơi tự do. Khi hệ đang đứng yên ở vị trí cân bằng, người ta cắt đứt dây nối hai vật. Gia tốc của A và B ngay sau khi dây đứt lần lượt là



A. $\frac{g}{2}$ và $\frac{g}{2}$. B. g và $\frac{g}{2}$.

C. $\frac{g}{2}$ và g. D. g và g.

Hướng dẫn giải:

Ngay sau khi dây đứt, hiện tượng của bài toán là vật B rơi tự do, còn vật A bắt đầu dao động.

Vì vậy có thể biết ngay gia tốc của vật B là g vì nó rơi tự do.

Nhưng để tính được gia tốc của vật A ta cần trải qua các bước sau:

+ Khi cả 2 vật đang đứng yên ở vị trí cân bằng, chúng làm lò xo dãn một đoạn

$$\Delta\ell_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = \frac{(2m + m)g}{k} = \frac{3mg}{k}$$

+ Ngay khi dây đứt, lực đàn hồi lúc đó đang lớn hơn trọng lượng của vật A nên sẽ kéo vật A lên phía trên và kích thích cho vật A bắt đầu dao động xung quanh vị trí cân bằng mới của riêng nó, tại VTCB mới này, lò xo bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell'_0 = \frac{m_A g}{k} = \frac{2mg}{k}$$

+ So với VTCB cũ của cả 2 vật thì VTCB mới của vật A này cao hơn một đoạn

$$L = \Delta\ell_0 - \Delta\ell'_0 = \frac{3mg}{k} - \frac{2mg}{k} = \frac{mg}{k}$$

+ Theo đề bài, lúc đầu chúng đang đứng yên, suy ra VTCB cũ là **điểm biên** của vật A, từ đây rút ra:

* Biên độ của vật A là: $A_A = L = \frac{mg}{k}$

* Gia tốc của A tại điểm biên này là: $a_A = \omega_A^2 . A_A = \frac{k}{m_A}.\frac{mg}{k} = \frac{k}{2m}.\frac{mg}{k} = \frac{g}{2}$

Vậy ta chọn C

Chú ý: Trên cơ sở bài toán trên, các em có thể mở rộng cho những bài toán khác chỉ hỏi một ý nào đó, chẳng hạn tìm biên độ dao động của vật A, hay tìm gia tốc, tốc độ cực đại mà vật A đạt được trong quá trình khi chỉ còn vật A dao động.

Bài tập tương tự: Hai vật A và B dán liền nhau $m_B = 2m_A = 200g$, treo vào một lò xo có độ cứng k = 50 N/m. Nâng hai vật lên đến vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên $\ell_0 = 30cm$ thì thả nhẹ. Hai vật dao động điều hoà theo phương thẳng đứng, sau một vài dao động ổn định, đến vị trí lực đàn hồi của lò xo có độ lớn lớn nhất thì vật B bị tách ra, chỉ còn vật A dao động tiếp. Chiều dài ngắn nhất của lò xo sau đó là

A. 26 cm. B. 24 cm. C. 30 cm. D. 22 cm.

Gợi ý:

+ Biên độ ban đầu của 2 vật: $A_0 = \Delta\ell_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 6cm$

$\Rightarrow$ Độ dãn lớn nhất là: $\Delta\ell_{max} = 2A_0 = 12cm$

+ Sau khi B tách rời A, VTCB mới của A lúc này cao hơn VTCB lúc đầu một khoảng $\frac{m_B g}{k}$ nên biên độ sau của riêng vật A là: $A = \Delta\ell_{max} - \frac{m_A g}{k} = 10cm$.

$\Rightarrow$ Chiều dài ngắn nhất của lò xo $\ell_{min} = \ell_0 + \Delta\ell_{max} - 2A = 22cm$

Ví dụ 7: Trong thang máy treo một con lắc lò xo có độ cứng 25N/m, vật nặng có khối lượng 400 g. Khi thang máy đứng yên ta cho con lắc dao động điều hoà, chiều dài con lắc thay đổi từ 32cm đến 48cm. Tại thời điểm mà vật ở vị trí thấp nhất thì cho thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc a = g/10. Lấy $g = \pi^2 = 10 m/s^2$. Biên độ dao động của vật ở trường hợp sau là

A. 17 cm. B. 19,2 cm. C. 8,5 cm. D. 9,6 cm.

Hướng dẫn giải:

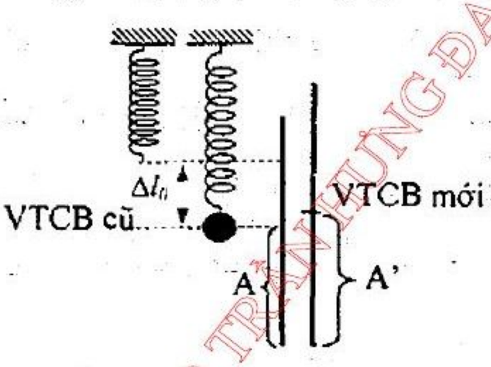
Ở bài toán này có xét thêm lực quán tính, vì vậy cần biết thêm đặc điểm của nó: Phương của lực quán tính cùng phương với phương chuyển động của hệ đặt con lắc. Chiều của F thì phụ thuộc vào tính chất nhanh dần hay chậm dần.

Nếu nhanh dần thì F ngược chiều v

Nếu chậm dần thì F cùng chiều v.

+ Biên độ dao động con lắc lúc đầu $A = \frac{\ell_{max} - \ell_{min}}{2} = \frac{48-32}{2} = 8cm$

+ Độ biến dạng ở VTCB lúc đầu: $\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,4.10}{25} = 0,16m = 16cm$



+ Tại thời điểm mà vật ở vị trí thấp nhất, người ta cho thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc a = g/10 thì vật nặng của con lắc chịu tác dụng lực quán tính $F_{qt} = ma = 0,4.1 = 0,4N$ hướng lên trên, lực này sẽ làm giảm sự biến dạng của lò xo nên vật sẽ dao động xung quanh VTCB mới, VTCB mới này sẽ nằm ở bên trên và cách VTCB cũ một đoạn $L = \frac{F_{qt}}{k} = \frac{0,4}{25} = 0,016m = 1,6cm.$

Vậy sau đó vật dao động biên độ mới A'= 8 +1,6 = 9,6cm

Ví dụ 8: Trong một thang máy đứng yên có treo một con lắc lò xo. Con lắc gồm vật có khối lượng m và lò xo có độ cứng k. Ở thời điểm t nào đó khi con lắc đang dao động, thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều theo phương thẳng đứng đi lên. Nhận xét nào sau đây là đúng?

A. Nếu tại thời điểm t con lắc ở vị trí biên trên thì biên độ dao động giảm đi.

B. Nếu tại thời điểm t con lắc ở vị trí biên dưới thì biên độ dao động tăng lên.

C. Nếu tại thời điểm t con lắc qua vị trí cân bằng thì biên độ dao động sẽ không thay đổi.

D. Nếu tại thời điểm t con lắc qua vị trí cân bằng thì biên độ dao động sẽ tăng lên.

Hướng dẫn giải:

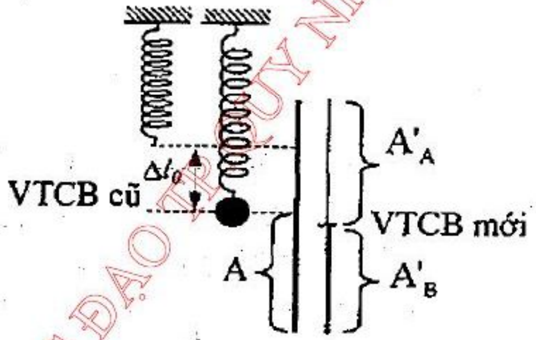
+ Thang máy đi lên nhanh dần đều thì vật nặng của con lắc chịu thêm tác dụng lực quán tính hướng xuống dưới, lực này sẽ làm tăng sự biến dạng của lò xo nên vật sẽ dao động xung quanh VTCB mới nằm ở bên dưới VTCB cũ.

+ Tại biên thì vận tốc bằng không, ngay sau khi thang máy chuyển động thì điểm đó vẫn là vị trí biên của con lắc, có điều là con lắc dao động xung quanh VTCB mới, vì vậy:

Nếu tại thời điểm t con lắc ở vị trí biên **trên** thì biên độ dao động tăng lên vì VTCB đã thấp xuống ⇒ phương án A sai.

Nếu tại thời điểm t con lắc ở vị trí biên **dưới** thì biên độ dao động phải giảm đi vì VTCB đã thấp xuống ⇒ phương án B sai

+ Khi thang máy chưa chuyển động thì tốc độ qua VTCB cũ là lớn nhất, nhưng khi thang máy chuyển động thì tốc độ qua VTCB cũ này chỉ là tốc độ ở một điểm nào đó so với VTCB mới mà thôi ⇒ tốc độ qua VTCB mới sẽ lớn hơn tốc độ ở VTCB cũ, tức là động năng cực đại đã tăng lên ⇒ cơ năng tăng ⇒ biên độ tăng vậy phương án C sai. Vậy chỉ có phương án D đúng.



Ví dụ 9: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng tích điện q = 10μC và lò xo có độ cứng 100N/m. Khi vật đang nằm cân bằng, cách điện với mặt phẳng ngang nhẵn, thì xuất hiện tức thời một điện trường đều được duy trì trong không gian bao quanh có hướng dọc trục lò xo. Sau đó con lắc dao động trên đoạn thẳng dài 4cm. Độ lớn cường độ điện trường là

A. 10^5V/m B. 2.10^5V/m C. 8.10^4V/m D. 4.10^5V/m

Hướng dẫn giải:

+ Biên độ dao động A = 2cm

+ Lực đàn hồi lớn nhất trong quá trình vật dao động $F_{đh} = kA$ bằng lực điện trường $F_{đt} = qE$ kích thích lúc đầu để vật dao động, do đó ta có $kA = qE$

⇒ Độ lớn cường độ điện trường $E = \frac{kA}{q} = \frac{100.2.10^{-2}}{10.10^{-6}} = 2.10^5 (V/m)$

Bài tập tương tự: Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng ngang nhẵn, cách điện gồm vật nặng khối lượng 50g, tích điện q = 20 μC và lò xo có độ cứng k = 20 N/m. Khi vật đang nằm cân bằng thì người ta tạo một điện trường đều E = 10^5 V/m trong không gian bao quanh con lắc có hướng dọc theo trục lò xo trong khoảng thời gian nhỏ Δt = 0,01 s và coi rằng trong thời gian này vật chưa kịp dịch chuyển. Sau đó con lắc dao động với biên độ là

A. 10 cm. B. 1 cm. C. 2 cm. D. 20 cm.

Ví dụ 10: Hai lò xo cùng chiều dài tự nhiên $l_{01} = l_{02}$ = 30cm có độ cứng lần lượt là k_1 = 100N/m và k_2 = 150N/m. Treo vật có khối lượng m = 250g vào hai lò xo ghép song song. Kéo vật ra khỏi VTCB xuống dưới một đoạn 4/ π cm rồi thả nhẹ. Sau một vài dao động ban đầu, khi vật qua vị trí cân bằng thì lò xo 2 bị đứt. Vật dao động dưới tác dụng của lò xo 1. Biên độ dao động của vật sau khi lò xo 2 đứt là

A. 3,5 cm B. 2cm C. 2,5 cm D. 3cm

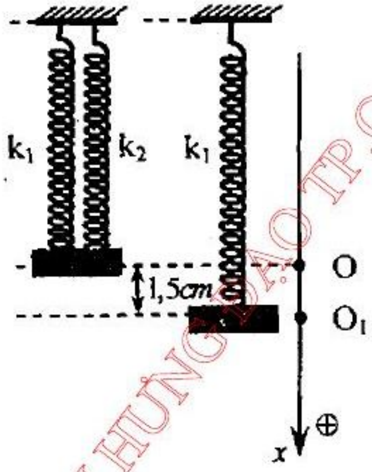
Hướng dẫn giải:

+ Gọi O là vị trí cân bằng của hệ 2 lò xo, dễ dàng tìm được độ dãn của hệ khi vật ở VTCB là $\Delta\ell_0 = \dfrac{mg}{(k_1 + k_2)} = 1\text{cm}$

+ Gọi O_1 là vị trí cân bằng của vật khi chỉ còn k_1, độ dãn của lò xo 1 khi vật ở VTCB là

$$\Delta\ell_{01} = \frac{mg}{k_1} = 2,5\text{cm}$$

Vậy khoảng cách $OO_1 = 1,5\text{cm}$



+ Đối với hệ 2 lò xo, vì kéo m xuống dưới VTCB đoạn $4/\pi$ cm rồi thả nhẹ nên $A_{\text{hệ}} = 4/\pi$ cm và lúc vật đi qua VTCB O thì vận tốc vật là

$$v = v_{\text{hệ max}} = A_{\text{he}}.\omega_{\text{he}} = A_{\text{he}}.\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 40\,\text{cm/s}$$

+ Ngay tại vị trí O này lò xo 2 bị đứt, con lắc bây giờ là con lắc mới chỉ gồm k_1 và m. Đối với con lắc này VTCB mới là O_1 và vật m qua vị trí O có $x = -1,5\text{cm}$ với $v = 40$ cm/s và tần số góc mới $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{k_1}{m}} = 20\,\text{rad/s}$

$$\Rightarrow \text{Biên độ dao động mới } A' = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega_1}\right)^2} = \sqrt{(-1,5)^2 + \left(\frac{40}{20}\right)^2} = 2,5\text{ cm}$$

Mở rộng: Nếu bài toán hỏi chiều dài cực đại của lò xo 1 là bao nhiêu (sau khi lò xo 2 bị đứt) thì dễ dàng tính được $l_{1\max} = l_{01} + \Delta l_{01} + A_1 = 30 + 2,5 + 2,5 = 35\text{cm}$

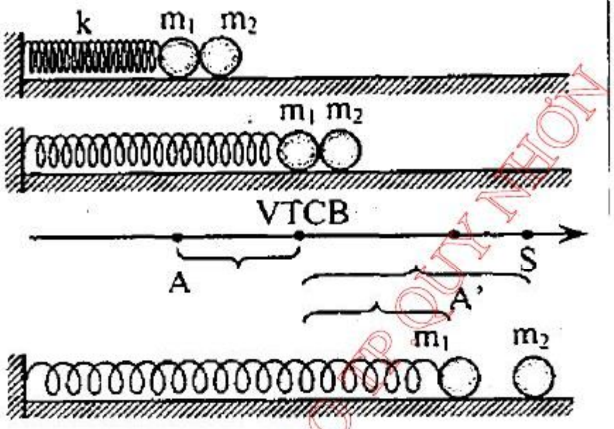
Ví dụ 11: Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ m_1. Ban đầu giữ vật m_1 tại vị trí mà lò xo bị nén 8 cm, đặt vật nhỏ m_2 (có khối lượng bằng khối lượng vật m_1) trên mặt phẳng nằm ngang và sát với vật m_1. Buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách giữa hai vật m_1 và m_2 là

A. 4,6 cm. B. 2,3 cm. C. 5,7 cm. D. 3,2 cm.

Hướng dẫn giải:

+ Giai đoạn đầu, dưới tác dụng lực đẩy của lò xo, 2 vật còn tiếp xúc nhau và cùng chuyển động với biên độ A = 8 cm với vận tốc góc $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\dfrac{k}{2m}}$ và khi đến vị trí cân bằng chúng đạt tốc độ lớn nhất $v_{\max} = \omega A$

+ Ngay sau khi chúng qua vị trí cân bằng, do thành phần lực tác dụng lên từng vật khác nhau nên tính chất chuyển động từng vật sẽ không giống nhau, điều này buộc hai vật tách nhau ra :



* Vật m_1 tiếp tục dao động với tốc độ lớn nhất $v_1 = v_{max} = \omega A$ nhưng lúc này chỉ với tần số góc $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega\sqrt{2}$ do đó có biên độ mới A' được tính : $\omega.A = \omega'.A'$ suy ra $A' = \frac{\omega}{\omega'}.A = \frac{A}{\sqrt{2}}$.

(Cách khác, theo năng lượng: $\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2$ *cũng được* $A' = \frac{A}{\sqrt{2}}$ *)*

* Vật m_2 chuyển động thẳng đều với tốc độ $v_2 = v_{max} = \sqrt{\frac{k}{2m}}.A$

Tính từ vị trí cân bằng, ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì vật m_2 sẽ đi được quãng đường

$$S = v_2.t = v_2.\frac{T_1}{4} = v_2.\frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{4} = \sqrt{\frac{k}{2m}}A.\frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{4} = \frac{\pi.A}{2.\sqrt{2}}$$

Vậy khoảng cách giữa 2 vật là : $L = S - A' = \frac{\pi.A}{2.\sqrt{2}} - \frac{A}{\sqrt{2}} \approx 3,2cm \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Bài tập tương tự: Con lắc lò xo bố trí nằm ngang, một đầu gắn vào điểm cố định H, đầu còn lại gắn với hệ hai vật m_1 và m_2. Biết lực tương tác cực đại giữa m_1 và m_2 là 8N và khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp điểm H chịu tác dụng lực kéo $4\sqrt{3}$ N là 0,2s. Hãy tính chu kì dao động T của hệ hai vật?

Ví dụ 12: Hai vật A và B có cùng khối lượng 1 kg và có kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh, nhẹ, dài 5 cm, hai vật được treo vào lò xo có độ cứng k = 100 N/m tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$. Lấy $\pi^2 = 10$. Khi hệ vật và lò xo đang ở vị trí cân bằng người ta đốt sợi dây nối hai vật và vật B sẽ rơi tự do còn vật A sẽ dao động điều hòa. Lần đầu tiên vật A lên đến vị trí cao nhất thì khoảng cách giữa hai vật bằng

A. 70 cm. B. 75 cm C. 80 cm. D. 65 cm.

Hướng dẫn giải:

+ Đối với vật A, sau khi vật B tách rời, nó sẽ dao động với chu kì :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5}(s) \text{ và biên độ } A = \frac{mg}{k} = 0,1(m) = 10(cm)$$

Khi A lên đến $\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5}(s)$hất thì đi được quãng đường $S_A = 2A = 20cm$ và mất khoảng thời gian

$t=\frac{T}{2}=0,1\pi(s)$

+ Đối với vật B, trong khoảng thời gian $t=0,1\pi(s)$ nó sẽ rơi tự do được quãng đường $S_B=\frac{gt^2}{2}=\frac{10.(0,1\pi)^2}{2}=0,5(m)=50(cm)$

Vậy khoảng cách giữa hai vật là : $L=L_0+S_A+S_B=75(cm)\Rightarrow$ Chọn B.

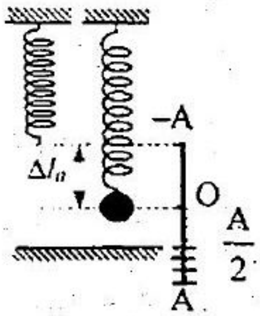
Ví dụ 13: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng tại nơi có gia tốc trọng trường g = 10m/s^2. Khi cân bằng lò xo dãn ra một đoạn là 10cm. Phía dưới vật là mặt sàn (mặt sàn cách vị trí cân bằng một đoạn 5cm). Từ vị trí cân bằng, nâng vật lên theo phương thẳng đứng một đoạn sao cho lò xo không biến dạng rồi buông nhẹ. Giả sử trong quá trình dao động, va chạm giữa vật và mặt sàn là hoàn toàn đàn hồi. Chu kì dao động tuần hoàn của con lắc lò xo là

A. $\frac{\pi}{5}$ s. B. $\frac{2\pi}{15}$ s. C. $\frac{\pi}{12}$ s. D. $\frac{\pi}{15}$ s.

Hướng dẫn giải:

+ Từ biểu thức quen thuộc về độ dãn của lò xo ở VTCB : $\Delta l_0=\frac{mg}{k}=\frac{g}{\omega^2}$

$\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}=\sqrt{\frac{10}{0,1}}=10rad/s\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{5}s$



+ Nếu không va chạm với mặt sàn thì đương nhiên chu kì của con lắc lò xo phải là giá trị tính như trên, nhưng vì va chạm đàn hồi với mặt sàn nên phải bớt đi phần thời gian mà vật không dịch chuyển trong đoạn $\left[\frac{A}{2},A\right]$ vì vậy chu kì mới lúc này là :

$T'=T-t=T-\frac{T}{3}=\frac{2T}{3}=\frac{2\pi}{15}s\Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 14: Một con lắc lò xo đang cân bằng trên mặt phẳng nghiêng một góc 37^0 so với phương ngang. Tăng góc nghiêng thêm 16^0 thì khi cân bằng lò xo dài thêm 2 cm. Bỏ qua ma sát, lấy g = 10 m/s^2. Tần số góc dao động riêng của con lắc là

A. 5 rad/s. B. 10 rad/s. C. 12,5 rad/s D. 15 rad/s

Hướng dẫn giải:

+ Tại VTCB thì $F_0=P\sin\alpha\Rightarrow k\Delta\ell_0=P\sin\alpha\Rightarrow\Delta\ell_0=\frac{mg\sin\alpha}{k}$

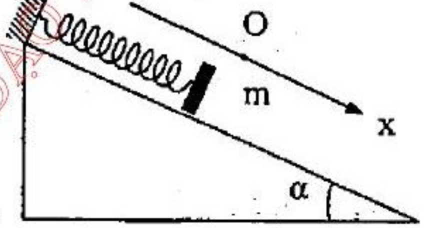
+ Theo đề ra, ta có: $\Delta\ell_{02}-\Delta\ell_{01}=\frac{mg}{k}\left[\sin(\alpha+\Delta\alpha)-\sin\alpha\right]$

$$\Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g\left[\sin(\alpha+\Delta\alpha)-\sin\alpha\right]}{\Delta l_{02}-\Delta l_{01}} = \frac{10\left(\sin\left(37^\circ+16^\circ\right)-\sin 37^\circ\right)}{0,02} \approx 100$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\text{rad/s} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Bài tập vận dụng: Bố trí con lắc lò xo như hình vẽ. Vật nhỏ có khối lượng $m = 200g$, lò xo lí tưởng có độ cứng $k = 1N/cm$, góc nghiêng $\alpha = 30^0$. Lấy $g = 10m/s^2$.

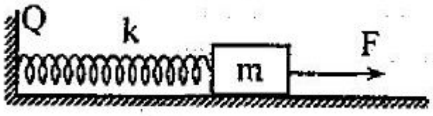
a/ Chọn trục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng. Biết tại thời điểm ban đầu lò xo bị dãn 2cm và vật có vận tốc $v_0 = 10\sqrt{15}$ cm/s hướng theo chiều dương. Hãy viết phương trình dao động của vật.



b/ Tại thời điểm t_1 lò xo không biến dạng. Hỏi tại $t_2 = t_1 + \frac{\pi}{4\sqrt{5}}$ s, vật có tọa độ bao nhiêu?

c/ Tính tốc độ trung bình của m trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$.

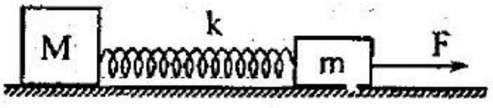
Ví dụ 15: Vật nặng có khối lượng *m* nằm trên một mặt phẳng nhẵn nằm ngang, được nối với một lò xo có độ cứng *k*, lò xo được gắn vào bức tường đứng tại điểm Q như hình a. Từ một thời điểm nào đó, vật nặng bắt đầu chịu tác dụng của một lực không đổi *F* hướng theo trục lò xo như hình vẽ.



Hình a

a) Hãy tìm quãng đường mà vật nặng đi được và thời gian vật đi hết quãng đường ấy kể từ khi bắt đầu tác dụng lực cho đến khi vật dừng lại lần thứ nhất.

b) Nếu lò xo không không gắn vào điểm Q mà được nối với một vật khối lượng *M* như hình b, hệ số ma sát giữa *M* và mặt ngang là μ. Tìm điều kiện về độ lớn của lực *F* để sau đó vật *m* dao động điều hòa.



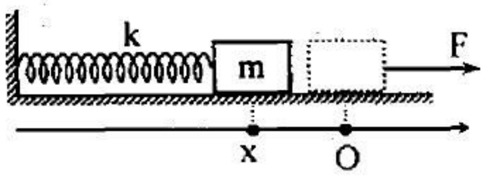
Hình b

Hướng dẫn giải:

a) Chọn trục tọa độ hướng dọc theo trục lò xo, gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng của vật sau khi đã có lực *F* tác dụng như hình a. Khi đó, vị trí ban đầu của vật có tọa độ là x_0. Tại vị trí cân bằng, lò xo bị biến dạng một lượng x_0 thỏa mãn:

$$F = -kx_0 \Rightarrow x_0 = -\frac{F}{k}.$$

Tại tọa độ *x* bất kỳ thì độ biến dạng của lò xo là $(x-x_0)$, nên hợp lực tác dụng lên vật là $-k(x-x_0)+F = ma$.



Hình a

Thay biểu thức của x_0 vào ta được:

$$-k\left(x+\frac{F}{k}\right)+F=ma \Rightarrow -kx=ma$$

$$\Rightarrow x''+\omega^2x=0$$

⇒ Vật dao động điều hòa với chu kì $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Tại t = 0 thì: $\begin{cases} x=A\cos\varphi=-\frac{F}{k} \\ v=-\omega A\sin\varphi=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{F}{k} \\ \varphi=\pi \end{cases}$

Vậy vật dao động với biên độ $A=\frac{F}{k}$, từ khi vật chịu tác dụng của lực *F* (vị trí biên âm) đến khi vật dừng lại lần thứ nhất (vị trí biên dương) vật đi được quãng đường bằng 2 lần biên độ dao động nên $S=2A=\frac{2F}{k}$ và thời gian sẽ bằng 1/2 chu kì $t=\frac{T}{2}=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

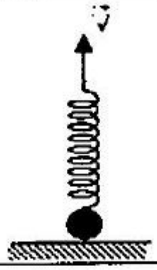
b) Để sau khi tác dụng lực, vật *m* dao động điều hòa thì trong quá trình chuyển động của *m*, *M* phải nằm yên, và theo câu a) thì biên độ dao động vật *m* là $A=\frac{F}{k}$.

Lực đàn hồi tác dụng lên *M* đạt độ lớn cực đại khi độ biến dạng của lò xo đạt cực đại khi đó vật *m* xa *M* nhất (khi đó lò xo dãn nhiều nhất và bằng: $|x_0|+A=2A$).

Để vật *M* không bị trượt thì lực đàn hồi cực đại không được vượt quá độ lớn của ma sát nghỉ cực đại: $k.2A<\mu Mg \Rightarrow k.2.\frac{F}{k}<\mu Mg$.

Từ đó suy ra điều kiện của độ lớn lực *F* là: $F<\frac{\mu mg}{2}$.

Ví dụ 16: Một quả nặng nhỏ khối lượng m, nằm trên mặt nằm ngang, được gắn với một lò xo nhẹ có độ cứng k. Đầu tự do của lò xo bắt đầu được nâng lên thẳng đứng với vận tốc $\vec{v}$ không đổi như hình vẽ. Xác định độ dãn cực đại của lò xo.



Hướng dẫn giải:

Lò xo bắt đầu nâng vật lên khi lực đàn hồi bằng trọng lực $kx_0=mg$ (1), với x_0 là độ dãn của lò xo tại thời điểm vật bắt đầu rời mặt nằm ngang.

Trong hệ quy chiếu chuyển động lên trên với vận tốc $\bar{v}$, tại thời điểm vật bắt đầu rời mặt nằm ngang, vật chuyển động xuống dưới với vận tốc $\bar{v}$.

Gọi x_M là độ dãn cực đại của lò xo. Thế năng của vật khi vừa rời khỏi mặt ngang là $mg(x_M - x_0)$. Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$$\frac{mv^2}{2} + mg(x_M - x_0) + \frac{kx_0^2}{2} = \frac{kx_M^2}{2} \quad (2)$$

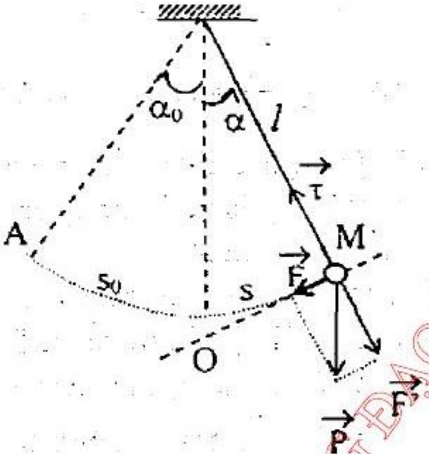
Từ (1) và (2) suy ra: $kx_M^2 - 2mgx_M - mv^2 + \frac{m^2g^2}{k} = 0$ (*)

Do $x_M > x_0$ nên nghiệm của phương trình (*) là: $x_M = \frac{mg}{k} + v\sqrt{\frac{m}{k}}$

Chủ đề 3: CON LẮC ĐƠN

Khi biên độ góc của con lắc nhỏ ($\alpha_0 \le 10^\circ$), dao động của vật được coi gần đúng là dao động điều hòa $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$. Phương trình dao động có thể viết theo cung $s = S_0\cos(\omega t + \varphi)$ hoặc theo góc

$\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$ với $s = l\alpha$ và $S_0 = l\alpha_0$.



DANG 1: Các bài toán tương tự như phần dao động điều hòa và con lắc lò xo.

Phương pháp giải: Khi con lắc đơn dao động điều hòa thì nó cũng có đầy đủ các dạng bài toán như dao động điều hòa nói chung, tức là cũng có bài toán về chu kì, tần số, năng lượng, thời gian, thời điểm, quãng đường, quãng đường dài nhất(hoặc ngắn nhất),...vận tốc trung bình, tốc độ trung bình, thời gian ngắn nhất dài nhất, số lần đi qua vị trí nào đó, viết phương trình dao động,vv... Những dạng toán này, ở chủ đề dao động điều hòa và chủ đề con lắc lò xo chúng ta đã biết phương pháp giải, vậy khi gặp con lắc đơn ta cũng vận dụng tương tự, trong quá trình giải, cần lưu ý thêm một số điểm sau:

	Con lắc lò xo	**Con lắc đơn**
Phương trình dao động	$x = A\cos(\omega t + \varphi)$	$\left[\begin{array}{l} s = S_0\cos(\omega t + \varphi) \\ \alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi) \end{array}\right., \alpha = \frac{s}{\ell}$
Tần số góc, chu kì	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ω, T phụ thuộc vào khối lượng m của vật, trong đó hệ số đàn hồi được tính theo: $k = \frac{ES}{\ell}$	$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ không phụ thuộc vào m, tuy nhiên do $\left\{\begin{array}{l} \ell = \ell_0(1 + \alpha t) \\ g = \frac{GM}{(R + h)^2} \end{array}\right.$ nên ω, T lại phụ thuộc vào nhiệt độ và vị trí
Năng lượng	$E = E_đ + E_t$ $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ không phụ thuộc vào m	$E = E_đ + E_t$ $= \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2$ phụ thuộc vào m

Khi $E_đ = nE_t$	$x = \pm\dfrac{A}{\sqrt{n+1}}$ $v = \pm\sqrt{\dfrac{n}{n+1}}.v_{max}$	$s = \pm\dfrac{S_0}{\sqrt{n+1}}$; $\alpha = \pm\dfrac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}}$ $v = \pm\sqrt{\dfrac{n}{n+1}}.v_{max}$
Phương trình độc lập	$\left(\dfrac{x}{A}\right)^2 + \left(\dfrac{v}{\omega A}\right)^2 = 1$	$\left(\dfrac{s}{S_0}\right)^2 + \left(\dfrac{v}{\omega S_0}\right)^2 = 1$
Lực hồi phục	$F_{hp} = k\|x\|$	$F_{hp} = m\omega^2\|s\|$
Gia tốc	Chỉ có thành phần tiếp tuyến nên $a = a_{tt} = -\omega^2 x$	Gồm hai thành phần vuông góc nhau: $a_{tt} = -\omega^2 s = -g\alpha$ $a_{ht} = \dfrac{v^2}{\ell} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ nên $a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2}$

Ví dụ 1: Chọn câu **sai** khi nói về tần số dao động điều hòa của con lắc đơn?

A. Tần số không đổi khi khối lượng con lắc thay đổi.

B. Tần số tăng khi nhiệt độ giảm.

C. Tần số giảm khi biên độ giảm.

D. Tần số giảm khi đưa con lắc lên cao.

Hướng dẫn giải:

- Tần số của con lắc đơn $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}}$.
- Tần số f không phụ thuộc vào khối lượng m của vật.
- Khi nhiệt độ t giảm ⇒ chiều dài $l = l_0(1 + \alpha t)$ giảm ⇒ tần số f tăng.
- Trong giới hạn để con lắc đơn dao động điều hòa, tần số f không phụ thuộc biên độ.
- Gia tốc trọng trường $g = G\dfrac{M}{(R+h)^2}$ ⇒ khi đưa lên cao, gia tốc trọng trường giảm ⇒ tần số giảm ⇒ *Đáp án C.*

Ví dụ 2: Biết khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng và bán kính Trái Đất gấp 3,7 lần bán kính Mặt Trăng. Ở mặt đất, con lắc đơn dao động với chu kì 2s. Hỏi rằng khi đưa con lắc đó lên Mặt Trăng (coi chiều dài dây treo không đổi) thì nó dao động với chu kì bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

Vì gia tốc trọng trường được tính theo biểu thức $g = \dfrac{GM}{(R+h)^2}$ nên ở trên bề mặt

Trái Đất và bề mặt Mặt Trăng, giá trị của chúng lần lượt sẽ là $g_1 = \frac{GM_1}{R_1^2}$ và $g_2 = \frac{GM_2}{R_2^2}$.

Chu kì ở Trái Đất: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell R_1^2}{GM_1}}$ còn ở Mặt Trăng: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell R_2^2}{GM_2}}$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{R_1^2 M_2}{R_2^2 M_1}} = \frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{M_2}{M_1}} = 3,7\sqrt{\frac{1}{81}} = 0,411 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{0,411} = 4,86s.$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn có chiều dài l. Trong khoảng thời gian Δt nó thực hiện được 12 dao động. Khi giảm chiều dài đi 32 cm thì cũng trong khoảng thời gian Δt nói trên, con lắc thực hiện được 20 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc là

A. 30 cm. B. 40 cm. C. 50 cm. D. 60 cm.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$ (1); $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$ (2) và $n_1T_1 = n_2T_2$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta được: $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_1 - 32} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \left(\frac{20}{12}\right)^2$

$\Rightarrow l_1 = 50$ cm $\Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 4: Một con lắc đơn dao động nhỏ ở nơi có $g = 10$ m/s^2 với chu kì $T = 2$ s trên quỹ đạo dài 24 cm. Tần số góc và biên độ góc có giá trị bằng

A. $\omega = 2\pi$ rad/s; $\alpha_0 = 0,24$ rad. B. $\omega = 2\pi$ rad/s; $\alpha_0 = 0,12$ rad.

C. $\omega = \pi$ rad/s; $\alpha_0 = 9,25^0$. D. $\omega = \pi$ rad/s; $\alpha_0 = 6,87^0$.

Hướng dẫn giải:

Bài toán ở mức độ làm quen các công thức tính đại lượng đặc trưng cho dao động, là cơ sở để viết phương trình dao động của vật.

+ $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ rad/s

+ Với con lắc đơn, lại có $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow$ chiều dài con lắc $l = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{\pi^2} = 1$ m

+ Biên độ dài $S_0 = 12$ cm $= 0,12$ m

$\Rightarrow$ Biên độ góc $\alpha_0 = \frac{S_0}{l} = \frac{0,12}{1} = 0,12$ rad $= 6,87^0 \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 5: Một con lắc đơn gồm quả cầu nặng 200g, treo vào đầu sợi dây dài l. Tại nơi có $g = 9,86(m/s^2)$ con lắc dao động với biên độ nhỏ và khi qua vị trí cân bằng vật có vận tốc $v_o = 6,28(cm/s)$ và khi vật nặng đi từ vị trí cân bằng đến li độ $\alpha = 0,5\alpha_0$ mất thời gian ngắn nhất là $\frac{1}{6}(s)$.

a. Tính chiều dài l của dây treo.

b. Viết phương trình dao động của con lắc, biết tại $t = 0$ thì $\alpha = \alpha_0$, đồng thời quả cầu đang chuyển động ra xa vị trí cân bằng. Bỏ qua ma sát và sức cản không khí

Hướng dẫn giải:

a. Thời gian từ $\alpha = 0$ đến $\alpha = 0,5\alpha_0$ là $\frac{T}{12}$ nên $\frac{T}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow T = 2(s)$

$\Rightarrow$ Chiều dài của con lắc $\ell = \frac{T^2g}{4\pi^2} = \frac{2^2.9,86}{2.3,14^2} = 1(m)$

b. Phương trình dao động viết theo cung có dạng $s = S_0\cos(\omega t + \varphi)$

- $\omega = \pi(rad/s)$
- Vận tốc con lắc khi qua vị trí cân bằng $v_{max} = \omega S_0 = 6,28 \Rightarrow S_0 = 2(cm)$
- Tại thời điểm $t = 0$, $\alpha = 0,5\alpha_0 \Leftrightarrow s = 0,5S_0 = 1$ và quả cầu đang chuyển động ra xa vị trí cân bằng nên có

$$\begin{cases} s = 2\cos\varphi = 1 \\ v = -\omega S_0\sin\varphi > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình dao động của con lắc $s = 2\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$

Ví dụ 6: Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ khối lượng m treo vào sợi dây có chiều dài $\ell = 40$ cm. Bỏ qua sức cản không khí. Đưa con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng góc $\alpha_0 = 8,6^0$ rồi thả nhẹ để quả cầu dao động điều hòa. Quãng đường cực đại mà quả cầu đi được trong khoảng thời gian 2T/3 là

A. 18 cm. B. 16 cm. C. 20 cm. D. 8 cm.

Hướng dẫn giải:

Biên độ dài của con lắc $S_0 = \ell\alpha_0 = 40.8,6\frac{\pi}{180} = 6cm$

Vì $\Delta t = \frac{2T}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$ nên $S = 2S_0 + S'$

Ta có $S'_{max} = 2S_0.\sin\frac{\omega.\frac{T}{6}}{2} = 2S_0.\sin\frac{\pi}{6} = S_0$

Vậy $S_{max} = 2S_0 + S'_{max} = 2S_0 + S_0 = 3S_0 = 3.6 = 18cm \Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 7: Tại nơi có gia tốc trọng trường g, một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc α_0 nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc α của con lắc bằng

A. $\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$. C. $-\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{-\alpha_0}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải:

Vị trí có động năng bằng thế năng được xác định $\alpha = \pm\frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}} = \pm\frac{\alpha_0}{\sqrt{1+1}} = \pm\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$

Vật đang chuyển động nhanh dần theo chiều dương, nói cách khác là vật đang chuyển động về vị trí cân bằng theo chiều dương ⇒ vật phải thuộc về phần âm của hệ trục tọa độ $\Rightarrow \alpha = -\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 8: Một con lắc đơn có dây treo dài 1 m và vật có khối lượng 1 kg dao động với biên độ góc $5,73^0$. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của vật, lấy g =10 m/s^2.

Cơ năng của con lắc là

A. 0,1 J. B. 0,01 J. C. 0,05 J. D. 0,5 J.

Hướng dẫn giải:

Nếu cơ năng tính theo: $E = \frac{1}{2}m\omega^2S_0^2 = \frac{1}{2}m\frac{g}{\ell}S_0^2 = \frac{1}{2}m\frac{g}{\ell}\ell^2\alpha_0^2 = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2$ thì α_0 phải đổi theo đơn vị radian, để không phải đổi ta có thể tính theo thế năng cực đại: $E = E_{tmax} = mgl(1 - \cos\alpha_0)$. Thay số ta được E = **0,05 J** ⇒ *Đáp án C.*

Ví dụ 9: Con lắc lò xo có độ cứng k dao động điều hoà với biên độ A. Con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài *l*, dao động điều hoà với biên độ góc α_0 ở nơi có gia tốc trọng trường g. Hai vật nặng có cùng khối lượng m và năng lượng dao động của hai con lắc bằng nhau. Tỉ số *k/m* bằng

A. $\frac{g\ell\alpha_0}{A^2}$. B. $\frac{A_2}{gl\alpha_0^2}$. C. $\frac{2g\ell\alpha_0^2}{A^2}$. D. $\frac{g\ell\alpha_0^2}{A^2}$.

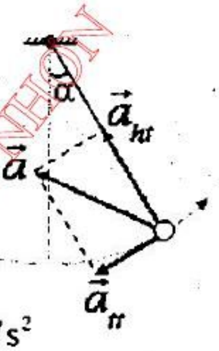
Hướng dẫn giải:

Theo đề ra ta có: $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g\ell\alpha_0^2}{A^2} \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 10: Một con lắc đơn có chiều dài 1m, dao động điều hoà tại nơi có gia tốc trọng trường là 10 (m/s^2). Góc lớn nhất và dây treo hợp với phương thẳng đứng $\alpha_0 = 8^0$. Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 0,69^0$ (rad) thì gia tốc của vật có độ lớn là

A. 0,12 (m/s^2). B. 0,193 (m/s^2). C. 0,227 (m/s^2). D. 0,313 (m/s^2).

Hướng dẫn giải:



Gia tốc của vật tại 1 điểm gồm 2 thành phần $\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht}$

Trong đó gia tốc tiếp tuyến:

$$a_{tt} = -\omega^2 s = -\frac{g}{\ell}\alpha\ell = -g\alpha = -10.0,69.\frac{\pi}{180} = -0,12\,m/s^2$$

và gia tốc hướng tâm:

$$a_{ht} = \frac{v^2}{\ell} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = 2.10(\cos0,69^0 - \cos8^0) = 0,193\,m/s^2$$

(Khi bấm máy tính, cần đặt ở chế độ ĐỘ - D)

Vì hai thành phần này vuông góc nhau nên độ lớn gia tốc tổng hợp là:

$$a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} = \sqrt{0,12^2 + 0,193^2} = 0,227\,m/s^2 \Rightarrow \textit{Đáp án C.}$$

Bài tập vận dụng

Bài tập 1: Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc $\alpha_0 = 0,1\,rad$. Lấy $g = 10m/s^2$. Tại thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ dài $s = 8\sqrt{3}\,cm$ với vận tốc v = 20 cm/s. Độ lớn gia tốc của vật khi nó đi qua vị trí có li độ 8 cm là

A. $0,075m/s^2$. B. $0,506\,m/s^2$. C. $0,5\,m/s^2$. D. $0,07\,m/s^2$.

Gợi ý: Từ $v^2 = \omega^2(S_0^2 - s^2) = \frac{g}{\ell}(\alpha_0^2\ell^2 - s^2)$ tìm được $\ell = 1,6m$ và $\omega = 2,5rad/s$.

Tính độ lớn gia tốc tiếp tuyến $a_{tt} = \omega^2 s'$ và gia tốc pháp tuyến

$$a_{ht} = \frac{v'^2}{\ell} \Rightarrow a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2}$$

Bài tập 2: Một con lắc đơn có khối lượng vật nặng là m, sợi dây mảnh có chiều dài l. Từ vị trí cân bằng, kéo vật sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha_0 = 60^0$ rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10\,m/s^2$, bỏ qua mọi lực cản. Trong quá trình chuyển động thì độ lớn gia tốc của con lắc có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $10\sqrt{2/3}\,(m/s^2)$ B. 0 C. $10\sqrt{3/2}\,(m/s^2)$ D. $10\sqrt{5}/3\,(m/s^2)$

Gợi ý:

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2 = (g\sin\alpha)^2 + \left[2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)\right]^2 = 300\cos^2\alpha - 400\cos\alpha + 200 = y$$

Đặt $z = 3\cos^2\alpha - 4\cos\alpha + 2 = 3t^2 - 4t + 2$ với $\frac{1}{2} \le t \le 1$

Đạo hàm và cho $z' = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow z = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{200}{3} \Rightarrow a = 10\sqrt{\frac{2}{3}}$

Lập bảng biến thiên ứng với $t = \frac{1}{2}, t = \frac{2}{3}, t = 1 \Rightarrow a_{min} = 10\sqrt{\frac{2}{3}}$

Ví dụ 11: Một con lắc đơn gồm vật nhỏ có khối lượng 200g treo tại nơi có $g = 9,86(m/s^2) = \pi^2(m/s^2)$. Bỏ qua mọi ma sát. Con lắc dao động điều hòa theo phương trình $\alpha = 0,05\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)(\text{rad})$

a. Tính chiều dài dây treo và năng lượng dao động của con lắc.

b. Tại t = 0 vật có li độ dài và vận tốc bằng bao nhiêu?

c. Tính tốc độ và gia tốc vật khi dây treo có góc lệch $\alpha = \dfrac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$.

d. Tìm thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ vị trí mà tại đó động năng cực đại đến vị trí mà tại đó động năng bằng 3 thế năng.

Hướng dẫn giải:

a. Từ phương trình theo li giác $\alpha = 0,05\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)(\text{rad})$

Suy ra $\omega = 2\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow \begin{cases} T = 1\text{s} \\ \ell = 0,25(\text{m}) \end{cases}$

Về năng lượng dao động điều hòa của con lắc đơn, ta có:

$$E = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 = \frac{1}{2}.0,2.9,86.0,25.(0,05)^2 = 6,16.10^{-4}\text{J}$$

b. Biên độ dài $S_0 = \ell.\alpha_0 = 0,25.0,05 = 0,0125\text{m} = 1,25\text{cm}$ nên phương trình dao động của con lắc còn có thể viết theo li độ dài $s = 1,25\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)(\text{cm})$

Tại t = 0, ta có: $\begin{cases} s = 1,25\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = 0,625(\text{cm}) \\ v = -1,25.2\pi.\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = 1,25\pi\sqrt{3}(\text{cm/s}) \end{cases}$

c. Khi $\alpha = \dfrac{\alpha_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow s = \dfrac{S_0}{\sqrt{3}}$

Từ $S_0^2 = s^2 + \dfrac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow |v| = \omega\sqrt{S_0^2 - s^2} = \omega\sqrt{S_0^2 - \left(\dfrac{S_0}{\sqrt{3}}\right)^2}$

Vậy tốc độ $|v| = \omega S_0\dfrac{\sqrt{6}}{3} = 2\pi.1,25.\dfrac{\sqrt{6}}{3} = 5\pi\dfrac{\sqrt{6}}{6}(\text{cm/s})$

Thành phần gia tốc tiếp tuyến:

$$a_\alpha = -\omega^2 s = -\frac{g}{\ell}\alpha\ell = -g\alpha = -9,86.\frac{0,05}{\sqrt{3}} = -\frac{0,493}{\sqrt{3}} = \text{m/s}^2$$

Thành phần gia tốc hướng tâm:

$$a_{ht} = \frac{v^2}{\ell} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = 2.9,86\left(\cos\frac{0,05}{\sqrt{3}} - \cos 0,05\right) = 0,0164\text{m/s}^2$$

(Khi bấm máy tính, cần đặt ở chế độ RADIAN - R)

$\Rightarrow$ Gia tốc của vật lúc đó là: $a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} = \sqrt{\left(-\dfrac{0,493}{\sqrt{3}}\right)^2 + 0,0164^2} = 0,285 m/s^2$

d. Thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ vị trí $W_{d\max}$ đến vị trí $W_d = 3W_t$

- Khi $W_{d\max}$ thì vật ở vị trí cân bằng $s = 0$
- Khi $W_d = 3W_t$ thì $s = \pm\dfrac{S_0}{2}$

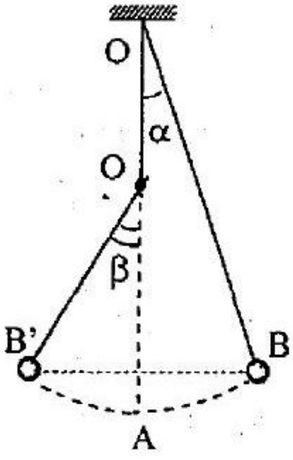
Vậy bài toán chuyển thành tìm thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí $s = -\dfrac{S_0}{2}$ hoặc $s = \dfrac{S_0}{2}$. Ta biết rằng thời gian này là $\dfrac{T}{12}$ nên bằng $\dfrac{1}{12}$s.

Ví dụ 12: Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ bằng thép, khối lượng m treo vào đầu một sợi dây mềm, nhẹ, không dãn, chiều dài $\ell = 1(m)$. Phía dưới điểm treo O, trên phương thẳng đứng có một chiếc đinh được đóng chắc vào điểm O' cách O một đoạn OO' = 40 cm sao cho chiếc đinh chỉ chặn một bên khi vật dao động. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 7°$ rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10(m/s^2)$ và bỏ qua mọi ma sát.

a. Tính chu kì dao động tuần hoàn của quả cầu.

b. Tìm tỉ số biên độ dao động của quả cầu hai bên vị trí cân bằng.

Hướng dẫn giải:



a. Phần chiều dài dây tính từ đinh đến quả cầu

$\ell' = O'A = OA - OO' = 1 - 0,4 = 0,6$ m.

Một chu kì hoàn chỉnh của con lắc gồm 4 giai đoạn:

- Hai giai đoạn với nguyên chiều dài ℓ có tổng thời gian là

$$t = 2.\frac{T}{4} = \frac{1}{2}T = \frac{1}{2}.2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 0,993(s)$$

- Hai giai đoạn với phần chiều dài ℓ' có tổng thời gian là

$$t' = 2.\frac{T'}{4} = \frac{1}{2}.T' = \frac{1}{2}.2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} = \pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} = \pi.\sqrt{\frac{0,6}{10}} = 0,769(s)$$

$\Rightarrow$ Chu kì con lắc: $T_0 = t + t' = 0,993 + 0,769 = 1,762s$

b. Cơ năng không đổi nên ta có $W_B = W_{B'} \Rightarrow \dfrac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 = \dfrac{1}{2}mg\ell'\beta_0^2$

$\Rightarrow \ell\alpha_0^2 = \ell'\beta_0^2 \Rightarrow \dfrac{\beta_0}{\alpha_0} = \sqrt{\dfrac{\ell}{\ell'}} = \sqrt{\dfrac{1}{0,6}} = 1,29$ nghĩa là biên độ góc đã tăng 1,29 lần.

Còn tỉ số biên độ dài sẽ là: $\dfrac{S'_0}{S_0} = \dfrac{\ell'\beta_0}{\ell\alpha_0} = \dfrac{\ell'}{\ell}.\dfrac{\beta_0}{\alpha_0} = \sqrt{\dfrac{\ell'}{\ell}} = \sqrt{\dfrac{0,6}{1}} = 0,77$

Ví dụ 13: Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng $m = 0,2kg$ treo vào đầu một sợi dây không dãn, khối lượng không đáng kể, có chiều dài $l = 0,5m$. Con lắc dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng của nó. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Xác định độ lớn của lực hồi phục khi vật đi qua vị trí có li độ $s = 3cm$.

A. 0,12N B. 2,12N C. 2N D. 2,06N

Hướng dẫn giải:

Với con lắc lò xo ta biết lực hồi phục $F_{ph} = k|x|$ thì con lắc đơn cũng có dạng tương tự $F_{ph} = m\omega^2|s| = m\frac{g}{\ell}|s|$

Thay số ta được $F_{ph} = m\omega^2|s| = m\frac{g}{\ell}|s| = 0,2.\frac{10}{0,5}.0,03 = 0,12N \Rightarrow$ *Đáp án A.*

Chú ý rằng trọng lực P không đóng vai trò lực hồi phục, mà chỉ là thành phần của nó theo phương tiếp tuyến (vuông góc với sợi dây)

DẠNG 2: Các bài toán liên quan đến vận tốc của vật và lực căng dây ở li độ góc α bất kì

Phương pháp giải: Ta chỉ cần nhớ chính xác 2 công thức tổng quát là có thể áp dụng cho mọi bài toán và mọi trường hợp, cho dù góc bé hay góc lớn, con lắc đơn dao động điều hòa hay tuần hoàn.

Vận tốc của vật: $\boxed{v_\alpha = \pm\sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}}$

Lực căng của sợi dây: $\boxed{\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)}$

Ví dụ 1: Câu trả lời nào là đúng khi nói về lực căng của dây treo con lắc đơn?

A. Như nhau tại mọi vị trí.

B. Lớn nhất tại vị trí cân bằng và lớn hơn trọng lượng của con lắc.

C. Lớn nhất tại vị trí cân bằng và nhỏ hơn trọng lượng của con lắc.

D. Nhỏ nhất tại vị trí cân bằng và bằng trọng lượng con lắc.

Hướng dẫn giải:

Lực căng của dây treo được tính theo biểu thức: $\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

Các vị trí khác nhau sẽ có góc α khác nhau ⇒ lực căng của sợi dây cũng khác nhau. Khi vật qua vị trí cân bằng, $\alpha = 0 \Rightarrow (\cos\alpha)_{max} = 1 \Rightarrow$ lực căng của sợi dây đạt cực đại $\tau_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$. Dễ thấy $(3 - 2\cos\alpha_0) > 1$ nên $\tau_{max} > mg$.

⇒ *Đáp án B.*

Ví dụ 2: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo $\ell = 100$ cm, vật có khối lượng $m = 50$ g dao động ở nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,81\ m/s^2$ với biên độ góc $\alpha_0 = 30^0$. Khi $\alpha = 8^0$ thì tốc độ của vật và lực căng sợi dây là

A. 1,65 m/s và 0,706 N. B. 1,56 m/s và 0,607 N

C. 1,56 m/s và 0,706 N. D. 1,65 m/s và 0,607 N.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức và thay số, ta được:

$$v_\alpha = \pm\sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \pm\sqrt{2.9,81.0,1(\cos8^0 - \cos30^0)} = \pm1,56\text{m/s}$$

$$\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = 50.10^{-3}.9.81\left(3\cos8^0 - 2\cos30^0\right) = 0,607\text{N}$$

⇒ *Đáp án B.*

Ví dụ 3: Một con lắc đơn có dây treo dài $\ell = 0,4$ m, vật nặng khối lượng m = 200 g. Lấy $g = 10$ m/s^2. Kéo con lắc để dây treo lệch khỏi phương thẳng đứng góc $\alpha = 60^0$ rồi buông nhẹ. Lúc lực căng của dây treo là 4 N thì tốc độ của vật bằng

A. 2 m/s. B. 2,5 m/s. C. 3 m/s. D. 4 m/s.

Hướng dẫn giải:

Cách giải bài toán này là từ biểu thức lực căng suy ra cosα rồi thay vào biểu thức v.

Cụ thể: Ta có $4 = 200.10^{-3}.10\left(3\cos\alpha - 2\cos60^0\right) \Rightarrow \cos\alpha = 1$ thay vào biểu thức vận tốc ta có tốc độ của vật lúc đó

$$|v_\alpha| = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2.10.0,4\left(1 - \cos60^0\right)} = 2\text{m/s} \Rightarrow \textit{Đáp án A.}$$

Ví dụ 4: Một con lắc đơn có chiều dài $l = 50$cm, khối lượng m = 250g. Tại vị trí cân bằng ta truyền cho vật nặng vận tốc v = 1 m/s theo phương ngang, lấy g = 10 m/s^2. Lực căng sợi dây khi vật ở vị trí cao nhất là

A. 2,25N. B. 2,35N. C. 3,15N. D. 3,25N.

Hướng dẫn giải:

Theo đề ra, ta có vận tốc ở VTCB:

$$1 = \sqrt{2gl(\cos0 - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2.10.0,5.(1 - \cos\alpha_0)} \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{9}{10}$$

Lực căng sợi dây khi vật ở vị trí cao nhất $\alpha = \pm\alpha_0$ là

$$\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha_0 - 2\cos\alpha_0) = mg\cos\alpha_0 = 0,25.10.\frac{9}{10} = 2,25\text{N} \Rightarrow \textit{Đáp án A.}$$

Ví dụ 5: Con lắc đơn dao động với phương trình li độ dài s = 2cos7t (cm) (t đo bằng giây), tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 (m/s^2). Tỉ số giữa lực căng sợi dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí cân bằng là

A. 1,08. B. 0,98. C. 1,01. D. 1,05.

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$\frac{\tau_{VTCB}}{P} = \frac{mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)}{mg} = 3 - 2\cos\alpha_0 = 3 - 2\cos\frac{S_0}{\ell} = 3 - 2\cos\frac{S_0.\omega^2}{g}$$

Thay số vào, ta được $\frac{\tau_{VTCB}}{P} = 3 - 2\cos\frac{2.10^{-2}.7^2}{9,8} = 1,0099 \approx 1,01 \Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 6: Con lắc đơn dao động không ma sát, vật dao động nặng 100 g. Cho gia tốc trọng trường bằng 10 m/s^2. Khi vật dao động qua vị trí cân bằng thì lực tổng hợp tác dụng lên vật có độ lớn 1,4 N. Li độ góc cực đại của con lắc là

A. 0,64 rad. B. 36,86 rad. C. 1,27 rad. D. 72,54 rad.

Hướng dẫn giải:

Tại VTCB, lực căng τ_{VTCB} và trọng lực P ngược chiều nhau, nên ta có:

$$\tau_{VTCB} - P = 1,4$$

$$\Rightarrow mg(3\cos 0 - 2\cos\alpha_0) - mg = 1,4 \Rightarrow mg(3 - 2\cos\alpha_0) - mg = 1,4$$

$$\Rightarrow (1 - \cos\alpha_0) = \frac{1,4}{2.mg} = \frac{1,4}{2.0,1.10} = 0,7 \Rightarrow \cos\alpha_0 = 0,3 \Rightarrow \alpha_0 = 1,27\text{rad}$$

Ví dụ 7: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo $\ell = 43,2$ cm, vật có khối lượng m dao động ở nơi có gia tốc trọng trường coi gần đúng bằng 10 m/s^2 với biên độ góc α_0 sao cho $\tau_{max} = 4\tau_{min}$. Khi lực căng sợi dây $\tau = 2\tau_{min}$ thì tốc độ của vật là

A. 1 m/s. B. 1,2 m/s. C. 1,6 m/s. D. 2 m/s.

Hướng dẫn giải:

+ Từ biểu thức tính lực căng: $\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \Rightarrow \begin{cases}\tau_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)\\ \tau_{min} = mg\cos\alpha_0\end{cases}$

Theo đề ra $\tau_{max} = 4\tau_{min} \Rightarrow mg(3 - 2\cos\alpha_0) = 4mg\cos\alpha_0 \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{1}{2}$

+ Khi $\tau = 2\tau_{min}$ có $mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = 2mg\cos\alpha_0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{3}\cos\alpha_0 = \frac{4}{3}.\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

+ Tốc độ vật khi đó là $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2.10.0,432.\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)} = 1,2$ m/s

$\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Bài tập vận dụng

Bài tập 1: Con lắc đơn có chiều dài l, vật nhỏ có khối lượng m = 100g được kéo lệch khỏi phương đứng góc α_0 rồi buông nhẹ. Lấy g = 10m/s^2. Trong quá trình dao động, độ lớn lực căng cực đại và cực tiểu lần lượt là τ_M và τ_m, ta có:

A. $\tau_M - 2\tau_m = 3$(N). B. $\tau_M + 2\tau_m = 3$(N). C. $\tau_M + \tau_m = 2$(N). D. $\tau_M - \tau_m = 1$(N).

Bài tập 2: Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc α_0 tại nơi có gia tốc trọng trường là g. Biết lực căng dây lớn nhất bằng 1,02 lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của α_0 là

A. $3,3^0$. B. $6,6^0$. C. $5,6^0$. D. $9,6^0$.

Ví dụ 8: Treo một vật trọng lượng 10N vào một đầu sợi dây nhẹ, không co dãn rồi kéo vật khỏi phương thẳng đứng một góc α_0 và thả nhẹ cho vật dao động. Biết rằng dây treo chỉ chịu được căng lớn nhất là 20N. Để dây không bị đứt, góc α_0 không thể vượt quá

A. 15^0. B. 30^0. C. 45^0. D. 60^0.

Hướng dẫn giải:

Muốn dây không đứt thì mọi giá trị của lực căng không được vượt quá giới hạn chịu được của dậy, điều này sẽ luôn thỏa mãn nếu lực căng lớn nhất $\tau_{max} < 20$

$$\Rightarrow mg(3-2\cos\alpha_0) < 20 \Rightarrow \alpha_0 < 60^0$$

Ví dụ 9: Con lắc đơn có chiều dài dây treo bằng 1m, vật nhỏ có khối lượng 0,2 kg. Treo con lắc vào điểm I. Gọi O là vị trí cân bằng của con lắc, O' là trung điểm của đoạn IO. Tại điểm O', người ta đóng một chiếc đinh sao cho con lắc khi qua vị trí cân bằng thì dây sẽ bị vướng vào chiếc đinh. Kéo vật đến vị trí dây treo có phương nằm ngang rồi thả không vận tốc ban đầu. Lấy g = 10 m/s^2. Lực căng của dây treo ngay trước và ngay sau khi vướng đinh là

A. $T = mg;\ T' = 5mg$. B. $T = 2mg;\ T' = mg$.

C. $T = 3mg;\ T' = 5mg$. D. $T = 2mg;\ T' = 5mg$.

Hướng dẫn giải:

Cách 1 :

+ Ngay trước thời điểm con lắc bị vướng đinh:

- Con lắc chịu các lực $\vec{P}$, $\vec{T}$ tác dụng nên ta có: $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$ (1)
- Chiếu (1) lên phương hướng tâm được : $-P+T=ma_{ht}$

$$\Rightarrow -P+T=m\frac{v^2}{R}=m\frac{v^2}{l}\Rightarrow T=P+m\frac{v^2}{l} \quad (2)$$

+ Ngay sau thời điểm con lắc bị vướng đinh (lúc này bán kính quỹ đạo chuyển động của con lắc giảm đi một nửa), tương tự ta có : $T'=P+m\dfrac{v^2}{\frac{l}{2}}$ (3)

+ Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: cơ năng của con lắc tại vị trí thả vật bằng cơ năng của con lắc tại vị trí cân bằng ta được :

$$mgh=\frac{mv^2}{2}\Rightarrow mgl=\frac{mv^2}{2}\Rightarrow v^2=2gl \quad (4)$$

Thay (4) vào (2) và (3) ta được : $T=3mg; T'=5mg$.

Cách 2 : Dùng công thức tổng quát $\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha-2\cos\alpha_0)$

Trước thời điểm con lắc bị vướng đinh nó dao động với $\alpha_0 = 90^0$, tại VTCB thì $\alpha = 0^0$ nên có ngay $\tau_{VTCB} = mg(3\cos0-2\cos90) = mg(3.1-2.0) = 3mg$

Sau khi vướng đinh, con lắc dao động với biên độ góc mới α'_0 được xác định theo điều kiện cơ năng bảo toàn $\Rightarrow$ thế năng cực đại không đổi $\Rightarrow mgh' = mgh$

$\Rightarrow h' = h$

$$\Rightarrow \ell'\left(1-\cos\alpha'_0\right) = \ell\left(1-\cos\alpha_0\right) \Rightarrow \frac{\ell}{2}\left(1-\cos\alpha'_0\right) = \ell\left(1-\cos 90\right) \Rightarrow \cos\alpha'_0 = -1$$

Vậy ta có $\tau'_{VTCB} = mg\left(3\cos\alpha' - 2\cos\alpha'_0\right) = mg\left(3.\cos 0 - 2(-1)\right) = mg(3+2) = 5mg$

Ví dụ 10: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo ℓ, vật có khối lượng m dao động điều hòa ở nơi có gia tốc trọng trường g với biên độ góc nhỏ α_0. Ứng với li giác α thì lực căng sợi dây là

A. $\tau_C = mg\left(1-2\alpha^2+3\alpha_0^2\right)$. B. $\tau_C = mg\left(1-1,5\alpha^2+\alpha_0^2\right)$

C. $\tau_C = mg\left(1-3\alpha^2+2\alpha_0^2\right)$. D. $\tau_C = mg\left(1-1,5\alpha^2+3\alpha_0^2\right)$.

Hướng dẫn giải:

Từ công thức tổng quát $\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

Áp dụng cho trường hợp góc nhỏ, lấy gần đúng

$$\cos\alpha_0 = \cos\left(2\frac{\alpha_0}{2}\right) = 1-2\sin^2\frac{\alpha_0}{2} = 1-2\left(\sin\frac{\alpha_0}{2}\right)\left(\sin\frac{\alpha_0}{2}\right) \approx 1-2\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) = 1-\frac{\alpha_0^2}{2}$$

và $\cos\alpha \approx 1-\dfrac{\alpha^2}{2}$, ta được:

$$\tau_\alpha = mg\left[3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0\right] = mg\left[3\left(1-\frac{\alpha^2}{2}\right)-2\left(1-\frac{\alpha_0^2}{2}\right)\right] = mg\left(1-1,5\alpha^2+\alpha_0^2\right)$$

$\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Từ biểu thức gần đúng trên ta cũng có $\tau_{max} = mg\left(1+\alpha_0^{\,2}\right)$ và $\tau_{min} = mg\left(1-\dfrac{\alpha_0^2}{2}\right)$.

Ví dụ 11: Một con lắc đơn có chiều dài $\ell = 40cm$, quả cầu nhỏ có khối lượng $m = 600g$ được treo tại nơi có gia tốc rơi tự do $g = 10m/s^2$. Bỏ qua sức cản không khí. Đưa con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 0,15rad$ rồi thả nhẹ, quả cầu dao động điều hoà.

a) Tính chu kì dao động T và tốc độ cực đại của quả cầu.

b) Tính sức căng dây treo khi quả cầu đi qua vị trí cân bằng.

c) Tính tốc độ trung bình của quả cầu sau một số lần nguyên n chu kì.

d) Tính quãng đường cực đại mà quả cầu đi được trong khoảng thời gian 2T/3 và tốc độ của quả cầu tại thời điểm cuối của quãng đường cực đại nói trên.

Hướng dẫn giải:

a) *Xác định chu kì dao động và tốc độ cực đại:*

+ Chu kì dao động: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{2\pi}{5} = 1,257(s)$

+ Biên độ dao động của quả cầu: $S_0 = \alpha_0.\ell = 6cm$

+ Tốc độ cực đại của quả cầu: $v_{max} = \omega.S_0 = 5.6 = 30cm/s$

b) *Xác định sức căng dây treo tại VTCB:*

+ Lúc đi qua VTCB quả cầu có tốc độ: $v_{max} = 30cm/s$

+ Gia tốc hướng tâm của quả cầu: $a_n = \frac{v_{max}^2}{\ell} = \frac{0,3^2}{0,4} = 0,225m/s^2$

+ Theo định luật II NiuTon, khi vật đi qua VTCB: $\tau - mg = ma_n$

$\Rightarrow \tau = mg + ma_n = 0,6.(10 + 0,225) = 6,135(N)$

c) *Tốc độ trung bình của vật sau số nguyên n chu kì:*

+ Sau n chu kì, quãng đường của vật đi được là: $S = n.4s_0$

+ Tốc độ trung bình của vật sau n chu kì là: $\bar{V} = \frac{S}{nT} = \frac{n.4S_0}{n.T} = \frac{4.6}{1,2566} = 19,1(cm/s)$

d) *Quãng đường cực đại:*

Phân tích $\Delta t = \frac{2T}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$

$\Rightarrow$ Quãng đường cực đại $S_{max} = 2.S_0 + S_{1max} = 2.S_0 + S_0 = 3S_0 = 3.6 = 18cm$

Ở cuối thời điểm đạt quãng đường cực đại nói trên thì vật có li độ dài $s = -3cm$, nên vận tốc của vật có độ lớn là $|v| = \omega\sqrt{S_0^2 - s^2} = 6.\sqrt{6^2 - (-3)^2} = 18\sqrt{3}(cm/s)$.

DẠNG 3: Dạng bài liên quan đến sự trùng phùng của hai con lắc

Hai con lắc dao động với chu kì khác nhau T_1 và T_2. Khi vật nặng của hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và chuyển động cùng chiều thì ta nói xảy ra trùng phùng. Khoảng thời gian t giữa hai lần trùng phùng liên tiếp được xác định theo biểu thức $t = \frac{T_1T_2}{|T_1 - T_2|}$ hoặc $t = bT_1 = aT_2$ trong đó $\frac{T_1}{T_2}$ = Phân số tối giản $= \frac{a}{b}$.

Ví dụ 1: Hai con lắc đơn dao động với các chu kì $T_1 = 10$ s và $T_2 = 8$ s. Tìm khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp chúng cùng đi qua vị trí cân bằng và chuyển động về cùng một phía (trùng phùng) và số chu kì mà mỗi vật thực hiện giữa hai lần trùng phùng liên tiếp đó?

Hướng dẫn giải:

Vì $\frac{T_1}{T_2}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}\Rightarrow$ thời gian giữa 2 lần trùng phùng liên tiếp t = 10.4 = 8.5 = 40s

Trong khoảng thời gian giữa 2 lần trùng phùng liên tiếp con lắc $T_1=10$ s thực hiện được 4 chu kì còn con lắc $T_2=8$ s thực hiện được 5 chu kì

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo và con lắc đơn, khi ở dưới mặt đất cả hai con lắc dao động với chu kì T = 2s. Đưa cả 2 con lắc lên đỉnh núi (coi nhiệt độ không thay đổi) thì hai con lắc dao động lệch chu kì nhau. Thỉnh thoảng chúng lại cùng đi qua vị trí cân bằng và chuyển động về cùng một phía, khoảng thời gian giữa hai lần như vậy là 8 phút 20 giây. Chu kì của con lắc đơn trên đỉnh núi là.

A. 2,008 s. B. 1,992 s. C. 2,010 s. D. 1,990 s.

Hướng dẫn giải:

+ Do chu kì của con lắc lò xo chỉ phụ thuộc vào k và m nên khi lên đỉnh núi, chu kì của nó vẫn là 2 s, vậy số dao động mà nó thực hiện được giữa hai lần trùng phùng liên tiếp là $n=\frac{t}{T}=\frac{500}{2}=250$.

+ Chu kì của con lắc đơn phụ thuộc vào gia tốc g, khi độ cao h tăng thì g giảm, nên trên đỉnh núi chu kì của nó tăng và sẽ lớn hơn 2 s, tức là lớn hơn chu kì của con lắc lò xo, vì vậy số dao động của nó trong khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp sẽ nhỏ hơn số dao động của con lắc lò xo 1 đơn vị và bằng

$n'=250-1=249\Rightarrow$ chu kì con lắc đơn $T'=\frac{t}{n'}=\frac{500}{249}=2,008$ s $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Bài tập vận dụng: Hai vật dao động điều hòa theo hai trục tọa độ song song cùng chiều. Phương trình dao động của hai vật tương ứng là $x_1 = A\cos(3\pi t + \varphi_1)$ và $x_2 = A\cos(4\pi t + \varphi_2)$. Tại thời điểm ban đầu, hai vật đều có li độ bằng A/2 nhưng vật thứ nhất đi theo chiều dương trục tọa độ, vật thứ hai đi theo chiều âm trục tọa độ. Khoảng thời gian ngắn nhất để trạng thái của hai vật lặp lại như ban đầu là

A. 3s. B. 2s. C. 4s. D. 1 s.

DANG 4: Dạng bài liên quan đến biến thiên chu kì nhỏ của con lắc đơn và sự nhanh chậm của đồng hồ quả lắc

Phương pháp giải:

$$\boxed{\frac{dT}{T}=\frac{d\ell}{2\ell}-\frac{dg}{2g}+\frac{\alpha.dt}{2}+\frac{dh_{cao}}{R}+\frac{dh_{sâu}}{2R}}\quad (*)$$

Với dT, dl, dg, dt, dh là các **biến thiên nhỏ** của chu kì, chiều dài, gia tốc, nhiệt độ, độ cao.

+ Giá trị $\frac{dT}{T}$ phụ thuộc vào 5 số hạng:

$\frac{d\ell}{2\ell}$ là do cắt ghép cơ học (nối dài thêm hoặc cắt bớt đi)

$-\frac{dg}{2g}$ là do thay đổi vị trí ; $\frac{\alpha.dt}{2}$ là do thay đổi nhiệt độ

$\frac{dh_{cao}}{R}$ là do thay đổi độ cao ; $\frac{dh_{sâu}}{2R}$ là do thay đổi độ sâu.

Chú ý rằng, đại lượng nào không thay đổi thì biến thiên của nó bằng 0.

Chẳng hạn, nếu không có biến thiên độ cao, độ sâu thì $dh_{cao} = 0$ và $dh_{sâu} = 0$, lúc đó $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha.dt}{2}$.

+ Gọi $T_đ$, T_s là chu kì chạy đúng và sai của đồng hồ:

Nếu $T_s > T_đ$, đồng hồ chạy chậm lại.

Nếu $T_s < T_đ$, đồng hồ chạy nhanh lên.

Ví dụ 1: Một đồng hồ quả lắc có chu kì $T_0 = 2s$ ở nhiệt độ 0°C. Biết hệ số dãn nở vì nhiệt của dây treo làm con lắc đơn $\alpha = 1,2.10^{-5}$ độ$^{-1}$, lấy $g = \pi^2$ m/s^2. Giả sử nhiệt độ tăng lên 25°C, thời gian con lắc chạy sai trong một giờ và chiều dài dây treo của con lắc lúc đó là

A. nhanh 0,54s; $\ell = 1,0003$m.
B. chậm 0,54s; $\ell = 1,0003$m.
C. nhanh 12,96s; $\ell = 1,0003$m.
D. chậm 0,54s; $\ell = 1,03$m.

Hướng dẫn giải:

+ Nhiệt độ t tăng làm chiều dài dây treo $l = l_0(1 + \alpha t)$ tăng ⇒ chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ tăng lên ⇒ Đồng hồ sẽ chạy chậm. Từ $\frac{dT}{T} = \frac{\alpha.dt}{2}$ ta được lượng chậm trong một giờ là $\frac{dT}{3600} = \frac{\alpha.dt}{2} \Rightarrow dT = 3600.\frac{1}{2}\alpha.dt = 3600.\frac{1}{2}.1,2.10^{-5}.25 = 0,54s$

+ Tại nhiệt độ 0°C, có:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_0}{g}} \Rightarrow \ell_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2}.g = \frac{2^2}{4\pi^2}.\pi^2 = 1m$$

Vậy chiều dài dây treo ở 25°C là:

$$\ell = \ell_0(1 + \alpha t) = 1.(1 + 1,2.10^{-5}.25) = 1,0003\ (m)$$

⇒ *Đáp án B.*

Ví dụ 2: Một đồng hồ quả lắc, chạy đúng giờ khi đặt trên mặt đất và ở nhiệt độ $t_1 = 25^\circ C$. Cho biết hệ số dãn nở vì nhiệt của dây treo là $\alpha = 10^{-4}$ độ$^{-1}$, bán kính Trái Đất R = 6400km. Nếu đưa đồng hồ lên độ cao 6,4km so với bề mặt Trái Đất và nhiệt độ ở đó là $-10^\circ C$ thì mỗi ngày đêm đồng hồ sẽ chạy

A. nhanh 237,6s B. chậm 237,6s

C. nhanh 64,8s D. chậm 64,8s.

Hướng dẫn giải:

Từ công thức tổng quát $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha.dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R}$ áp dụng cho bài toán này, ta có $\frac{dT}{T} = \frac{\alpha.dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R}$

Coi T là thời gian một ngày đêm T = 86400s thì dT sẽ là lượng sai trong một ngày đêm $\frac{dT}{86400} = \frac{10^{-4}.(-10-25)}{2} + \frac{(6,4-0)}{6400} \Rightarrow dT = -64,8s\ (<0)$

Như vậy trong một ngày đêm, đồng hồ chạy nhanh 64,8s ⇒ *Đáp án C.*

Ví dụ 3: Một con lắc đơn dao động tại địa điểm A với chu kì 2 s. Đưa con lắc tới địa điểm B thì thực hiện 100 dao động hết 201 s. Coi nhiệt độ hai nơi này bằng nhau. So với gia tốc trọng trường tại A, gia tốc trọng trường tại B

A. tăng 0,1%. B. giảm 0,1%. C. tăng 1%. D. giảm 1%.

Hướng dẫn giải:

+ Từ công thức $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha.dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R}$

Ở bài toán này, không có biến thiên do cắt ghép cơ học nên $d\ell = 0$, không có biến thiên nhiệt độ nên $dt = 0$, không có biến thiên độ cao nên $dh_{cao} = 0$, không có biến thiên độ sâu nên $dh_{sâu} = 0$. Chỉ có biến thiên do vị trí, vì vậy $\frac{dT}{T} = -\frac{dg}{2g}$

$\Rightarrow \frac{dg}{g} = -2\frac{dT}{T} = -2\frac{0,01}{2} = -0,01 = -1\% \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 4: Một đồng hồ đếm giây đặt trên mặt đất, mỗi ngày đêm chậm 130 s. Phải điều chỉnh độ dài của con lắc thế nào so với độ dài hiện trạng để đồng hồ chạy đúng?

A. Tăng 0,2%. B. Tăng 0,3%. C. Giảm 0,2%. D. Giảm 0,3%.

Hướng dẫn giải:

+ Đồng hồ đang chậm, muốn đồng hồ chạy đúng thì chu kì phải giảm ⇒ Chiều dài giảm.

+ Từ $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha.dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R}$, vì không có sự biến thiên vị trí, nhiệt độ độ cao và độ sâu, chỉ có biến thiên chiều dài nên $\frac{dT}{T}=\frac{d\ell}{2\ell}$

$\Rightarrow$ độ giảm chiều dài là $\frac{d\ell}{\ell}=2\frac{dT}{T}=2\frac{130}{86400}=0,003=0,3\%$ $\Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 5: Một đồng hồ quả lắc có chu kì T = 2 s ở Hà Nội với $g_1 = 9,7926\ m/s^2$ và ở nhiệt độ $t_1 = 10^0C$. Biết hệ số dãn nở của thanh treo $\alpha = 2.10^{-5}\ K^{-1}$. Chuyển đồng hồ vào Thành phố Hồ Chí Minh ở đó $g_2 = 9,7867\ m/s^2$ và nhiệt độ $t_2 = 33^0C$. Muốn đồng hồ vẫn chạy đúng trong điều kiện mới thì phải tăng hay giảm độ dài con lắc một lượng bao nhiêu?

A. Giảm 1,05 mm. B. Giảm 1,55 mm.
C. Tăng 1,05 mm. D. Tăng 1,55 mm.

Hướng dẫn giải:

+ Từ $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\Rightarrow$ chiều dài $l=\frac{g_1T^2}{4\pi^2}=0,9922m$

+ Ta có $\frac{dT}{T}=\frac{d\ell}{2\ell}-\frac{dg}{2g}+\frac{\alpha.dt}{2}+\frac{dh_{cao}}{R}+\frac{dh_{sâu}}{2R}$. Do $dh_{cao}=0$, $dh_{sâu}=0$ và

$dT=0$ nên $\frac{1}{2}\frac{d\ell}{\ell}=\frac{1}{2}\frac{dg}{g}-\frac{\alpha dt}{2}$ $\Rightarrow d\ell=\left[\frac{dg}{g}-\alpha dt\right]\ell$, thay số ta được:

$$d\ell=\left[\frac{9,7867-9,7926}{9,7926}-2.10^{-5}(33-10)\right]0,9922=-1,05.10^{-3}m$$ $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 6: Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi một con lắc đơn mà thanh treo nhẹ, làm bằng chất có hệ số nở dài $\alpha=2.10^{-5}$ độ$^{-1}$. Đồng hồ chạy đúng giờ khi nhiệt độ môi trường $t_1=30^0C$. Do sơ suất khi bảo dưỡng đồng hồ, người thợ đã làm thay đổi chiều dài của con lắc nên khi nhiệt độ là $t_2=20^0C$ thì mỗi ngày đêm đồng hồ chạy chậm 6,045 s. Hỏi người thợ lúc đó đã làm chiều dài tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm?

Hướng dẫn giải:

+ Mỗi ngày đêm, đồng hồ chạy chậm $6,045\ s \Rightarrow \frac{dT}{T}=\frac{6,045}{86400}\approx 0,7.10^{-4}$

+ Sự thay đổi chu kì của con lắc do 2 nguyên nhân: do nhiệt độ và do điều chỉnh chiều dài nên $\frac{dT}{T}=\frac{d\ell}{2\ell}+\frac{\alpha.dt}{2}$

$$\Rightarrow \frac{d\ell}{\ell}=2\frac{dT}{T}-\alpha.dt=2.0,7.10^{-4}-2.10^{-5}.(20-30)=3,4.10^{-4}=0,034\%>0$$

Vậy người thợ đã làm tăng chiều dài của con lắc một lượng 0,034%.

Ví dụ 7: Một đồng hồ quả lắc được điều khiển bởi con lắc đơn chạy đúng giờ. Nếu chiều dài giảm $0{,}02\%$ và gia tốc trọng trường tăng $0{,}01\%$ thì sau một tuần đồng hồ chạy nhanh hay chậm một lượng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

Cũng từ công thức $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha.dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R}$. Do bài toán này chỉ có biến thiên nhỏ của chiều dài và gia tốc nên $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g}$

Ta có: $\frac{dT}{T} = \frac{1}{2}\frac{d\ell}{\ell} - \frac{1}{2}\frac{dg}{g} = \frac{1}{2}\left(-\frac{0{,}02}{100}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{0{,}01}{100}\right) = -\frac{0{,}015}{100} = -15.10^{-4} < 0$

$\Rightarrow$ Lượng nhanh: $dT = 15.10^{-4}.T = 15.10^{-4}.7.86400 = 90{,}72s$.

DẠNG 5: Dạng bài liên quan đến con lắc đơn chịu thêm ngoại lực

Phương pháp giải:

Khi con lắc đơn chịu thêm các lực khác như lực điện trường, lực từ, lực quán tính..., lúc này con lắc đơn sẽ dao động với chu kì mới và có thể có vị trí cân bằng mới.

- Vị trí cân bằng mới có phương dây treo trùng với phương của trọng lực hiệu dụng

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$$

- Chu kì mới $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$. Trong đó g' là gia tốc hiệu dụng: $\vec{g}' = \vec{g} + \vec{a}$

Cần lưu ý các đặc điểm của 3 loại lực thường gặp sau:

* **Lực quán tính** khi con lắc đặt trong thang máy hoặc trên xe chuyển động có gia tốc a. Ngoài trọng lực $\vec{P}$ vật còn chịu thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$.

  + Chuyển động nhanh dần đều $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$ ($\vec{v}$ có hướng chuyển động)
  + Chuyển động chậm dần đều $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$
    - Nếu đặt trong thang máy $\Rightarrow g' = g \pm a$.
    - Nếu đặt trong ô tô chuyển động ngang $\Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2}$

* **Lực điện trường** khi vật nặng nhiễm điện q đặt trong điện trường E.

  + Điện trường thẳng đứng:

Nếu $\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{P}$: $P_1 = P + F$; $\left(\frac{T_1}{T_o}\right)^2 = \frac{g}{g_1} = \frac{P}{P+F}$

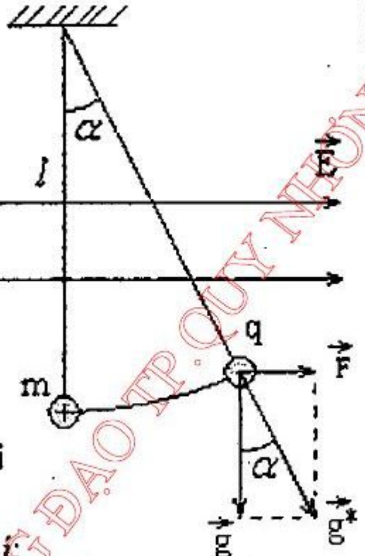
Nếu $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{P}$: $P_2 = P - F$; $\left(\frac{T_2}{T_o}\right)^2 = \frac{g}{g_2} = \frac{P}{P-F}$

+ Điện trường nằm ngang:

$$g' = \frac{P'}{m} = \frac{\sqrt{P^2 + F^2}}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$$

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_3}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\frac{g}{\cos\alpha}}} = T_0\sqrt{\cos\alpha}$$

Với $\tan\alpha = \frac{F}{mg}$



* **Lực đẩy Acsimet:** $\vec{F}$ luôn thẳng đứng hướng lên khi bài toán tính đến lực này, biểu thức tính F = DgV
Ở đó: D là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí;
V là thể tích của phần chất lỏng hay chất khí bị vật nặng chiếm chỗ.

Trong trường hợp này $g' = g - a$ với $a = \frac{F}{m}$.

Ví dụ 1: Con lắc đơn được treo ở trần một thang máy. Khi thang máy đứng yên, con lắc dao động điều hoà với chu kì T. Khi thang máy đi lên thẳng đứng, chậm dần đều với gia tốc $a = \frac{g}{2}$ thì con lắc dao động với chu kì T' bằng

A. $T\sqrt{2}$. B. $T\sqrt{3}$. C. $\frac{T}{2}$. D. $\frac{T}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Khi thang máy đi lên chậm dần đều với gia tốc a, vật chịu thêm lực quán tính hướng lên trên ($\overrightarrow{F_{qt}} = m\overrightarrow{a_{qt}} = -m.\vec{a}$*) nên* $\overrightarrow{F_{qt}}$ *ngược chiều với* $\vec{P}$

Gia tốc hiệu dụng $g_{hd} = g - a = g - 0,5g = 0,5g$

$\Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{0,5g}} = T\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Để hiểu kỹ về lực quán tính theo phương thẳng đứng, ta xét thêm 4 tình huống khác:

* ***Tình huống 1:*** Lấy $g = \pi^2 = 10m/s^2$. Treo con lắc đơn có độ dài l trong thang máy, cho thang máy chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc $a = 2m/s^2$ thì chu kỳ dao động của con lắc đơn

A. tăng 11,8%. B. giảm 16,67%. C. giảm 8,71% D. tăng 25%

Hướng dẫn giải: Do thang máy đi lên và chuyển động nhanh dần đều nên lực quán tính hướng xuống, lúc này $\overrightarrow{F_{qt}}$ cùng chiều với $\vec{P}$ nên gia tốc hiệu dụng tăng $g_{hd} = g + a = 12m/s^2$ làm cho cho kỳ giảm

$$\frac{T-T'}{T}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}-2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_{hd}}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}=\frac{\sqrt{\frac{1}{g}}-\sqrt{\frac{1}{g_{hd}}}}{\sqrt{\frac{1}{g}}}=0,0871=8,71\%$$

- ***Tình huống 2:*** Một con lắc đơn treo vào một thang máy, khi thang máy đứng yên thì con lắc dao động với chu kì 1s, khi thang máy chuyển động thì con lắc dao động với chu kì 0,96s. Thang máy chuyển động

A. nhanh dần đều đi lên. B. nhanh dần đều đi xuống.

C. chậm dần đều. D. thẳng đều.

Hướng dẫn giải:

Do 0,96 < 1 tức là $T' < T \Rightarrow g_{hd} > g \Rightarrow$ chỉ có phương án A là thỏa mãn.

- ***Tình huống 3:*** Một con lắc đơn được treo vào trần một thang máy. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2,52 s. Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 3,15 s. Khi thang máy đứng yên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là

A. 2,96 s. B. 2,84 s. C. 2,61 s. D. 2,78 s.

Hướng dẫn giải:

Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 2,52 s ta có phương trình:

$$2,52=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_{hd}}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}} \quad (1)$$

Khi thang máy chuyển động thẳng đứng đi lên chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn a thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là 3,15 s ta có phương trình:

$$3,15=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'_{hd}}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\frac{2,52}{3,15}=\sqrt{\frac{g-a}{g+a}} \Rightarrow \frac{16}{25}=\frac{g-a}{g+a} \Rightarrow a=\frac{9}{41}g$ lúc đó (1) trở

thành $2,52=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+\frac{9}{41}g}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+\frac{9}{41}g}}=\sqrt{\frac{41}{50}}.2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

Vậy chu kì khi thang máy đứng yên là $T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}=2,52.\sqrt{\frac{50}{41}}=2,78s$

- ***Tình huống 4:*** Một con lắc đơn được treo vào trần của một thang máy chuyển động thẳng đứng lên - xuống, khi thang máy có gia tốc không đổi a thì chu kì của con lắc tăng 20% so với chu kì dao động của nó khi thang máy đứng yên. Xác định chiều và độ lớn của gia tốc a?

Hướng dẫn giải:

Theo đề chu kì con lắc tăng lên $T' > T \Rightarrow g' < g \Rightarrow g' = g - a \Rightarrow \vec{F}$ và $\vec{P}$ ngược chiều nhau. Như vậy:

Nếu con lắc đi lên thì chuyển động chậm dần đều ***(gia tốc hướng xuống)***

Còn nếu đi xuống thì nhanh dần đều ***(gia tốc hướng xuống)***

$$\text{Theo đề, có: } \frac{T' - T}{T} = 20\% \Leftrightarrow \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}} - 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} = \frac{20}{100} \Rightarrow a = 2{,}8\text{m/s}^2$$

Ví dụ 2: Con lắc đơn được treo ở trần một ô tô. Khi ô tô đứng yên, con lắc dao động điều hoà với chu kì T. Khi ô tô chuyển động nhanh dần đều theo phương ngang với gia tốc có độ lớn $a = \frac{g}{2}$ thì con lắc dao động với chu kì bằng

A. $0{,}5T$ B. $T\sqrt{3}$ C. $\frac{T}{\sqrt{2}}$ D. $0{,}95T$

Hướng dẫn giải:

Khi chịu thêm lực quán tính theo phương ngang, ở VTCB, dây treo bị lệch so với phương thẳng đứng góc α với $\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{a}{g} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 26{,}5^\circ$.

$\Rightarrow T' = T\sqrt{\cos\alpha} = T\sqrt{\cos 26{,}5^\circ} \approx 0{,}95T \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Với lực quán tính nằm ngang, ta xét thêm 2 tình huống khác nữa:

* ***Tình huống 1:*** Một con lắc đơn được treo vào trần một ô tô đang chuyển động trên mặt đường nằm ngang. Thấy rằng:

- Khi xe chuyển động thẳng đều thì chu kì dao động là T_1.
- Khi xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a thì chu kì dao động là T_2.
- Khi xe chuyển động thẳng chậm dần đều với gia tốc a thì chu kì dao động là T_3.

Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $T_2 < T_1 < T_3$. B. $T_2 = T_1 = T_3$. C. $T_2 = T_3 > T_1$. D. $T_2 = T_3 < T_1$.

Hướng dẫn giải: Khi xe chuyển động thẳng đều, không có lực quán tính, chu kì $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, còn khi xe chuyển động thẳng biến đổi đều theo phương ngang với cùng gia tốc a, dù nhanh dần hay chậm dần thì $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$ nên chu kì đều bằng nhau và bằng $T_2 = T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}} > 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = T_1 \Rightarrow$ *Đáp án C.*

* ***Tình huống 2:*** Một con lắc đơn có chu kì dao động T = 2 s. Nếu treo con lắc vào trần một toa xe đang chuyển động nhanh dần đều trên mặt đường nằm ngang thì thấy rằng ở vị trí cân bằng mới, dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^0$. Cho $g = 10\ m/s^2$. Tìm chu kì dao động mới của con lắc trong toa xe và gia tốc của toa xe?

A. 1,86 s; 5,77 m/s^2. B. 1,86 s; 10 m/s^2.

C. 2 s; 5.77 m/s^2. D. 2 s; 10 m/s^2.

Hướng dẫn giải: Ở vị trí cân bằng mới, dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc α được xác định $\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$ ⇒ Gia tốc của toa xe là

$$a = g\tan\alpha = 10.\tan 30^0 = 10.\frac{\sqrt{3}}{3} = 5,77\left(m/s^2\right)$$

Ta có: $\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}} \end{cases} \Rightarrow T' = \sqrt{\dfrac{g}{\sqrt{g^2+a^2}}}.T = 1,86s$ ⇒ *Đáp án A.*

Ví dụ 3: Một toa xe trượt không ma sát trên một đường dốc xuống dưới, góc nghiêng của dốc so với mặt phẳng nằm ngang là $\alpha = 30^0$. Treo lên trần toa xe một con lắc đơn gồm dây treo chiều dài l = 1(m) nối với một quả cầu nhỏ. Trong thời gian xe trượt xuống, kích thích cho con lắc dao động điều hoà với biên độ góc nhỏ. Bỏ qua ma sát, lấy $g = 10m/s^2$. Chu kì dao động của con lắc là

A. 2,135s B. 2,315s C. 1,987s D. 2,809s

Hướng dẫn giải:

Trên mặt phẳng nghiêng $\alpha = 30^0$ không có ma sát, xe chuyển động xuống dưới nhanh dần đều nên con lắc chịu tác dụng thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ ngược chiều chuyển động, góc hợp bởi lực quán tính và trọng lực là 120^0, khi đó gia tốc biểu kiến của con lắc là: g' = $\sqrt{g^2 + a^2 + 2ag\cos 120^0}$

Xét vật ở vị trí cân bằng, phải có $F = P_{tt} \Rightarrow ma = mg.\sin\alpha \Rightarrow a = g.\sin 30 = \frac{g}{2}$

Vậy $g' = g\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2,135s$

Bài tập vận dụng: Một con lắc đơn gồm dây treo dài $\ell = 1(m)$ gắn một đầu với vật có khối lượng m. Lấy $g = 10(m/s^2)$, $\pi^2 = 10$.

a) Treo con lắc đơn trên vào một giá cố định trong trường trọng lực. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng để dây treo lệch góc 0,02rad về bên phải, rồi truyền cho vật một vận tốc 4π(cm/s) về bên trái cho vật dao động điều hòa. Chọn hệ quy chiếu có gốc ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng sang trái, chọn thời điểm ban đầu là lúc vật qua vị trí cân bằng lần đầu. Viết phương trình li độ góc của vật.

b) Người ta đem con lắc đơn nói trên gắn vào trần xe ôtô, ôtô đang đi lên dốc chậm dần đều với gia tốc 5(m/s^2). Biết dốc nghiêng một góc 30^0 so với phương ngang. Tính chu kì dao động của con lắc trong trường hợp trên.

Gợi ý:

a. $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \pi$ (rad/s) ; $S_0 = \sqrt{s^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = 2\sqrt{5}$cm ; $\alpha_0 = 0,02\sqrt{5}$ (rad)

Lúc t = 0 thì $\begin{cases} s = S_0\cos\varphi = 0 \\ v > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad

$\Rightarrow s = 2\sqrt{5}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$cm và $\alpha = 0,02\sqrt{5}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$rad

b. Ta có $P' = P.\sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow g' = 5\sqrt{3}$ (m/s^2) $\Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{5\sqrt{3}}} \approx 2,135$(s)

Ví dụ 4: Đặt con lắc đơn trong điện trường đều có $\vec{E}$ theo phương thẳng đứng hướng từ trên xuống dưới và có độ lớn $E = 10^4$ V/m. Biết khối lượng của quả cầu là $m = 20$g, quả cầu được tích điện $q = -12.10^{-6}$C, chiều dài dây treo $\ell = 1$m, lấy $g = \pi^2 = 10$ m/s^2. Chu kì dao động của con lắc là

A. $\frac{\pi}{4}$s. B. $\frac{\pi}{2}$s. C. πs. D. 2πs.

Hướng dẫn giải:

Vì $q < 0$ nên $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{E}$

$\Rightarrow \vec{F} \uparrow\downarrow \vec{P} \Rightarrow g' = g - a = g - \frac{|q|E}{m} = 10 - \frac{12.10^{-6}.10^4}{0,02} = 4$ (m/s^2)

Chu kì dao động: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}} = \pi$ (s) $\Rightarrow$ *Đáp án C.*

Để hiểu thêm về lực điện trường, ta xét thêm một vài tình huống khác:

* ***Tình huống 1:*** Con lắc đơn được treo trong điện trường đều có cường độ không đổi và hướng thẳng đứng. Cho vật tích điện Q thì thấy tỉ số giữa chu kì dao động nhỏ khi điện trường hướng lên hoặc hướng xuống là $\frac{T_1}{T_2} = \frac{9}{11}$. Điện tích Q là điện tích

A. dương B. âm

C. dương hoặc âm. D. có dấu không thể xác định được.

Hướng dẫn giải:

+ Do $\frac{T_1}{T_2}=\frac{9}{11}\Rightarrow T_1<T_2\Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1'}}<2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2'}}\Rightarrow g_1'>g_2'$

Điều này chỉ xảy ra khi $g_1'=g+a$ và $g_2'=g-a$

+ Vì $g_1'=g+a$ nên $\vec{F}_1\uparrow\uparrow\vec{P}\Rightarrow\vec{F}_1\uparrow\downarrow\vec{E}\Rightarrow Q$ là điện tích âm ⇒ *Đáp án B.*

* ***Tình huống 2:*** Có ba con lắc cùng chiều dài dây treo, cùng khối lượng. Con lắc thứ nhất và con lắc thứ hai mang điện tích q_1 và q_2, con lắc thứ ba không mang điện tích. Chu kì dao động điều hoà của chúng trong điện trường có phương thẳng đứng lần lượt là T_1, T_2 và T_3 với $T_1=\frac{1}{3}T_3$, $T_2=\frac{2}{3}T_3$. Biết rằng $q_1+q_2=7,4.10^{-8}(C)$. Điện tích q_1 là

A. 10^{-8}C B. $6,4.\ 10^{-8}$C C. $6,8.\ 10^{-7}$C D. $-5,6.\ 10^{-8}$C

Hướng dẫn giải: Vì T_1, T_2 đều nhỏ hơn T_3 nên $g_1=g+\frac{q_1E}{m}$ và $g_2=g+\frac{q_2E}{m}$

Từ $T_1=\frac{1}{3}T_3\Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+\frac{q_1E}{m}}}=\frac{1}{3}.2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\Rightarrow q_1=\frac{8gm}{E}$

Tương tự $T_2=\frac{2}{3}T_3\Rightarrow q_2=\frac{5gm}{4E}$

Suy ra $\frac{q_1}{q_2}=6,4$ mặt khác $q_1+q_2=7,4.10^{-8}(C)\Rightarrow q_1=6,4.10^{-8}(C)$ ⇒ Chọn B.

* ***Tình huống 3:*** Một con lắc đơn dài $\ell=25$cm, hòn bi có m = 10g và mang điện tích $q=10^{-4}$C. Treo con lắc vào giữa hai bản kim loại thẳng đứng, song song, cách nhau d = 22cm. Đặt vào hai bản hiệu điện thế một chiều U = 88V. Lấy g = 10 m/s^2. Chu kì dao động điều hòa với biên độ góc nhỏ của nó là

A. T = 0,983s. B. T = 0,389s. C. T = 0,659s. D. T = 0,956s.

Hướng dẫn giải: Ta có $F=|q|.E=|q|.\frac{U}{d}=10^{-4}\frac{88}{22.10^{-2}}=4.10^{-2}N$

$P=mg=10.10^{-3}.10=10.10^{-2}N$

Do $\vec{F}\perp\vec{P}$ nên $P'=\sqrt{P^2+F^2}=10,77.10^{-2}N\Rightarrow g'=\frac{P'}{m}=10,77m/s^2$

Lúc đó $T'=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g'}}=2.3,14\sqrt{\frac{25.10^{-2}}{10,77}}=0,956\ s$ ⇒ *Đáp án D.*

Bài tập: Một con lắc đơn mang điện tích dương. Khi có điện trường hướng thẳng đứng xuống thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là T_1. Khi có điện trường hướng thẳng đứng lên thì chu kì dao động điều hòa của con lắc là T_2. Chu kỳ T dao động điều hòa của con lắc khi không có điện trường liên hệ với T_1 và T_2 là

A. $T=\frac{T_1T_2}{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$ B. $T=\frac{2.T_1T_2}{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$ C. $T=\frac{T_1T_2}{\sqrt{2}\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$. D. $T=\frac{T_1T_2\sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$

Gợi ý: Dễ dàng có: $\frac{1}{T_1^2}=\frac{1}{4\pi^2}\frac{g+a}{\ell}$ và $\frac{1}{T_2^2}=\frac{1}{4\pi^2}\frac{g-a}{\ell}$

$$\Rightarrow\frac{1}{T_1^2}+\frac{1}{T_2^2}=2.\frac{1}{4\pi^2}\frac{g}{\ell}=2\frac{1}{T^2}\Rightarrow T=\frac{T_1T_2\sqrt{2}}{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}$$

Ví dụ 5: Hai con lắc đơn giống hệt nhau, các quả cầu dao động có kích thước nhỏ làm bằng chất có khối lượng riêng $D=8450\left(kg/m^3\right)$. Dùng các con lắc nói trên để điều khiển các đồng hồ quả lắc. Đồng hồ thứ nhất đặt trong không khí và đồng hồ thứ hai đặt trong chân không. Biết khối lượng riêng của không khí là $\rho=1,3\left(kg/m^3\right)$. Biết các điều kiện khác giống hệt nhau khi hai đồng hồ hoạt động. Nếu xem đồng hồ đặt trong chân không chạy đúng thì đồng hồ đặt trong không khí chạy nhanh hay chậm bao nhiêu sau một ngày đêm?

Hướng dẫn giải:

+ Chu kì dao động trong chân không là $T_{ck}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

+ Chu kì dao động khi thêm có lực đẩy Acsimet là $T_{kk}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-\frac{\rho g}{D}}}$

$$\Rightarrow\frac{\Delta T}{T_{ck}}=\frac{T_{kk}-T_{ck}}{T_{ck}}=\frac{T_{kk}}{T_{ck}}-1=\sqrt{\frac{1}{1-\frac{\rho}{D}}}-1=\left(1-\frac{\rho}{D}\right)^{-\frac{1}{2}}-1\approx\frac{1}{2}\frac{\rho}{D}$$

$\frac{\Delta T}{T_{ck}}=\frac{1}{2}\frac{\rho}{D}=\frac{1}{2}.\frac{1,3}{8450}=\frac{1,3}{16900}>0\Rightarrow$ đồng hồ chạy chậm.

+ Thời gian chạy chậm sau 1 ngày đêm sẽ là:

$$\Delta\tau=\left|\frac{\Delta T}{T}\right|.t=\left|\frac{\Delta T}{T}\right|.86400=\frac{1,3}{16900}.86400\approx6,65\left(s\right)$$

Chú ý: Vì đây có sự biến thiên nhỏ của gia tốc, do đó nếu dùng công thức tổng quát $\frac{dT}{T}=\frac{d\ell}{2\ell}-\frac{dg}{2g}+\frac{\alpha.dt}{2}+\frac{dh_{cao}}{R}+\frac{dh_{sâu}}{2R}$ với chú ý rằng $=-\frac{dg}{2g}=\frac{a}{2g}=\frac{\rho}{2D}$ ta sẽ có ngay $dT=\frac{\rho}{2D}.T$ rồi thay số được $dT=\frac{\rho}{2D}.T=\frac{1,3}{2.8450}.86400=6,65s\ (>0)$ nên trong một ngày đêm đồng hồ chạy chậm 6,65s.

DẠNG 6: Một số bài toán tổng hợp

Các bài tập tổng hợp về con lắc đơn rất phong phú, ở đây ta chỉ xét thêm một vài trường hợp liên quan đến sự thay đổi của các đại lượng như năng lượng, biên độ,... các bài toán đề cập đến sự va chạm và chuyển động tiếp theo của vật khi tuột khỏi dây treo. Hy vọng nó sẽ làm cơ sở để các em có thể giải quyết tiếp các bài toán tổng hợp phức tạp khác

Ví dụ 1: Một con lắc đơn đang dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8 m/s^2$ với năng lượng dao động 150mJ, thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc $2,5\ m/s^2$. Biết rằng thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng không, con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng

A. 201mJ. B. 141mJ. C. 112mJ. D. 83,8mJ.

Hướng dẫn giải:

Lúc đầu dao động với tần số góc ω, biên độ dài S_0 nên có cơ năng: $E = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0$.

Về sau dao động với tần số góc ω', biên độ dài S_0 nên có cơ năng: $E' = \frac{1}{2}m\omega'^2 S_0$

(Do thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng không nên biên độ dài S_0 không thay đổi)

$$\Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{\omega'^2}{\omega^2} \Rightarrow E' = \left(\frac{g'}{g}\right).E = \left(\frac{g-a}{g}\right).E = \left(\frac{9,8-2,5}{9,8}\right).150 = 112(mJ) \Rightarrow \textit{Đáp án C}$$

Tình huống khác: Con lắc đơn treo ở trần một thang máy, đang dao động điều hoà. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên thì

A. biên độ dao động giảm.

B. biên độ dao động không thay đổi.

C. lực căng dây giảm.

D. biên độ dao động tăng.

Ở tình huống này thì vận tốc qua VTCB không đổi, nhưng do $g' = g + a$ nên

$\omega' = \sqrt{\frac{g'}{\ell}} = \sqrt{\frac{g+a}{\ell}} > \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \omega$ dẫn đến biên độ dài giảm.

Ví dụ 2: Khi vật nặng của một con lắc đơn có khối lượng m = 100g và mang điện tích $q = -10^{-5}C$ đang ở vị trí cân bằng, người ta truyền cho nó một vận tốc theo phương ngang có độ lớn 20cm/s. Khi vật nặng đến vị trí biên thì người ta thiết lập một điện trường đều theo phương thẳng đứng ở nơi treo con lắc, con lắc tiếp tục dao động với tốc độ cực đại mới là 30cm/s. Vectơ cường độ điện trường được thiết lập có

A. độ lớn 49,3kV/m và hướng lên.

B. độ lớn 123kV/m và hướng xuống.

C. độ lớn 49,3kV/m và hướng xuống.

D. độ lớn 123kV/m và hướng lên.

Hướng dẫn giải:

Khi chưa có điện trường, tại vị trí cân bằng vận tốc con lắc đơn có giá trị lớn nhất: $v_{max} = S_0.\omega = S_0.\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Tại vị trí biên, tốc độ của vật bằng 0, khi thiết lập điện trường E thẳng đứng thì tại đây tốc độ của vật vẫn bằng 0, nói cách khác điện trường E này không làm thay đổi biên độ góc của con lắc mà chỉ có tác dụng thay đổi $g' \Rightarrow$ tần số góc ω' và $v'_{max} = S_0.\omega'$ thay đổi.

Do $v'_{max} > v_{max} \Rightarrow \omega' > \omega \Rightarrow g' > g \Rightarrow$ Lực điện trường hướng xuống. Mà q <0 nên vectơ cường độ điện trường hướng lên trên.

Lúc này có thể viết $v'_{max} = S_0.\omega' = S_0.\sqrt{\dfrac{g + \dfrac{|q|E}{m}}{\ell}}$

Suy ra: $\dfrac{v_{max}}{v'_{max}} = \sqrt{\dfrac{g}{g + \dfrac{|q|E}{m}}} = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{|q|E}{m} = 5g \Rightarrow E = \dfrac{5mg}{|q|} = \dfrac{5.0,1.9,87}{5.10^{-5}} = 123.10^3 V/m \Rightarrow$ *Đáp án D*

Bài tập vận dụng

Bài tập 1: Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc bằng 9^0 tại nơi có gia tốc trọng trường g = 10 m/s^2. Vật nhỏ qua vị trí cân bằng 6 lần liên tiếp trong thời gian 2,4 s. Khi độ cao của vật bằng 3/4 độ cao cực đại tính từ vị trí thấp nhất của vật thì tốc độ của vật bằng

A. 12 cm/s B. 10 cm/s C. $12\sqrt{3}$ cm/s D. $10\sqrt{3}$ cm/s

Gợi ý: Vật qua vị trí cân bằng 6 lần liên tiếp trong thời gian 5T/2 ⇒ T = 0,96 s.

Khi độ cao của vật bằng 3/4 độ cao cực đại thì

$$v = \frac{1}{2}v_{max} = \frac{1}{2}\omega.S_0 = \frac{1}{2}.\frac{2\pi}{T}.\alpha_0.\ell = \frac{1}{2}.\frac{2\pi}{T}.\alpha_0.\frac{T^2.g}{(2\pi)^2} = \alpha_0.\frac{T.g}{4\pi} = 9.\frac{\pi}{180}.\frac{0,96.g}{4\pi}$$

Bài tập 2: Một tên lửa bắt đầu bay lên theo phương thẳng đứng với gia tốc a = 3g. Trong tên lửa có treo một con lắc đơn dài $\ell = 1m$. Khi bắt đầu bay thì đồng thời kích thích cho con lắc thực hiện dao động nhỏ. Bỏ qua sự thay đổi gia tốc rơi tự do theo độ cao và lấy $g = 10m/s^2$; $\pi^2 \approx 10$. Khi tên lửa đạt đến độ cao $h = 1500m$ thì con lắc đã thực hiện được số dao động là

A. 20. B. 14. C. 10. D. 18.

Gợi ý: Chu kỳ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g+a}} = 1(s)$.

Thời gian dao động chính là thời gian tên lửa bay $t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = 10s$

$\Rightarrow$ Số dao động: $N = \frac{t}{T} = 10$. **Đáp án C.**

Ví dụ 3: Con lắc đơn gồm sợi dây mảnh chiều dài $\ell = 1m$, một đầu cố định, đầu còn lại treo vật nhỏ m = 100g, bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = \pi^2 = 10$ m/s^2.

1. Tính chu kì dao động nhỏ của con lắc.
2. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 60°$ rồi buông nhẹ, hãy tính:
   a. Tốc độ cực đại của vật và lực căng của dây treo cực tiểu?
   b. Tốc độ của vật tại li độ góc $\alpha = 30°$?
3. Giả sử tại li độ góc $\alpha = 30°$ thì vật bị tuột khỏi dây treo.
   a. Lập phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo của vật ngay sau sự cố bị tuột dây.
   b. Xác định độ cao lớn nhất mà vật đạt được và hãy so sánh với độ cao ban đầu lúc thả vật?
   c. Tính thời gian từ lúc vật tuột khỏi dây tới khi nó đạt độ cao lớn nhất?
   d. Khi vật về đến điểm có độ cao đúng bằng độ cao điểm tuột dây thì vật dời theo phương ngang một đoạn bao xa?
   e. Sau khi tuột dây treo, tại thời điểm t = 0,125s hãy xác định tốc độ của vật?

Hướng dẫn giải:

1. Chu kì dao động nhỏ của con lắc: $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2(s)$

2a. Tốc độ của vật đạt cực đại khi vật qua VTCB:

$$v_{max} = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2.10.1.(\cos 0^0 - \cos 60^0)} = \pi \text{ (m/s)}$$

Lực căng của dây treo cực tiểu khi vật ở vị trí biên:

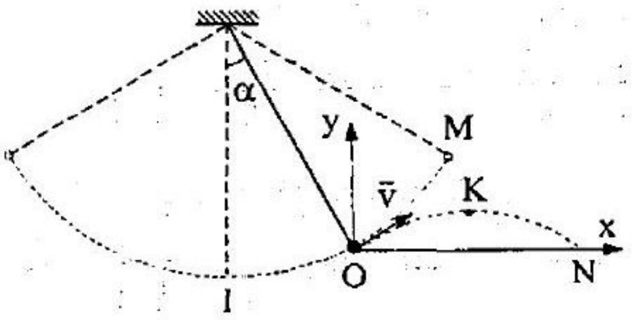
$$\tau_{min} = mg\cos\alpha_0 = 0,1.10.\cos 60^0 = 2,5(N)$$

2b. Tốc độ của vật khi $\alpha = 30°$:

$$v_0 = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2.10.1.(\cos 30 - \cos 60)} = 2,7 \text{ (m/s)}$$

3. Ở li độ góc $\alpha = 30°$ thì vật bị tuột khỏi dây treo, vật bắt đầu chuyển động như một vật bị ném xiên hợp với phương ngang góc 30° với vận tốc ban đầu:

$v_0 = 2,7$ (m/s).



a. Để biết được dạng quỹ đạo, ta phân tích chuyển động của vật thành 2 thành phần:

+ Theo trục ngang Ox, do không có lực theo phương ngang nên vật chuyển động thẳng đều, vì vậy $x = v_x t = (v_0 \cos\alpha).t$

+ Theo trục thẳng đứng Oy, vật chịu tác dụng của trọng lực P nên vật chuyển động biến đổi đều, vì vậy $y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0 \sin\alpha).t - \frac{1}{2}gt^2$

Rút t từ phương trình x rồi thay vào phương trình y ta được:

$$y = (v_0 \sin\alpha).\frac{x}{(v_0\cos\alpha)} - \frac{1}{2}g\left[\frac{x}{(v_0\cos\alpha)}\right]^2 = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$$

Thay số: $y = -\frac{10}{2.2,7^2.\cos^2 30^0}x^2 + (\tan 30^0).x = -0,914x^2 + 0,577x$

Phương trình bậc hai trên chứng tỏ quỹ đạo chuyển động của vật sau khi tuột dây có dạng là parabol.

b. Điểm M ban đầu có độ cao so với điểm I là

$$h_M = \ell(1-\cos\alpha_0) = 100(1-\cos60^0) = 50\text{cm}$$

Trong chuyển động parabol sau khi tuột dây, độ cao cực đại của vật chính là tọa độ đỉnh K, theo toán học, ta có:

$$y_{max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{2,7^2.\sin^2 30}{2.10} = 0,0911(\text{m}) = 9,11(\text{cm})$$

Điểm K có độ cao so với điểm thấp nhất I là:

$$h_K = h_O + y_{max} = \ell(1-\cos\alpha) + y_{max} = 100(1-\cos30^0) + 9,11 = 22,5\text{cm}$$

Rõ ràng thấy rằng $h_K < h_M$. Sở dĩ như vậy là vì tại độ cao ban đầu năng lượng của vật chỉ tồn tại ở dạng thế năng còn ở độ cao lớn nhất sau khi tuột dây, vật vẫn có thành phần vận tốc theo phương ngang nên động năng vẫn tồn tại do đó thế năng sau phải nhỏ hơn thế năng ban đầu.

c. Vật đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm vận tốc theo phương Oy bằng 0.

Tức là cho $v_y = v_{0y} - gt = 0$ ta được thời gian từ lúc vật tuột khỏi dây tới khi nó đạt độ cao lớn nhất

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0\sin\alpha}{g} = \frac{2,7.\sin30^0}{10} = 0,135(\text{s})$$

d. Khi vật về đến điểm có độ cao đúng bằng độ cao điểm tuột dây thì vật dời theo phương ngang một đoạn

$$ON = 2.x_K = 2.\left(-\frac{b}{2a}\right) = 2.\left(\frac{v_0^2\sin\alpha.\cos\alpha}{g}\right) = 2.\left(\frac{2,7^2\sin30^0.\cos30^0}{10}\right)$$

$$= 0,631(\text{m}) = 63,1(\text{cm})$$

e. Tại thời điểm t = 0,125s sau khi vật bị tuột khỏi dây treo, vật tham gia đồng thời hai chuyển động thành phần:

+ Chuyển động thẳng đều theo phương ngang với tốc độ

$$v_x = v_0\cos\alpha = 2,7.\cos30^0 = 2,338m/s$$

+ Chuyển động biến đổi đều theo phương thẳng đứng với tốc độ

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0\sin\alpha - gt$$

với t = 0,125s thì $v_y = 2,7\sin30 - 10.0,125 = 0,1m/s$

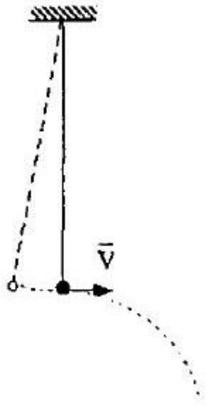
Do hai thành phần này vuông góc nhau nên tốc độ của vật tại thời điểm đó là

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2,388^2 + 0,1^2} = 2,39m/s$$

Ví dụ 4: Một con lắc đơn có chiều dài 1m, đầu trên cố định, đầu dưới gắn với vật nặng nhỏ có khối lượng m. Điểm cố định cách mặt đất 3,5m. Ở thời điểm ban đầu đưa con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc α = 0,09 rad rồi thả nhẹ, khi con lắc vừa qua VTCB thì sợi dây bị đứt. Bỏ qua mọi sức cản, lấy $g = \pi^2 = 10\ m/s^2$. Tốc độ của vật nặng ở thời điểm t = 0,55s có giá trị bằng

A. 5,5 m/s B. 0,57m/s C. 0,28 m/s D. 1 m/s

Hướng dẫn giải:



Chu kì dao động của con lắc đơn $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2$ (s).

Sau $\frac{T}{4} = 0,5s$ vật đến VTCB. Đúng vị trí này sợi dây bị đứt, nên vật tiếp tục chuyển động như một vật được ném ngang từ độ cao h_0 = 1,5m với vận tốc ban đầu xác định theo biểu thức:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl(1-\cos\alpha) \approx mgl.2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = mgl\frac{\alpha^2}{2} \Rightarrow v_0 = \pi\alpha$$

Tại thời điểm 0,55s thì thời gian của chuyển động ném ngang kéo dài được 0,05s. Vận tốc của vật gồm 2 thành phần vuông góc $\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = g.t \end{cases}$ nên ta có

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(\pi\alpha)^2 + (g.t)^2} = 0,57m/s$$

Ví dụ 5: Một con lắc đơn gồm sợi dây mảnh có chiều dài $\ell = 1m$, vật nhỏ có khối lượng m_1 = 300g. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 60^\circ$ rồi buông nhẹ. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản. Lấy $g = 10m/s^2 = \pi^2$.

1. Tính tốc độ của vật khi nó qua vị trí cân bằng.
2. Khi đi qua vị trí cân bằng, vật va chạm xuyên tâm đàn hồi với vật nhỏ thứ hai có khối lượng m_2 = 200g đang nằm yên trên mép mặt bàn.

a. Tính vận tốc của hai vật ngay sau khi va chạm.

b. Tính biên độ góc mới α'_0 của vật thứ nhất sau va chạm.

c. Giả sử mặt bàn cao h = 0,8m so với sàn nhà. Hãy xác định quỹ đạo chuyển động của vật thứ hai, tính thời gian rơi của vật thứ hai và khoảng cách theo phương ngang từ điểm rơi đến chân bàn.

Hướng dẫn giải:

1. Tốc của vật m_1 khi nó qua vị trí cân bằng:

$$v = v_{max} = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2.10.1.(\cos 0 - \cos 60)} = \pi = 3{,}14 \text{ (m/s)}$$

2a. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và cơ năng của hệ, ta có:

$$\begin{cases} m_1v'_1 + m_2v'_2 = m_1v_1 + 0 \\ \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v'_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)v_1}{(m_1 + m_2)} = \dfrac{(0{,}3 - 0{,}2).3{,}14}{(0{,}3 + 0{,}2)} = 0{,}628 \text{ (m/s)} \\ v'_2 = \dfrac{2m_1v_1}{(m_1 + m_2)} = \dfrac{2.0{,}3.3{,}14}{(0{,}3 + 0{,}2)} = 3{,}768 \text{ (m/s)} \end{cases}$$

b. Sau va chạm, do $v'_1 = 0{,}628 \text{ (m/s)} \neq 0$ nên vật m_1 tiếp tục dao động nhưng với biên độ góc mới α'_0 thoả mãn :

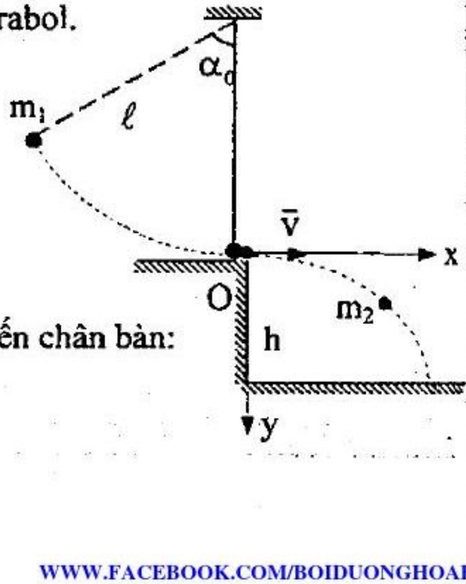
$$v'_1 = \sqrt{2g\ell(\cos 0 - \cos\alpha'_0)} = \sqrt{2.10.1.(1 - \cos\alpha'_0)} = 0{,}628 \text{ (m/s)} \Rightarrow \alpha'_0 = 11{,}5^0$$

c. * Sau va chạm, vật thứ hai chuyển động như một vật bị ném ngang, ta phân tích chuyển động của vật theo 2 phương vuông góc Ox, Oy như hình vẽ.

+ Vật chuyển động đều theo phương Ox với vận tốc v_0 nên có $x = v_{0x}t$

+ Vật rơi tự do không vận tốc ban đầu ($v_{0y} = 0$) theo phương Oy nên $y = \frac{1}{2}gt^2$

Khử t trong 2 phương trình trên, ta được phương trình quỹ đạo $y = \frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 \Rightarrow$ quỹ đạo chuyển động của vật m_2 có dạng là parabol.



* Khi vật rơi tới mặt đất thì $y = h$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow \text{thời gian rơi: } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.0{,}8}{10}} = 0{,}4 \text{(s)}$$

Khoảng cách theo phương ngang từ điểm rơi đến chân bàn:

$$x_{max} = v_{0x}t = 3{,}768.0{,}4 = 1{,}51 \text{ (m)}$$

Ví dụ 6: Con lắc đơn có vật nhỏ khối lượng M đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một vật nhỏ khác khối lượng m = M chuyển động theo phương ngang với tốc độ 20π (cm/s) đến va chạm đàn hồi với M. Sau va chạm con lắc đơn dao động với biên độ góc α_{max} và chu kì T = 1 (s). Lấy $g = \pi^2$ (m/s^2). Giá trị α_{max} là

A. 0,1 rad. B. 0,2rad. C. 15^0. D. 23^0.

Hướng dẫn giải:

Từ định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng ta có hệ:

$$\begin{cases} mv_0 = mv_m + Mv_M \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 \end{cases}$$

Giải ra được vận tốc của vật M là: $v_M = \frac{2mv_0}{m+M} = v_0 = 0,2\pi(m/s)$

Lại có $v_M = \sqrt{2g\ell(\cos 0 - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2g.\frac{T^2g}{(2\pi)^2}.\left(1-\cos\alpha_0\right)} = \pi\sqrt{\frac{1}{2}.\left(1-\cos\alpha_0\right)}$

nên $\pi\sqrt{\frac{1}{2}.\left(1-\cos\alpha_0\right)} = 0,2\pi \Rightarrow \left(1-\cos\alpha_0\right) = 0,08 \Rightarrow \alpha_0 \approx 23^0 \Rightarrow$ *Chọn D.*

Ví dụ 7: Một viên đạn có khối lượng 5g bay theo phương ngang với vận tốc 400m/s đến găm vào một quả cầu bằng gỗ khối lượng 500g được treo trên một sợi dây nhẹ, mềm và không dãn. Kết quả làm cho dây treo quả cầu bị lệch đi một góc 10^0 so với phương đứng. Lấy g = 10m/s^2. Chu kì dao động của quả cầu sau đó là

A. 3,62s. B. 7 21s. C. 14,27s. D. 18,37s.

Hướng dẫn giải:

Với va chạm mềm, chỉ được áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta có $mv_0 = \left(m+M\right)v \Rightarrow$ vận tốc của hai vật sau va chạm

$v = \frac{mv_0}{(m+M)} = \frac{5.400}{(5+500)} = \frac{400}{101}(m/s)$ đây cũng là vận tốc của vật khi qua VTCB nên ta có

$$v = \sqrt{2g\ell(\cos 0 - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2g.\frac{T^2g}{(2\pi)^2}.(1-\cos 10)} = \frac{T}{2\pi}.g.\sqrt{2\left(1-\cos 10\right)}$$

Suy ra $\frac{T}{2\pi}.g.\sqrt{2\left(1-\cos 10\right)} = \frac{400}{101} \Rightarrow T = 14,27s \Rightarrow$ *Chọn C.*

Ví dụ 8: Một con lắc đơn ở mặt đất dao động nhỏ chu kì là 2 s. Đặt con lắc vẫn ở ngay mặt đất, nhưng cho quả cầu mang điện tích q đưa vào trong vùng điện trường đều $\vec{E}$, hướng xuống có độ lớn E = 9810 V/m thì nó có chu kì giống như khi ở độ cao 6,4 km. Cho biết R = 6400 km, m = 100g và ở mặt đất g = 9,81 m/s^2. Điện tích q bằng

A. -3.10^{-8}C B. 2.10^{-7}C C. -2.10^{-7}C D. 3.10^{-8}C

Hướng dẫn giải:

Ở mặt đất $g = \dfrac{GM}{R^2}$ và khi ở độ cao h thì $g'' = \dfrac{GM}{(R+h)^2}$

Lập tỉ số ta có $\dfrac{g''}{g} = \dfrac{R^2}{(R+h)^2} \approx 1 - \dfrac{2h}{R} \Rightarrow g'' = g\left(1 - \dfrac{2h}{R}\right)$

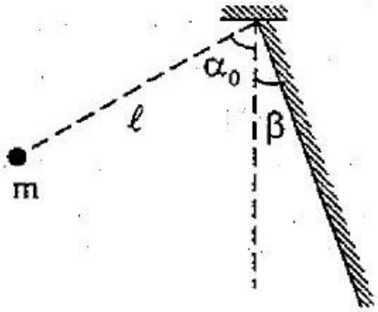
Vì $\vec{F}$ cùng phương với $\vec{P}$ nên $g' = g + \dfrac{qE}{m}$

Để ở mặt đất và đặt trong điện trường có chu kì bằng chu kì khi ở độ cao h thì

$$g' = g'' \Rightarrow g + \frac{qE}{m} = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right) \Rightarrow q = -\frac{2hgm}{RE} = -\frac{2.6,4.9,81.0,1}{6400.9810} = -2.10^{-7}(C)$$

$\Rightarrow$ Chọn C.

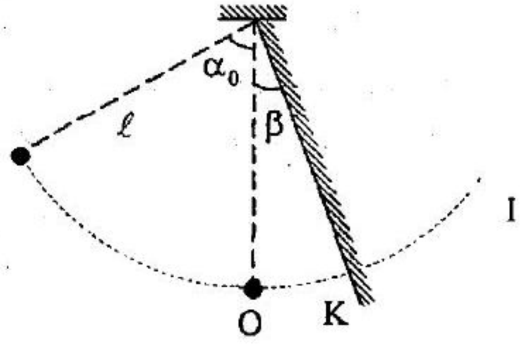
Ví dụ 9: Cho cơ hệ như hình vẽ, con lắc đơn có chiều dài 1m. **Biên độ** góc của dao động α_{max} = 0,1 (rad). Trong quá trình dao động, vật nặng va chạm đàn hồi với bức tường nghiêng góc $\beta = 0,05\sqrt{2}$ rad. Lấy g = π^2 = 9,85 (m/s^2). Chu kì dao động của vật là



A. 1,5s B. 1,25s.

C. 1,33s. D. 1,83s.

Hướng dẫn giải:



Nếu không va chạm với bức tường nghiêng thì chu kì dao động của con lắc phải là : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{1}{\pi^2}} = 2(s)$

Tuy nhiên, do va chạm đàn hồi với bức tường nghiêng, đến điểm K thì vật đã bị bật trở lại, vật không dịch chuyển trên đoạn IK nên chu kì thực tế của con lắc sẽ là:

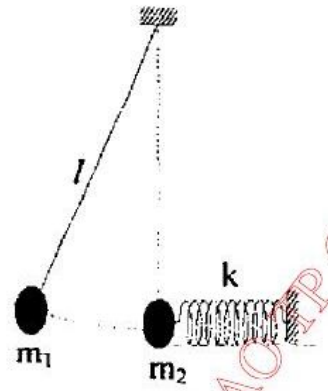
$$T' = T - 2.t_{IK} = T - 2.\frac{T}{2\pi}\arccos\frac{\beta}{\alpha_0} = T\left(1 - \frac{1}{\pi}\arccos\frac{0,05\sqrt{2}}{0,1}\right) = 1,5s$$

$\Rightarrow$ Chọn A.

Ví dụ 10: Cơ hệ như hình vẽ gồm 2 con lắc: Con lắc lò xo có k = 100 N/m, m_2 = 100 g. Con lắc đơn có l = 25 cm và m_1 giống hệt m_2. Kéo m_1 lệch góc nhỏ rồi buông nhẹ, khi qua vị trí cân bằng, m_1 va chạm đàn hồi với m_2. Lấy g = π^2 (m/s^2). Chu kì của hệ là

A. 1,02s B. 1,20s.

C. 0,60s. D. 0,81s.



Hướng dẫn giải:

Trong một chu kì hoàn chỉnh, hệ thống con lắc thực hiện qua 4 giai đoạn, trong đó có 2 giai đoạn của con lắc lò xo và 2 giai đoạn của con lắc đơn nên chu kì của hệ là $T = \frac{1}{4}T_{CLD} + \frac{1}{4}T_{CLLX} + \frac{1}{4}T_{CLLX} + \frac{1}{4}T_{CLD} = \frac{1}{2}\left(T_{CLD} + T_{CLLX}\right)$

$$T = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) = \pi\left(\sqrt{\frac{\ell}{g}} + \sqrt{\frac{m}{k}}\right) = \pi\left(\sqrt{\frac{0,25}{10}} + \sqrt{\frac{0,1}{100}}\right) \approx 0,6s$$

Ví dụ 11: Một thanh không trọng lượng (trọng lượng gần bằng 0), chiều dài ℓ = 3,5m có thể quay tự do quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Người ta gắn vào đầu tự do của thanh một vật nhỏ thứ nhất khối lượng m và vào trung điểm của thanh vật nhỏ thứ hai khối lượng 3m. Lấy g = 9,8 m/s^2. Hãy tìm tần số góc trong dao động bé của thanh xung quanh vị trí cân bằng.

Hướng dẫn giải:

Theo hình vẽ, nếu vật nhỏ m có độ dịch chuyển là x thì vật 3m có độ dịch chuyển là x/2

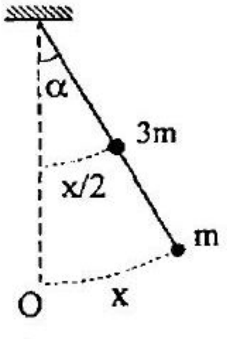
+ Động năng của hệ: $E_đ = \frac{mx'^2}{2} + \frac{3m(x'/2)^2}{2} = 1,75m\frac{x'^2}{2}$

Tức khối lượng hiệu dụng của hệ là m_{hd} = 1,75m.

+ Thế năng của hệ:

$$E_t = mg\ell(1-\cos\alpha) + 3mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\alpha) = \frac{2,5mg}{\ell}\frac{x^2}{2}$$

Tức độ cứng hiệu dụng là $k_{hd} = \frac{2,5mg}{\ell}$.



Vậy tần số dao động bé của hệ:

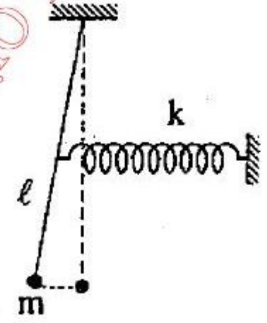
$$\omega = \sqrt{\frac{k_{hd}}{m_{hd}}} = \sqrt{\frac{\frac{2,5mg}{\ell}}{1,75m}} = \sqrt{\frac{10}{7}.\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{10}{7}.\frac{9,8}{2,5}} = 2\ (\text{rad/s})$$

Ví dụ 12: Một thanh không trọng lượng dài $\ell = 50$ cm có thể quay tự do quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Người ta gắn vào đầu tự do của thanh một vật nhỏ khối lượng m = 0,5kg và vào trung điểm của thanh một lò xo nằm ngang có độ cứng k = 32N/m. Khi thanh ở vị trí thẳng đứng, lò xo không biến dạng. Lấy $g = 10m/s^2$. Hãy tìm tần số góc trong dao động bé của hệ xung quanh vị trí cân bằng?

Hướng dẫn giải:

+ Động năng của vật: $E_đ = \frac{mx'^2}{2} = m.\frac{x'^2}{2}$

Tức khối lượng hiệu dụng của hệ là $m_{hd} = m$.



+ Theo hình vẽ, nếu vật nhỏ m của con lắc đơn có độ dịch chuyển là x thì đầu lò xo chỉ dịch chuyển x/2. Khi đó thế năng của hệ:

$$E_t = \frac{mg}{\ell}\frac{x^2}{2} + k\frac{(x/2)^2}{2} = \left(\frac{mg}{\ell} + \frac{k}{4}\right)\frac{x^2}{2}.$$

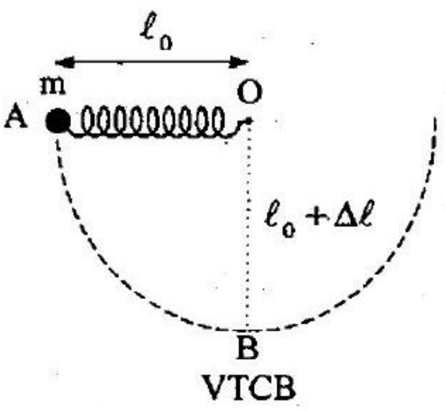
Tức độ cứng hiệu dụng: $k_{hd} = \left(\frac{mg}{\ell} + \frac{k}{4}\right)$.

Vậy tần số góc dao động của hệ: $\omega = \sqrt{\frac{k_{hd}}{m_{hd}}} = \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{k}{4m}} = 6$ (rad/s).

Ví dụ 13: Một quả cầu có khối lượng m = 2kg treo ở một đầu một sợi dây có khối lượng không đáng kể và không co dãn. Bỏ qua ma sát và sức cản. Lấy $g = 10m/s^2$.

a) Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha_0 = 60^0$ rồi thả nhẹ với vận tốc ban đầu bằng không. Tính độ lớn của lực căng dây treo đạt cực đại?

b) Phải kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc bằng bao nhiêu để khi thả cho dao động, lực căng cực đại gấp 3 lần trọng lượng của quả cầu.



c) Thay sợi dây treo quả cầu bằng một lò xo có trọng lượng không đáng kể. Độ cứng của lò xo là k = 500N/m, chiều dài ban đầu $l_0 = 0,6$m. Lò xo có thể dao động trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh điểm treo O. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc 90^0 rồi thả nhẹ. Lúc bắt đầu thả, lò xo ở trạng thái không bị nén dãn. Xác định độ dãn của lò xo khi quả cầu đến vị trí cân bằng.

Hướng dẫn giải:ââ

a) Ta có $\tau_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) = 40N$

b) Theo đề ra $\tau_{max} = 3P = 3mg \Rightarrow 3 - 2\cos\alpha_0 = 3 \Rightarrow \alpha_0 = 90^0$

c) Chọn mốc thế năng của trường hấp dẫn là tại vị trí thấp nhất B.

Cơ năng của con lắc tại B: $E_B = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$

Cơ năng con lắc tại A: $E_A = mg(\ell_0 + \Delta\ell)$

Theo định luật bảo toàn cơ năng $\Rightarrow E_A = E_B$

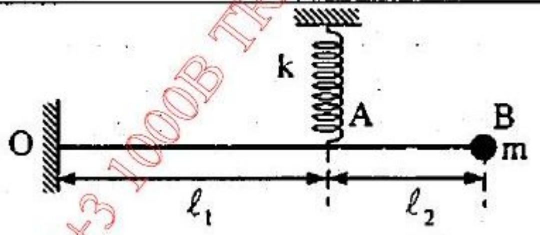
$$\Rightarrow mg(\ell_0 + \Delta\ell) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \quad (1)$$

Lực đàn hồi của lò xo tại VTCB B: $F = k\Delta\ell = mg + m\frac{v^2}{\ell_0 + \Delta\ell}$ (2)

Từ (1), (2) có: $k(\ell_0 + \Delta\ell) = mg(\ell_0 + \Delta\ell) + 2mg(\ell_0 + \Delta\ell) - k\Delta\ell^2$

$$\Rightarrow \Delta\ell^2 + 0,24\Delta\ell - 0,036 = 0 \Rightarrow \Delta\ell = 0,104(m)$$

Ví dụ 14: Cho cơ hệ như hình vẽ. Thanh OB nhẹ có thể quay quanh khớp O. Ở VTCB thanh nằm ngang. Kéo lò xo ra khỏi VTCB một đoạn nhỏ và buông nhẹ. Xác định biểu thức tính chu kì dao động của vật nhỏ m?



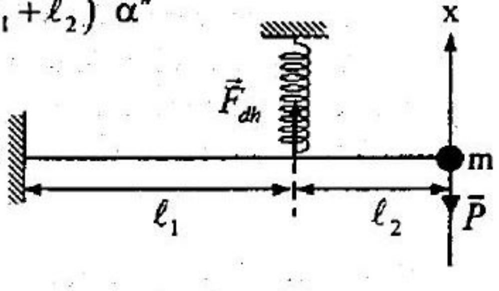
Hướng dẫn giải:

+ Mô-men quay tại O: $M_O = F_{dh}.\ell_1 - P.(\ell_1 + \ell_2)$

+ Tại VTCB thì $M_O = 0 \Rightarrow F_{dh}.\ell_1 = P(\ell_1 + \ell_2) \Rightarrow k\Delta\ell_0.\ell_1 = mg(\ell_1 + \ell_2)$

+ Tại li độ x bất kỳ, áp dụng phương trình động lực học cho chuyển động quay tại O, ta có $M_O = I\gamma = I\alpha'' \Rightarrow F_{dh}.\ell_1 - P.(\ell_1 + \ell_2) = I\alpha''$

$$\Rightarrow k[\Delta\ell_0 - \ell_1\alpha].\ell_1 - mg(\ell_1 + \ell_2) = m(\ell_1 + \ell_2)^2\alpha''$$

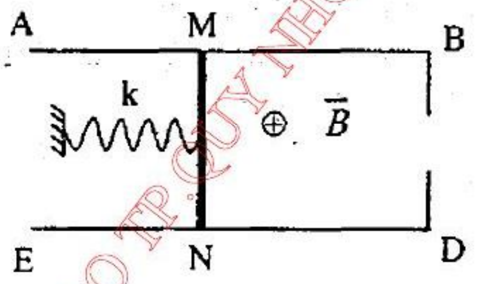


$$\Rightarrow -k\alpha\ell_1^2 = m(\ell_1 + \ell_2)^2\alpha''$$

$$\Rightarrow \alpha'' + \frac{k}{m}\frac{\ell_1^2}{(\ell_1 + \ell_2)^2}\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}\frac{\ell_1^2}{(\ell_1 + \ell_2)^2} \Rightarrow \omega = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\left(1 + \frac{\ell_2}{\ell_1}\right)\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Ví dụ 15: Cho cơ hệ gồm khung dây ABDE, được đặt nằm trên mặt phẳng nằm ngang như hình vẽ. Biết lò xo có độ cứng k, đoạn dây MN dài ℓ, khối lượng m tiếp xúc với khung và có thể chuyển động tịnh tiến không ma sát dọc theo khung. Hệ thống đặt trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của khung và có chiều như hình vẽ. Kích thích cho MN dao động. Bỏ qua điện trở thuần của khung dây. Chứng tỏ thanh MN dao động điều hòa và tính chu kì dao động trong hai trường hợp sau:



a. Nối hai đầu B, D với tụ có điện dung C.

b. Nối hai đầu B, D với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L.

Hướng dẫn giải:

a. * Chọn trục tọa độ Ox như hình vẽ, gốc O tại VTCB.

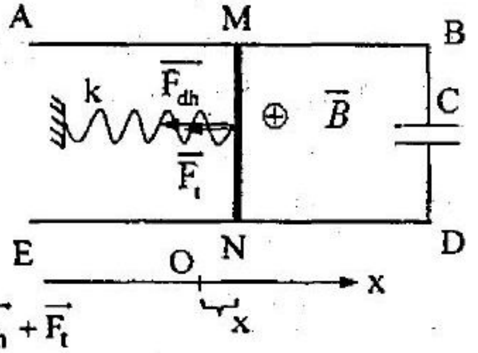
Xét tại thời điểm t bất kì thanh MN qua vị trí có li độ x và chuyển động sang bên phải như hình vẽ.

Từ thông biến thiên làm xuất hiện suất điện động cảm ứng $e_{cư} = Blv$.

Chiều dòng điện xuất hiện trên thanh MN được xác định theo quy tắc bàn tay phải và có biểu thức: $i = \frac{dq}{dt} = CB\ell\frac{dv}{dt} = CB\ell a$

Theo quy tắc bàn tay trái xác định được chiều lực từ như hình vẽ và có biểu thức:

$$F_t = iBl = CB^2l^2x''$$



Theo định luận II Niu-tơn, ta có: $\overrightarrow{F_{hl}} = m\vec{a} = \overrightarrow{F_{dh}} + \overrightarrow{F_t}$

Chiếu lên trục Ox được: $mx'' = -kx - CB^2\ell^2x'' \Rightarrow (m + CB^2\ell^2)x'' = -kx$

$$\Rightarrow x'' = -\frac{k}{m + CB^2\ell^2}x \text{ Đặt } \omega = \sqrt{\frac{k}{m + CB^2l^2}} \Rightarrow x'' + \omega^2x = 0.$$

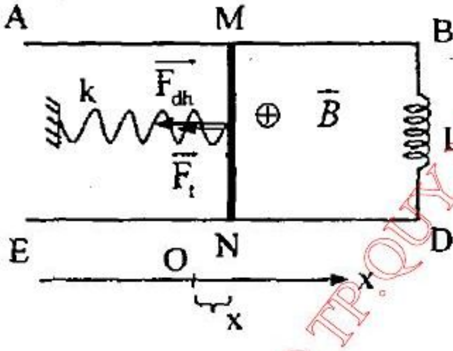
Vậy thanh MN đao động điều hòa với chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m + CB^2\ell^2}{k}}$

b. Xét tại thời điểm t bất kì, thanh MN qua vị trí có li độ x và chuyển động sang bên phải như hình vẽ.

Từ thông biến thiên làm xuất hiện suất điện động cảm ứng $e_{cư} = Blv$.

Dòng điện qua cuộn cảm làm xuất hiện suất điện động tự cảm: $e_{tc} = -L\frac{di}{dt}$.

Ta có: $e_{cư} + e_{tc} = i.r = 0$ (vì $r = 0$)



$$\Leftrightarrow \frac{d(Blx + Li)}{dt} = 0 \Leftrightarrow Blx + Li = const.$$

Lúc t = 0 thì $\begin{cases} x = 0 \\ i = 0 \end{cases} \Rightarrow Blx + Li = 0$

$$\Rightarrow i = \frac{Blx}{L}$$

Thanh MN chuyển động trong từ trường chịu tác dụng của lực từ $\vec{F_t}$ ngược chiều chuyển động và có độ lớn: $F_t = iBl = \frac{B^2l^2x}{L}$.

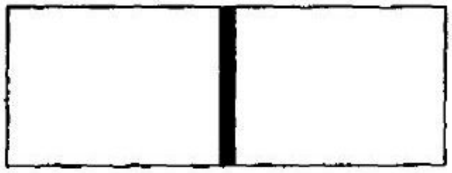
Theo định luật II Niu-tơn, ta có: $\vec{F_{hl}} = \vec{F_{dh}} + \vec{F_t} = m\vec{a}$.

Chiếu lên trục Ox được: $-kx - \frac{B^2l^2}{L}x = x'' \Rightarrow x'' + \frac{1}{m}\left(k + \frac{B^2l^2}{L}\right)x = 0$

Đặt $\omega = \sqrt{\frac{1}{m}\left(k + \frac{B^2l^2}{L}\right)} \Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0.$

Vậy thanh MN dao động điều hòa với chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k + \dfrac{B^2l^2}{L}}}$

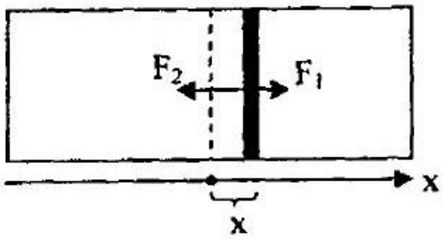
Ví dụ 16: Một pit-tong khối lượng m có thể trượt không ma sát trong một xil-anh đặt nằm ngang. Ban đầu pittong ngăn xilanh thành hai phần bằng nhau chứa cùng một lượng khí lý tưởng dưới áp suất p, chiều dài mỗi ngăn là d, tiết diện của pittong là S.



Pit-tong hoàn toàn kín để khí ở hai ngăn không trộn lẫn vào nhau. Dời pittong một đoạn nhỏ rồi thả ra không vận tốc đầu. Coi quá trình biến đổi khí trong xilanh là đẳng nhiệt. Chứng tỏ rằng pittong dao động điều hòa. Tìm chu kì của dao động đó.

Hướng dẫn giải:

Ở VTCB các lực tác dụng lên pit-tong cân bằng nhau.



Ở li độ x bé, hai lực $\vec{P}$ và $\vec{N}$ theo phương thẳng đứng triệt tiêu nhau, các lực tác dụng lên pittong theo phương ngang chỉ là $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$

nên $F_1 - F_2 = ma$

hay $(p_1 - p_2).S = ma$ (1)

Thể tích của mỗi ngăn lúc đó là $V_1 = (d + x)S$ và $V_2 = (d - x)S$

Áp dụng định luật Bôilơ - Mariốt: $p_1V_1 = p_2V_2 = pV$, ta có:

$$p_1(d + x)S = p_2(d - x)S = pdS$$

$$\Rightarrow (p_1 - p_2).S = -\frac{2p.d.S}{d^2 - x^2}x \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), ta được $-\frac{2p.d.S}{d^2 - x^2}x = ma$

Vì x<<d nên $d^2 - x^2 \approx d^2$, thay $a = x''$ ta có $-\frac{2.p.S}{d}x = mx''$

$$\Rightarrow x'' + \frac{2pS}{md}x = 0$$

⇒ Pit-tong dao động điều hòa với tần số góc:

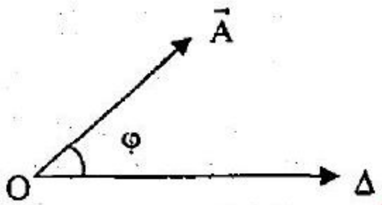
$\omega = \sqrt{\frac{2pS}{md}}$ và chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{md}{2pS}}$

Chủ đề 4: TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

1. Phương pháp Frexnen

Phương pháp được xây dựng dựa trên mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều

+ Một dao động $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ có thể biểu diễn bằng vectơ quay A có:
  - Gốc tại O
  - Độ dài tỉ lệ với A
  - Tạo với trục Δ một góc bằng pha ban đầu φ.

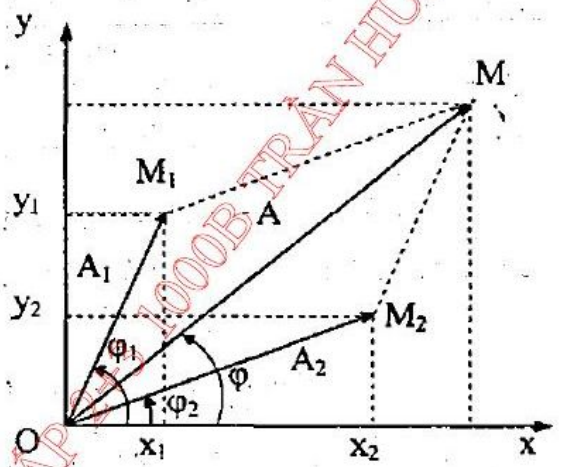


+ Ngược lại, nếu biết các đặc điểm của vectơ quay $\vec{A}$ thì sẽ biết được phương trình dao động điều hòa.

2. Vận dụng để tìm dao động tổng hợp

Để tìm dao động tổng hợp của hai dao động cùng phương: $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ người ta biểu diễn các dao động x_1, x_2 trên bằng các vectơ quay $\overrightarrow{A_1}$, $\overrightarrow{A_2}$ tương ứng. Khi $\overrightarrow{A_1}$, $\overrightarrow{A_2}$ quay thì hình bình hành OM_1MM_2 không biến dạng và quay với vận tốc ω.

⇒ Đầu mút vectơ tổng $\vec{A}$ chuyển động tròn đều với vận tốc ω



⇒ Dao động tổng hợp sẽ dao động điều hòa nên có phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Biên độ A và pha ban đầu φ của dao động tổng hợp được tính thông qua công thức:

$$\boxed{A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \qquad (1)$$

$$\boxed{\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}} \qquad (2)$$

Những lưu ý quan trọng khi làm bài tập

* ***Chú ý 1:*** Độ lệch pha giữa 2 dao động: $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$

- Nếu $\varphi_1 - \varphi_2 > 0$ thì dao động x_1 được xem là sớm (nhanh) pha hơn dao động x_2 hoặc dao động x_2 trễ (chậm) pha so với dao động x_1.
- Nếu 2 dao động thành phần cùng pha $\Delta\varphi = 2k\pi$ thì $A = A_{max} = A_1 + A_2$
  ngược pha $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ thì $A = A_{min} = |A_1 - A_2|$

⇒ Trong mọi trường hợp, giá trị của A thuộc khoảng:

$$|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$$

* **Chú ý 2:** Khi một vật tham gia đồng thời nhiều dao động điều hoà cùng phươn cùng tần số: $x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$; $x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$..., nhưng giữa chú không có sự đặc biệt về biên độ hay sự lệch pha. Lúc này để tìm A và φ thì nhất ta dùng công thức tính nhanh tổng quát sau:

+ $\boxed{A_x = A\cos\varphi = A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2 + ...}$

+ $\boxed{A_y = A\sin\varphi = A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2 + ...}$

Khi đó: $\boxed{A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$ và $\boxed{\tan\varphi = \dfrac{A_y}{A_x}}$

Nhưng cần chú ý rằng, để lấy nghiệm đúng của φ, ta cần cẩn thận xem dấu củ A_x và A_y như sau:

Nếu $\left.\begin{matrix} A_x > 0 \\ A_y > 0 \end{matrix}\right\}$ thì lấy φ thuộc góc phần tư thứ nhất của vòng tròn lượng giác.

còn $\left.\begin{matrix} A_x < 0 \\ A_y > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \varphi \in II$; $\left.\begin{matrix} A_x < 0 \\ A_y < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \varphi \in III$; $\left.\begin{matrix} A_x > 0 \\ A_y < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \varphi \in IV$

* **Chú ý 3:** Nếu gặp bài toán cho phương trình dao động thành phần thứ nhất v phương trình dao động tổng hợp. Tìm phương trình dao động thành phần thứ 2 Ta nên làm như sau: Viết $x_1 + x_2 = x \Rightarrow x_2 = x - x_1 = x + (-x_1) = x + x_1'$ rồi tổng hợp như cách thông thường.

Ví dụ 1: Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động cùng phương, có phương trình lần lượt là: $x_1 = 7\cos\left(6\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ (cm) và $x_2 = 3\cos(6\pi t + \varphi_2)$ (cm). Biên độ của dao động tổng hợp có thể nhận giá trị nào?

Hướng dẫn giải:

Biên độ của dao động tổng hợp chỉ có thể thuộc khoảng

$|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2 \Rightarrow 4\text{ cm} \le A \le 10\text{ cm}$

$A = A_{max} = A_1 + A_2 = 10$cm khi 2 dao động thành phần cùng pha tức là $\varphi_2 = -\dfrac{\pi}{3}$.

$A = A_{min} = |A_1 - A_2| = 4$cm khi 2 dao động thành phần ngược pha tức là $\varphi_2 = \dfrac{2\pi}{3}$

Ví dụ 2: Một vật đồng thời thực hiện hai dao động điều hoà cùng phương, biểu thức có dạng $x_1 = \sqrt{3}\cos\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm) và $x_2 = \cos\left(2\pi t + \dfrac{2\pi}{3}\right)$ (cm).

Phương trình dao động tổng hợp là

A. $x = 2\cos\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm). B. $x = 2\cos\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{3}\right)$ (cm).

C. $x=\sqrt{3}\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$ (cm). D. $x=\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$ (cm).

Hướng dẫn giải:

Phương trình dao động tổng hợp có dạng $x = A.\cos(2\pi t+\varphi)$ *và ta có thể tìm được phương trình x theo 3 cách:*

Cách 1: Dùng công thức: $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}=2$ cm

$$\text{và } \tan\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}=\frac{\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{6}+1.\sin\frac{2\pi}{3}}{\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}+1.\cos\frac{2\pi}{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3}\text{ rad}$$

Vậy phương trình dao động tổng hợp là $x=2\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$ (cm) $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Cách 2: Dùng hình vẽ

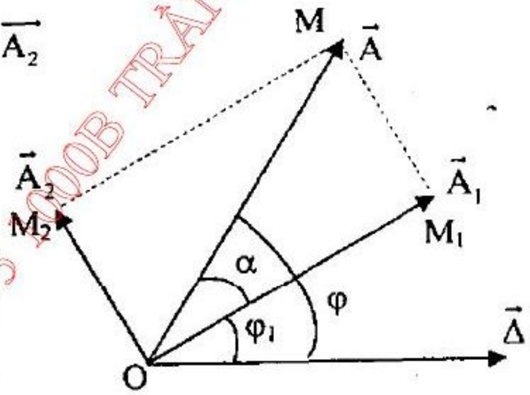
Vì $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$ nên $\overrightarrow{A_1}\perp\overrightarrow{A_2}$

Tam giác M_1MO vuông tại M_1 nên:

+ $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}=2$ cm

+ $\tan\alpha=\frac{A_1}{A_2}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow\varphi=\varphi_1+\alpha=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow$ *Đáp án B.*



Cách 3: *Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 - ES*

+ Bước 1: Bấm $\boxed{\text{MODE}}\ \boxed{2}$ để chọn hàm phức CMPLX

+ Bước 2: Chọn chế độ nhập góc (pha ban đầu) dưới dạng **độ** hoặc **rad**. Vì pha ban đầu có đơn vị là radian nên ta sẽ chọn cách nhập theo rad, muốn vậy chỉ cần bấm $\boxed{\text{Shift}}\ \boxed{\text{MODE}}\ \boxed{4}$. Trên màn hình sẽ thể hiện **R**

+ Bước 3: Nhập các giá trị và hiển thị kết quả

$A_1\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{(-)}\ \varphi_1\ \boxed{+}\ A_2\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{(-)}\ \varphi_2\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

Cụ thể với bài toán trên, sau khi thực hiện bước 1 và 2, ta nhập như sau:

$\sqrt{3}\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{(-)}\ \frac{\pi}{6}\ \boxed{+}\ 1\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{(-)}\ \frac{2\pi}{3}\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$ kết quả $2\angle\frac{\pi}{3}$

Nghĩa là biên độ A = 2 cm còn pha ban đầu $\varphi=\frac{\pi}{3}$ rad

Vậy $x=2\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$ (cm) $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

BỒI DƯỠNG TOÁN - LÝ - HÓA CẤP 2+3 1000B TRẦN HƯNG ĐẠO TP.QUY NHƠN

Nhận xét: *Ta thấy rằng cách 3 là nhanh nhất, vì vậy cần phải học và thành thạo cách này trước. Và để các em sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES được tốt, sau đây ta xét thêm một số tình huống:*

* ***Tình huống 1:*** Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương:

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{3}\cos\left(40\pi t + \dfrac{\pi}{3}\right)\ (\text{cm}) \\ x_2 = \cos\left(40\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right)\ (\text{cm}) \end{cases}$$

. Cần tìm phương trình dao động tổng hợp?

Bấm: $\sqrt{3}$ $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{(-)}$ $\frac{\pi}{3}$ $\boxed{+}$ 1 $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{(-)}$ $-\frac{\pi}{6}$ $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ kết quả $2\angle\frac{\pi}{6}$

Vậy A = 2 cm và $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad nên dao động tổng hợp $x = 2\cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm})$

* ***Tình huống 2:*** Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\cos(5\pi t)\ (\text{cm}) \\ x_2 = 2\cos\left(5\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)\ (\text{cm}) \\ x_3 = \sqrt{2}\cos\left(5\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm}) \end{cases}$$

. Cần tìm phương trình dao động tổng hợp?

Bấm: $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Shift (–) 0 + 2 Shift (–) $\frac{\pi}{4}$ + $\sqrt{2}$ Shift (–) $-\frac{\pi}{2}$ Shift 2 3 = $4\frac{\sqrt{2}}{3}$

Vậy A = $4\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm và $\varphi = 0 \Rightarrow$ dao động tổng hợp $x = \frac{4\sqrt{2}}{3}\cos 5\pi t(\text{cm})$

* ***Tình huống 3:*** Một câu trong đề thi tuyển sinh vào các trường Đại học khối A năm 2010 như sau: Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình li độ $x = 3\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$ (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ $x_1 = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

A. $x_2 = 8\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).
B. $x_2 = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).
C. $x_2 = 2\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$ (cm).
D. $x_2 = 8\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$ (cm).

Cách giải: Trước hết ta biết rằng $x_1 + x_2 = x$ vậy suy ra $x_2 = x - x_1$

Thực hiện phép trừ này bằng máy tính

$3\boxed{\text{Shift}}\ \boxed{(-)}\ -\dfrac{5\pi}{6}\ \boxed{-}\ 5\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{(-)}\ \dfrac{\pi}{6}\ \boxed{\text{Shift}}\ \boxed{2}\boxed{3}\boxed{=}$ kết quả $8\angle -\dfrac{5}{6}\pi$

có ngay $x_2 = 8\cos\left(\pi t - \dfrac{5\pi}{6}\right)$ cm ⇒ *Đáp án D.*

Tình huống 4: Hai vệt sáng nhỏ dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox, với phương trình dao động lần lượt là $x_1 = 4\cos\left(4t + \dfrac{\pi}{3}\right)$cm; $x_2 = 4\sqrt{2}\cos\left(4t + \dfrac{\pi}{12}\right)$cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa hai vệt sáng là

A. 1 cm. B. $4(\sqrt{2} - 1)$ cm. C. $4(\sqrt{2} + 1)$ cm. D. 6 cm

Khoảng cách giữa hai vệt sáng là: $L = x_1 - x_2$

Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES, thực hiện phép trừ giữa 2 số phức ta có ngay phương trình khoảng cách $L = x_1 - x_2 = 4\angle\dfrac{5}{6}\pi$

Từ đó suy ra khoảng cách lớn nhất $L_{max} = A = 4$cm.

Tình huống 5: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình là x_1, x_2, x_3. Biết rằng $x_{12} = 6\cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$cm; $x_{23} = 6\cos\left(\pi t + \dfrac{2\pi}{3}\right)$cm; $x_{13} = 6\sqrt{2}\cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$cm. Khi li độ của dao động thành phần x_1 đạt giá trị cực đại thì li độ của dao động x_3 là

A. 0cm B. 3cm C. $3\sqrt{2}$ cm D. $3\sqrt{6}$ cm

Cách giải: Trước tiên có thể viết:

$$x_1 = \frac{2x_1}{2} = \frac{x_1 + x_1}{2} = \frac{x_1 + x_2 + x_1 + x_3 - x_2 - x_3}{2} = \frac{x_{12} + x_{13} - x_{23}}{2}$$

Vì x_{12}; x_{13}; x_{23} đã biết, dùng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES để thực hiện phép cộng trừ giữa các số phức ta có ngay

$$x_1 = \frac{x_{12} + x_{13} - x_{23}}{2} = 3\sqrt{6}\angle\frac{\pi}{12}$$

Tương tự: $x_3 = \dfrac{x_1 + x_3 + x_2 + x_3 - (x_1 + x_2)}{2} = \dfrac{x_{13} + x_{23} - x_{12}}{2} = 3\sqrt{2}\angle\dfrac{7\pi}{12}$

Thấy rằng x_3 sớm pha hơn x_1 góc $\dfrac{\pi}{2}$ nên khi x_{1max} thì $x_3 = 0$

* ***Tình huống 6:*** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động thành phần cùng phương cùng tần số có phương trình là x_1, x_2, x_3. Biết $x_{12} = 6\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm ; $x_{23} = 6\cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$cm ; $x_{13} = 6\sqrt{2}\cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$cm. Hãy tìm phương trình d động tổng hợp của ba dao động thành phần nói trên?

Cách giải: Trước tiên ta có thể viết:

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{2x_1 + 2x_2 + 2x_3}{2} = \frac{x_1 + x_2 + x_2 + x_3 + x_1 + x_3}{2} = \frac{x_{12} + x_{23} + x}{2}$$

dùng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES để thực hiện phép cộng trừ giữa các số phức ta có ngay kết quả $6\sqrt{2}\angle\frac{5\pi}{12}$ hay $x = 6\sqrt{2}\cos\left(\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)$cm.

* ***Tình huống 7:*** Ba con lắc lò xo được treo thẳng đứng cách đều nhau theo thứ 1, 2, 3. Vị trí cân bằng của ba vật dao động cùng nằm trên một đường thẳn Chọn trục Ox có phương thẳng đứng, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, phương trì lần lượt của chúng là $x_1 = 3\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$(cm), $x_2 = 1{,}5\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$(cm) v $x_3 = A_3\cos(5\pi t + \varphi_3)$(cm). Hãy tìm A_3 và φ_3 để ba vật khi dao động chú luôn luôn nằm trên một đường thẳng?

Cách giải: Để khi dao động, ba vật luôn luôn nằm trên một đường thẳng thì q đạo của vật ở giữa phải là đường trung bình của hình thang có 2 cạnh là 2 q đạo của 2 dao động còn lại, tức là: $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow x_3 = 2x_2 - x_1$

Thực hiện phép trừ này bằng máy tính

2.(1,5 $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{(-)}$ $-\frac{\pi}{4}$) $\boxed{-}$ 3 $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{(-)}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ kết quả $3\sqrt{2}\angle-\frac{1}{2}\pi$

Vậy $A_3 = 3\sqrt{2}$cm và $\varphi_3 = -\frac{\pi}{2}$

Các tình huống trên đủ cho ta thấy được vai trò quan trọng của máy tính c tay trong việc giải quyết một số bài toán xuôi (ngược) khi đã biết rõ ràng bi độ và pha ban đầu của các dao động. Một góc độ khác, các em cũng c nhận thức rằng máy tính chỉ là phương tiện hỗ trợ mà thôi, học vật lí điều c yếu là phải nắm được đặc điểm và bản chất của sự vật hiện tượng, vì t chúng ta sẽ tiếp tục xét thêm các ví dụ nữa:

Ví dụ 3: Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương với $x_1 = 4\cos\left(5\sqrt{2}t - \frac{\pi}{2}\right)(cm)$ và $x_2 = A_2\cos\left(5\sqrt{2}t + \pi\right)(cm)$, trong đó t tính bằng giây. Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng bằng thế năng là 40 cm/s.

Biên độ dao động thành phần A_2 là

A. 4 cm. B. $4\sqrt{2}$ cm. C. $\sqrt{3}$ cm. D. $4\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn giải:

Rõ ràng rằng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES không thể giúp ta thực hiện giải quyết bài toán này.

Khi động năng bằng thế năng ta có: $2E_đ = E$

$$\Rightarrow 2\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A^2 = \frac{2mv^2}{k} = 2\frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A = 8 \text{ cm}.$$

Nhận thấy 2 dao động thành phần vuông pha nên

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 \Rightarrow A_2 = \sqrt{A^2 - A_1{}^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 4: Vật có khối lượng m = 200g thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số có phương trình dao động lần lượt là: $x_1 = 4\cos(\pi t + \varphi_1)$ cm, $x_2 = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm. Biết biên độ dao động tổng hợp cực đại.

a. Tìm φ_1, viết phương trình dao động tổng hợp khi đó.

b. Tính năng lượng dao động, xác định vị trí tại đó động năng bằng 3 lần thế năng.

c. Xác định thời điểm vật qua li độ x = - 4,5cm lần thứ 40.

Hướng dẫn giải:

a. Để biên độ của dao động tổng hợp đạt giá trị cực đại thì hai dao động thành phần phải cùng pha, do đó $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$.

Phương trình dao động tổng hợp là: $x = 9\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm

b. Năng lượng dao động là: $W = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 8.10^{-3}$J

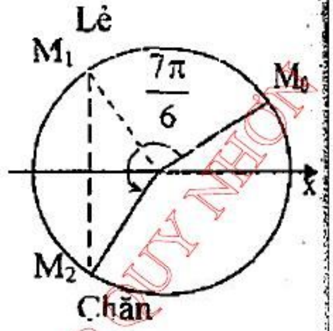
Ta có: $\begin{cases} W = W_đ + W_t \\ W_đ = 3W_t \end{cases} \Rightarrow W = 4W_t \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 4.\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{2} = \pm4,5\text{cm}$

Hoặc dùng công thức tính nhanh: $x = \pm\frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm\frac{9}{\sqrt{3+1}} = \pm4,5\text{cm}$

c. Sử dụng vòng tròn lượng giác, lần thứ 40 tương ứng với điểm M_2. Lúc này dễ dàng tính được góc ở tâm mà bán kính đã quét:

$$\alpha = \frac{7\pi}{6} + 19.2\pi = \frac{235\pi}{6}$$

$$\Rightarrow t_{40} = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{235\pi}{6}}{\pi} = \frac{235}{6}s \approx 39{,}17s$$

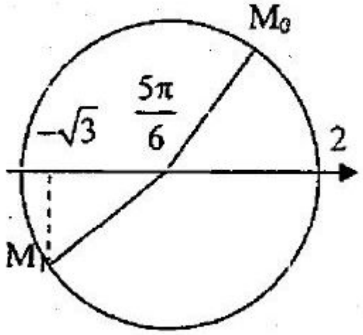


Ví dụ 5: Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, biểu thức có dạng: $x_1 = \sqrt{3}\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm, $x_2 = \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$cm. Hãy xác định thời điểm vật qua li độ x = $-\sqrt{3}$cm lần 2014 theo chiều dương?

Hướng dẫn giải:

Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES ta có ngay phương trình dao động tổng hợp $x = 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$cm.

Sử dụng vòng tròn lượng giác, ta thấy lần đầu tiên vật qua li độ x = $-\sqrt{3}$cm theo chiều dương tương ứng trên vòng tròn là điểm M_1, theo hình vẽ bán kính phải quét một góc ở tâm $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ nên thời điểm đầu tiên là $t_1 = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{5}{12}s$, mỗi một lần nữa thì phải tăng thêm 1 chu kì, vậy thời điểm vật qua li độ x = $-\sqrt{3}$cm theo chiều dương lần thứ 2014 sẽ là: $t = t_1 + 2013T = 2013{,}42s$



Ví dụ 6: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình lần lượt là $x_1 = 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm ; $x_2 = 2\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$cm. Tính quãng đường chất điểm đi được từ thời điểm t_1 = 4,25s đến thời điểm t_2 = 4,375s

Hướng dẫn giải:

Để giải quyết bài toán này cần 2 yêu cầu:

- *Cách tìm dao động tổng hợ;*
- *Cách tính quãng đường vật đi được giữa 2 thời điểm.*

+ Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES ta có ngay phương trinh dao động tổng hợp: $x = 2\sqrt{2}\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)$cm

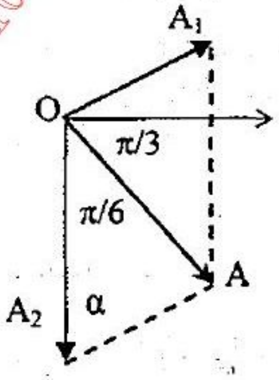
Đến đây ta chuyển thành bài toán quen thuộc: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 2\sqrt{2}\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)$cm. Cần tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t_1 = 4{,}25$s đến thời điểm $t_2 = 4{,}375$s. Phương pháp giải loại bài toán này chúng ta đã biết ở chủ đề 1, cuối cùng ta thu được $S = 0{,}828$cm.

Ví dụ 7: Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình lần lượt là $x_1 = 10\cos(2\pi t + \varphi)$cm ; $x_2 = A_2\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$cm thì dao động tổng hợp là $x = A\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$cm. Thay đổi A_2 sao cho năng lượng dao động của vật đạt cực đại thì biên độ dao động A_2 có giá trị là bao nhiêu?

A. 10 cm. B. $10\sqrt{2}$ cm. C. $10\sqrt{3}$ cm. D. 12 cm

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Dùng phương pháp vẽ giãn đồ véctơ với giả sử $\overrightarrow{A_1}$ như hình vẽ. Theo định lí sin trong tam giác, ta có hệ thức: $\frac{A}{\sin\alpha} = \frac{A_1}{\sin\frac{\pi}{6}} \Rightarrow A = \frac{A_1\sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{6}}$



Ta biết rằng năng lượng dao động của vật đạt cực đại khi và chỉ khi A_{max}. Theo phương trình trên, $A = A_{max}$ xảy ra khi $\sin\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ nên $\overrightarrow{A_1} \perp \overrightarrow{A_2}$ tức là $\overrightarrow{A_1}$ phải nằm ngang

Lúc này dễ dàng suy ra $A_{max} = 2A_1 = 20$cm

và $A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = 10\sqrt{3}$cm.

Cách 2: Dùng cách biến đổi theo tổng bình phương

Ta xuất phát từ $\overrightarrow{A} = \overrightarrow{A_1} + \overrightarrow{A_2} \Rightarrow \overrightarrow{A_1} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{A_2}$

Bình phương 2 vế, ta được $\left(\overrightarrow{A_1}\right)^2 = \left(\overrightarrow{A} - \overrightarrow{A_2}\right)^2$

$\Rightarrow A_1^2 = A^2 - 2AA_2\cos(\varphi - \varphi_2) + A_2^2 \Rightarrow 10^2 = A^2 - \sqrt{3}AA_2 + A_2^2$

Viết lại thành $10^2 = \left(A_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}A\right)^2 + \frac{1}{4}A^2$

Theo phương trình trên, $A = A_{max}$ xảy ra khi $\left(A_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}A\right)^2 = 0$ lúc đó ta được

$$10^2 = 0 + \frac{1}{4}A_{max}^2 \Rightarrow A_{max} = 20cm$$

Thay ngược trở lại $\left(A_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}A_{max}\right)^2 = 0$ ta có $A_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}A_{max} = \frac{\sqrt{3}}{2}.20 = 10\sqrt{3}cm$

Ví dụ 8: Vật thực hiện đồng thời hai phương trình dao động điều hòa cùng phương $x_1 = A_1\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right)cm$ và $x_2 = A_2\cos(4\pi t - \pi)cm$. Biết phương trình dao động tổng hợp $x = 9\cos(4\pi t - \varphi)cm$ và biên độ A_2 có giá trị cực đại.

a. Tính giá trị của A_1.

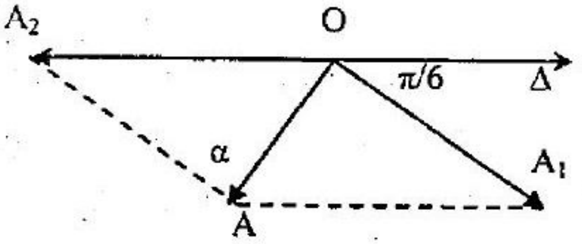
b. Viết phương trình dao động tổng hợp.

c. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm t = 0, suy ra tính chất của chuyển động của vật khi đó

Hướng dẫn giải:

a.

Cách 1: Dựa vào giản đồ véctơ, áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác OAA_2 ta có: $\frac{A_2}{\sin\alpha} = \frac{A}{\sin\frac{\pi}{6}} \Rightarrow A_2 = \frac{A\sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{6}}$



$\Rightarrow A_{2max}$ khi $\alpha = 90^0$ lúc đó

$$A_2 = \frac{A}{\frac{1}{2}} = 2A = 18cm$$

Vì $\alpha = 90^0$ nên tam giác OAA_2 vuông tại A, vậy ta có:

$$A_1^2 + 9^2 = A_2^2 \Rightarrow A_1 = \sqrt{A_2^2 - 9^2} = 9\sqrt{3}cm$$

Cách 2: Dùng cách biến đổi theo tổng bình phương

Ta xuất phát từ $\overrightarrow{A} = \overrightarrow{A_1} + \overrightarrow{A_2}$

Bình phương 2 vế ta được $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$\Rightarrow 9^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow 9^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 9^2 = \left(A_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}A_2\right)^2 + \frac{1}{4}A_2^2$$

Theo phương trình trên, $A_2 = A_{2max}$ xảy ra khi $\left(A_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}A_2\right)^2 = 0$ lúc đó ta được

$9^2 = 0 + \frac{1}{4}A_{2max}^2 \Rightarrow A_{2max} = 18cm$

Thay ngược trở lại $\left(A_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}A_2\right)^2 = 0$ ta có $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}A_{2max} = \frac{\sqrt{3}}{2}.18 = 9\sqrt{3}cm.$

b. Cũng theo giản đồ vec tơ dễ thấy véctơ A hợp với trục Δ một góc: $|\varphi| = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$

Vậy phương trình dao động tổng hợp là: $x = 9\cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)cm$

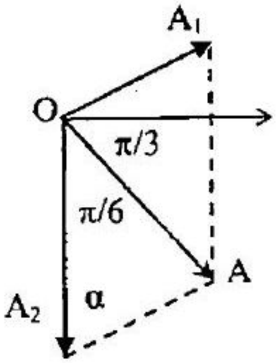
c. Ta có $v = -36\pi\sin\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)cm/s$ và $a = -144\pi^2\cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)cm/s^2$

Thay $t = 0$ thu được $v = 18\sqrt{3}\pi cm/s$ và $a = 72\pi^2 cm/s^2$

Vì $a.v > 0$ nên chất điểm chuyển động nhanh dần.

Ví dụ 9: Một vật có khối lượng không đổi thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa $x_1 = 10\cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình dao động tổng hợp của vật là $x = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$. Để vật dao động với biên độ bằng một nửa giá trị cực đại của biên độ thì A_2 bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:



+ Từ định lý hàm số sin, ta có: $A = \frac{A_1}{\sin\frac{\pi}{6}}.\sin\alpha$

$\Rightarrow$ Khi $\sin\alpha = 1$ thì $A_{max} = 20cm$

(Mặc dù dựa trên hình vẽ còn có thể tính thêm được biên độ A_2 nhưng ta sẽ không tính vì đề bài không yêu cầu tính A_2 cho trường hợp A_{max} này)

+ Với $A = \frac{A_{max}}{2}$ tức $A = 10cm$, từ đây, bằng nhiều cách, ta sẽ tính được A_2

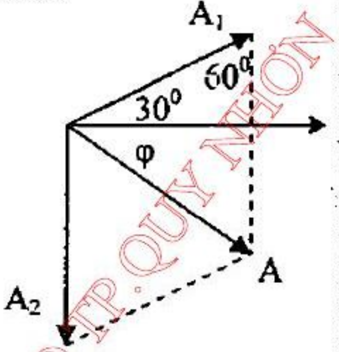
Ví dụ 10: Hai dao động cùng phương lần lượt có phương trình

$x_1 = A_1\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(cm)$ và $x_2 = 6\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)cm$. Dao động tổng hợp của hai dao động này có phương trình $x = A\cos(\pi t + \varphi)(cm)$. Thay đổi A_1 cho đến khi biên độ A đạt giá trị cực tiểu thì

A. $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ rad. B. $\varphi = \pi$ rad. C. $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ rad. D. $\varphi = 0$ rad.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Vẽ giản đồ véctơ rồi áp dụng định lý hàm số sin, ta có



$$\frac{A}{\sin 60^0} = \frac{A_2}{\sin\left(30^0 + |\varphi|\right)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{A_2 \sin 60^0}{\sin\left(30^0 + |\varphi|\right)} = \frac{3}{\sin\left(30^0 + |\varphi|\right)}$$

$$\Rightarrow A_{min} = 3 \Leftrightarrow \left(30^0 + |\varphi|\right) = 90^0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

Cách 2:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{A_1^2 + 36 + 2.A_1.6.\cos\frac{2\pi}{3}}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 - 6A_1 + 36} = \sqrt{(A_1 - 3)^2 + 27}$$

Dễ thấy A_{min} khi $A_1 = 3$cm.

Như vậy đã có đầy đủ phương trình của hai dao động thành phần, lúc này dùng

$$\tan\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \frac{3\sin\left(\pi/6\right) + 6\sin\left(-\pi/2\right)}{3\cos\left(\pi/6\right) + 6\cos\left(-\pi/2\right)} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}.$$

hoặc nhanh nhất là dùng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES ta tìm ra ngay dao động tổng hợp có $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

Ví dụ 11: Có 3 lò xo cùng độ dài tự nhiên, có độ cứng lần lượt là $k_1 = k$, $k_2 = 2k$, $k_3 = 4k$. Ba lò xo được treo cùng trên một mặt phẳng thẳng đứng tại 3 điểm A,B,C trên cùng đường thẳng nằm ngang với AB = BC. Lần lượt treo vào lò xo 1 và 2 các vật có khối lượng $m_1 = m$ và $m_2 = 2m$, từ vị trí cân bằng nâng vật m_1, m_2 lên những đoạn $A_1 = a$ và $A_2 = 2a$. Hỏi phải treo vật m_3 ở lò xo thứ 3 có khối lượng bao nhiêu theo m và nâng vật m_3 đến độ cao A_3 bằng bao nhiêu theo a để khi đồng thời thả nhẹ cả ba vật thì trong quá trình dao động cả ba vật luôn thẳng hàng?

A. $m_3 = 1,5m$; $A_3 = 1,5a$. B. $m_3 = 4m$; $A_3 = 3a$.
C. $m_3 = 3m$; $A_3 = 4a$. D. $m_3 = 4m$; $A_3 = 4a$.

Hướng dẫn giải:

Trước hết, 3 vị trí cân bằng O_1, O_2 và O_3 phải nằm trên đường thẳng nằm ngang, muốn vậy, khi các vật ở VTCB thì độ dãn của từng lò xo phải bằng nhau

$$\Delta\ell_{01} = \Delta\ell_{02} = \Delta\ell_{03}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1 g}{k_1} = \frac{m_2 g}{k_2} = \frac{m_3 g}{k_3}$$

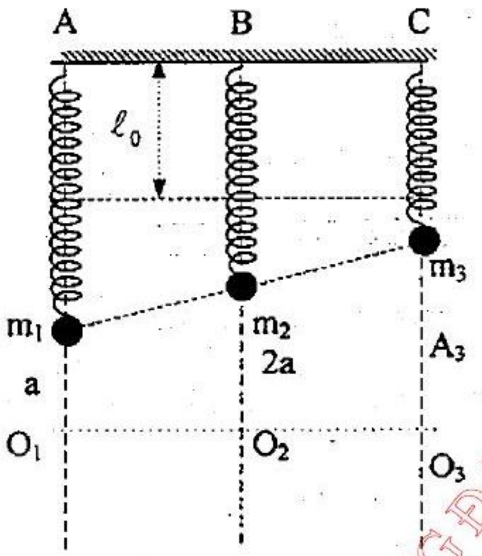
$\Rightarrow \frac{mg}{k} = \frac{2mg}{2k} = \frac{m_3 g}{4k} \Rightarrow m_3 = 4m$

Sau nữa, A_2 phải là đường trung bình của hình thang vuông có hai đáy là A_1 và A_3

$\Rightarrow A_2 = \frac{A_1 + A_3}{2} \Rightarrow 2a = \frac{a + A_3}{2}$

$\Rightarrow A_3 = 3a$

$\Rightarrow$ Chọn B.



Ví dụ 12: Hai vật dao động điều hoà với phương trình: $x_1 = A_1\cos 20\pi t\,(cm)$, $x_2 = A_2\cos 20\pi t\,(cm)$. Tính từ thời điểm ban đầu, thì cứ sau 0,125s thì khoảng cách của 2 vật lại bằng A_1. Biên độ A_2 là

A. $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}A_1$ B. $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}A_1$ C. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}A_1$ D. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}A_1$

Hướng dẫn giải:

Điều kiện để khoảng cách giữa hai vật là A_1 thì $A_2 > A_1$, lúc đó phương trình khoảng cách là $L = x_2 - x_1 = (A_2 - A_1)\cos 20\pi t$

Xét ở thời điểm t_1 nào đó, ta có: $(A_2 - A_1)\cos 20\pi t_1 = A_1$ (1)

Ở thời điểm liền kề $t_1 + 0,125s$ cũng có: $(A_2 - A_1)\cos 20\pi(t_1 + 0,125) = A_1$

$$\Leftrightarrow (A_2 - A_1)\cos(20\pi t_1 + 2,5\pi) = A_1 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\tan 20\pi t_1 = 1 \Rightarrow \cos 20\pi t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ thay trở lại (1), ta được

$(A_2 - A_1).\frac{\sqrt{2}}{2} = A_1 \Rightarrow A_2 = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}A_1$.

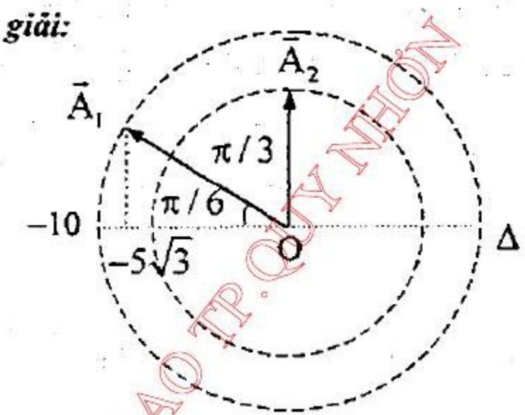
Ví dụ 13: Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, có độ lệch pha nhỏ hơn π/2, biên độ dao động thứ nhất là 10 cm.

Khi li độ của dao động thứ hai bằng 0 thì dao động tổng hợp có li độ là $-5\sqrt{3}$cm.

Khi li độ của dao động thứ nhất là -5 cm thì dao động tổng hợp có li độ là -2 cm. Biên độ của dao động tổng hợp bằng

A. 12 cm B. 8 cm C. 14 cm D. 16 cm

Hướng dẫn giải:

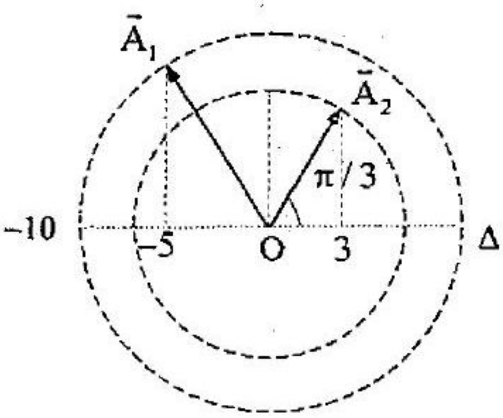


Ta có $x = x_2 + x_1$ (1)

+ Theo đề ra, khi li độ của dao động thứ hai bằng 0 thì dao động tổng hợp có li độ là $-5\sqrt{3}$cm thay vào (1) được $-5\sqrt{3} = 0 + x_1$

$$\Rightarrow x_1 = -5\sqrt{3} = -\frac{10\sqrt{3}}{2} = -\frac{A_1\sqrt{3}}{2}$$

Mà hai dao động có độ lệch pha nhỏ hơn $\pi/2$ nên hai véctơ $\vec{A}_1$ và $\vec{A}_2$ phải như hình vẽ, từ hình vẽ ta dễ dàng suy ra $\left(\vec{A}_1, \vec{A}_2\right) = \frac{\pi}{3}$, tức hai dao động lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$.



+ Khi li độ của dao động thứ nhất là -5 cm thì dao động tổng hợp có li độ là -2 cm thay vào (1) được $-2 = x_2 - 5 \Rightarrow x_2 = 3$

Vì $x_1 = -5 = -\frac{10}{2} = -\frac{A_1}{2}$ nên véctơ $\vec{A}_1$ lúc đó phải hợp với trục Δ một góc $\frac{2\pi}{3}$.

Do $\left(\vec{A}_1, \vec{A}_2\right) = \frac{\pi}{3}$ nên véctơ $\vec{A}_2$ hợp với trục Δ một góc $\frac{\pi}{3}$. Từ đây dễ dàng suy ra biên độ $A_2 = 6$cm.

+ Biên độ dao động tổng hợp: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

thay số được: $A = \sqrt{10^2 + 6^2 + 2.10.6\cos\frac{\pi}{3}} = 14\text{cm} \Rightarrow$ Chọn C.

Thêm một số bài toán hay, lạ và khó liên quan đến khoảng cách giữa 2 vật dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox.

Chúng ta cùng xuất phát từ bài toán cơ bản đã biết: Hai chất điểm dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox, coi trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết phương trình dao động của hai chất điểm lần lượt là $x_1 = 4\cos\left(5t + \frac{\pi}{3}\right)$cm; $x_2 = 4\sqrt{2}\cos\left(5t + \frac{\pi}{12}\right)$cm. Hãy tìm phương trình khoảng cách giữa hai chất điểm?

Hướng dẫn giải:

Khoảng cách giữa hai chất điểm $L = x_1 - x_2$, sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES, thực hiện phép trừ giữa 2 số phức $4\angle\frac{\pi}{3} - 4\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{12} = 4\angle\frac{5}{6}\pi$ ta có ngay phương trình khoảng cách $L = 4\cos\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right)$cm

Qua bài toán cơ bản trên, chúng ta rút ra được những điều đơn giản sau:

+ ***Điều thứ nhất:*** Phương trình khoảng cách $L = 4\cos\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right)$cm cho ta biết L cũng biến thiên điều hòa, khoảng cách nhỏ nhất giữa hai chất điểm là bằng 0 (khi hai vật gặp nhau) và khoảng cách lớn nhất là bằng 4cm.

+ ***Điều thứ hai:*** Ở bài toán cơ bản, nếu đổi cách hỏi một chút, thay vì hỏi phương trình khoảng cách giữa hai chất điểm mà chỉ hỏi khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm là bao nhiêu, thì ta làm như thế nào? Đương nhiên ta cũng dùng máy tính để thực hiện phép trừ giữa 2 số phức $4\angle\frac{\pi}{3} - 4\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{12} = 4\angle\frac{5}{6}\pi$

$\Rightarrow$ khoảng cách lớn nhất $L_{max} = 4$cm.

Hoặc làm theo cách khác là: $\vec{L}_{max} = \vec{A}_1 - \vec{A}_2 \Rightarrow \left(\vec{L}_{max}\right)^2 = \left(\vec{A}_1 - \vec{A}_2\right)^2$

$$\Rightarrow L_{max}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\Rightarrow L_{max} = \sqrt{4^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2 - 2.4.4\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12}\right)} = 4\text{cm}$$

Điều này chứng tỏ để biết được L_{max} như trên cần phải có đủ dữ kiện $A_1 = 4$cm; $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$; $A_2 = 4\sqrt{2}$cm và $\varphi_2 = \frac{\pi}{12}$. Diễn đạt theo cách khác, ta có thể nói, cứ có A_1; φ_1; A_2 và φ_2 thì suy ra được L_{max} hay có thể viết:

Từ $(A_1, \varphi_1, A_2, \varphi_2) \Rightarrow L_{max}$

Vậy ngược lại có được không?

Chẳng hạn:

+ Từ $(A_1, \varphi_1, A_2, \varphi_2) \Rightarrow A_2$ là hoàn toàn được, ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 14. Hai chất điểm dao động điều hoà trên cùng một trục tọa độ Ox với phương trình dao động lần lượt là:

$x_1 = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$cm ; $x_2 = A_2\cos\left(5t + \frac{\pi}{12}\right)$cm. Coi rằng trong quá trình dao động hai chất điểm không va chạm vào nhau. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai hai chất điểm là 4cm. Hãy tìm biên độ A_2 của phương trình thứ hai?

Hướng dẫn giải:

Từ $L_{max}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ thay số ta có ngay phương trình bậc 2 đối với ẩn A_2: $4^2 = 4^2 + (A_2)^2 - 2.4.(A_2)\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12}\right)$

$(A_2)^2 - 4\sqrt{2}.(A_2) = 0 \Rightarrow A_2(A_2 - 4\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow A_2 = 4\sqrt{2}\text{cm}$

Trên cơ sở mối liên hệ như vậy, người làm đề thi có thể thay đổi dữ kiện cho và tìm để xây dựng nên một loạt các bài toán kiểu như:

* Cho $(A_1, \varphi_1, A_2, L_{max})$ tìm $\varphi_2 = ?$

* Cho (A_1, A_2, L_{max}) tìm $\Delta\varphi = ?$

Ví dụ15: Hai chất điểm M và N dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 3 cm, của N là 4 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 5 cm. Tìm độ lớn của độ lệch pha giữa 2 dao động?

Hướng dẫn giải:

Ta có $L_{max}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\,c$

Thay số được: $5^2 = 3^2 + 4^2 - 2.3.4.\cos\Delta\varphi \Rightarrow \cos\Delta\varphi = 0 \Rightarrow |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2}$

Tuy nhiên, nếu chỉ hỏi như vậy thôi thì đơn giản quá, người ra đề muốn kiểm tra kiến thức tổng hợp và sự vận dụng linh hoạt của thí sinh, vì vậy để phân loại thí sinh ở mức điểm 8, năm 2012 trong đề thi TSĐH có câu như sau:

Ví dụ 16: Hai chất điểm M và N có cùng khối lượng, dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của M và của N đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biên độ của M là 6 cm, của N là 8 cm. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa M và N theo phương Ox là 10 cm. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Ở thời điểm mà M có động năng bằng thế năng, tỉ số động năng của M và động năng của N là

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{9}{16}$. D. $\frac{16}{9}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $L_{max}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$

Thay số được: $10^2 = 6^2 + 8^2 - 2.6.8.\cos\Delta\varphi \Rightarrow \cos\Delta\varphi = 0$

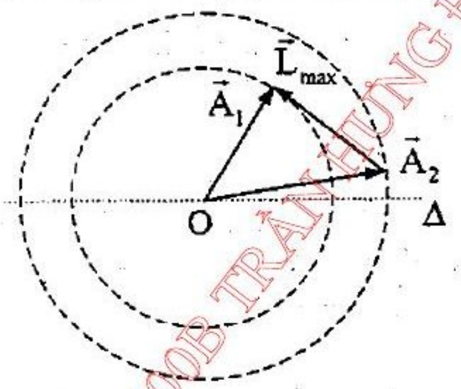
$\Rightarrow |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2}$ tức hai dao động thành phần vuông pha nhau.

ở thời điểm mà chất điểm thứ nhất có động năng bằng thế năng thì $x_1 = \pm 3\sqrt{2}\text{cm}$, sử dụng thêm tính chất hai dao động vuông pha vừa tính được ở trên ta có liên hệ $\left(\frac{3\sqrt{2}}{6}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{8}\right)^2 = 1 \Rightarrow x_2 = \pm 4\sqrt{2}\text{cm}$ nên chất điểm thứ hai cũng xảy ra động năng bằng thế năng

Lúc đó tỉ số động năng giữa chúng $\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{\frac{1}{2}W_M}{\frac{1}{2}W_N} = \left(\frac{6}{8}\right)^2 = \frac{9}{16}$

Bạn đọc tự ra một vài đề kiểu như vậy sẽ thấy hứng thú trong quá trình học nhé.

+ ***Điều thứ ba:*** Nếu giải theo vòng tròn, tức là dùng phương pháp Frenen thì véctơ khoảng cách giữa hai chất điểm là $\vec{L} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$. Tương ứng với cực đại của khoảng cách sẽ là véctơ $\vec{L}_{max} = \vec{A}_1 - \vec{A}_2$ như hình vẽ.

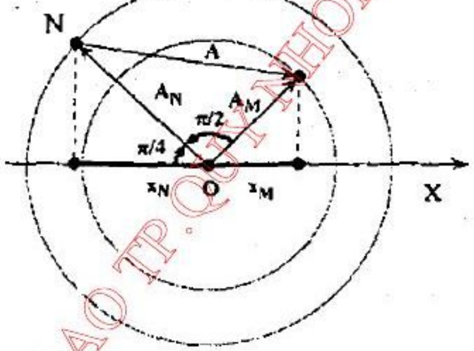


Trong tam giác có 3 cạnh $\vec{A}_1$; $\vec{A}_2$ và $\vec{L}_{max}$ thì đã biết $\left|\vec{A}_1\right| = 4\text{cm}$; $\left|\vec{A}_2\right| = 4\sqrt{2}\text{cm}$ và $\left(\vec{A}_1, \vec{A}_2\right) = \frac{\pi}{4}$ nên dễ dàng tính được $\left|\vec{L}_{max}\right| = 4\text{cm}$ và $\vec{L}_{max}$ hợp với trục Δ góc $\frac{5\pi}{6}$ nên phương trình khoảng cách là $L = 4\cos\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right)\text{cm}$

Điều thứ ba không chỉ dừng lại ở cách giải theo vòng tròn, mà thông qua cách giải này, chúng ta phát hiện ra điều thú vị khác đó là: Tam giác có 3 cạnh $\vec{A}_1$; $\vec{A}_2$ và $\vec{L}_{max}$ sẽ không bị biến dạng trong quá trình quay (vì $\vec{A}_1$; $\vec{A}_2$ có độ dài không đổi và quay cùng vận tốc góc). Nên trong tam giác này, cứ biết 3 yếu tố (c,g,c) hay (g,c,g) hay (c,c,c) thì ta suy ra được các đại lượng còn lại khác. Khi véctơ $\vec{L}_{max}$ nằm ngang (song song với trục Δ) thì khoảng cách thực tế giữa hai chất điểm đạt lớn nhất, còn khi véctơ $\vec{L}_{max}$ thẳng đứng (vuông góc với trục Δ) thì khoảng cách thực tế giữa hai chất điểm đạt nhỏ nhất bằng 0 (chúng gặp nhau ở vị trí $x_=$). Ta xét 2 tình huống nữa minh chứng cho điều thứ ba ở trên:

* ***Tình huống 1:*** Giải lại đề thi 2012 ở trên theo phương pháp vòng tròn

Vì đã có ba cạnh $A_M = 6\text{cm}$, $A_N = 8\text{cm}$, $L_{max} = 10\text{cm}$ nên tam giác có 3 cạnh A_M, A_N, L_{max} là tam giác vuông tại O.



Khi $W_{dM} = W_{tM} \Rightarrow x_M = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$

Theo hình vẽ thì góc hợp bởi bán kính ON với phần âm của trục Ox lúc đó bằng $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_N = -\frac{A_2}{\sqrt{2}}$

Vậy tỉ số động năng

$$\frac{W_{dM}}{W_{dN}} = \frac{v_M^2}{v_N^2} = \frac{A_1^2 - x_M^2}{A_2^2 - x_N^2} = \frac{A_1^2 - \left(\frac{A_1}{\sqrt{2}}\right)^2}{A_2^2 - \left(-\frac{A_2}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{9}{16}.$$

* ***Tình huống 2:*** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng cùng song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của chúng nằm trên cùng một đường thẳng đi qua O và vuông góc với Ox. Biên độ dao động của chúng lần lượt là 140,0mm và 480,0mm. Biết hai chất điểm đi qua nhau ở vị trí có li độ $x_= = 134{,}4\text{mm}$ khi chúng đang chuyển động ngược chiều nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa hai chất điểm theo phương trục Ox là

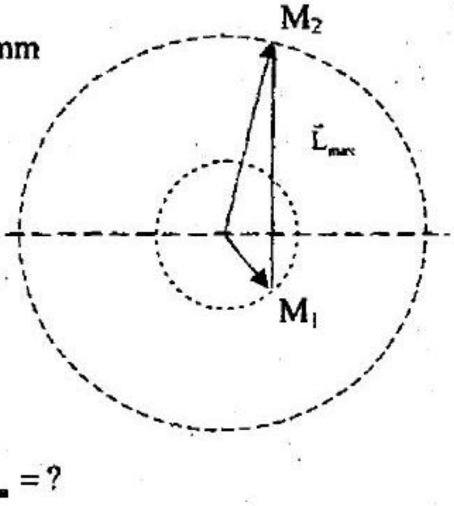
A. 620,0mm. B. 485,6mm. C. 500,0mm. D. 474,4mm.

Hướng dẫn giải:

Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật chính là vécto $\overline{M_1M_2}$.

Ta vẽ véctơ này ở ngay vị trí trùng nhau $x_=$.

Theo hình vẽ ta có:



$$\left|\overline{M_1M_2}\right| = \sqrt{48^2 - 13{,}44^2} + \sqrt{14^2 - 13{,}44^2} = 500\text{mm}$$

Qua tình huống 2, ta thấy bài toán cho $(A_1, A_2, x_=(\text{cùng chiều}))$ thì ta sẽ tìm được L_{max}

Trên cơ sở mối quan hệ như vậy, bạn đọc sẽ tự ra một số đề khi đổi dữ kiện, chẳng hạn như gợi ý sau:

Cho $(A_1, A_2, x_=(\text{ngược chiều}))$ tìm L_{max} =?

Hoặc cho (A_1, A_2, L_{max}) tìm vị trí trùng nhau $x_= = ?$

Hoặc cho $(A_1, L_{max}, x_=)$ tìm biên độ $A_2 = ?$

vv...

Cũng liên quan đến khoảng cách lớn nhất, nhưng bây giờ ta xét bài toán mà hai vật dao động với tần số khác nhau:

Ví dụ 16. Hai vật dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng cạnh nhau, song song với nhau, cùng một vị trí cân bằng trùng với gốc tọa độ, cùng một trục tọa độ song song với hai đoạn thẳng đó, với các phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 3\cos\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$ và $x_2 = 5\cos\left(\frac{20\pi}{3}t - \frac{2\pi}{3}\right)(cm)$. Khoảng cách giữa hai vật đạt lớn nhất vào thời điểm đầu tiên là

A. 0,1s. B. 0,05s. C. 0,5s. D. 2s.

Hướng dẫn giải:

Trước hết ta tư duy: Muốn hai vật cách xa nhau nhất thì một vật phải nằm ở biên dương, còn vật kia phải nằm ở biên âm, điều này xảy ra khi thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

+ Thứ nhất: Hai dao động phải ngược pha nhau

+ Thứ hai: Pha của 1 dao động nào đó phải bằng 1 số nguyên lần π.

Vì vậy ta làm như sau:

Ở điều kiện thứ nhất: Độ lệch pha giữa hai dao động là $\Delta\varphi = \frac{15\pi}{3}t - \frac{9\pi}{6}$, vì ngược pha nhau nên có $\left(\frac{15\pi}{3}t - \frac{9\pi}{6}\right) = (2k+1)\pi$

Ở điều kiện thứ hai: xét với dao động 1 thì $\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right) = m\pi$

Vậy ta có hệ: $\begin{cases}\left(\frac{15\pi}{3}t - \frac{9\pi}{6}\right) = (2k+1)\pi \\ \left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{5\pi}{6}\right) = m\pi\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}k \quad (t \geq 0, k \in Z) \\ t = -\frac{1}{2} + \frac{3}{5}m \quad (t \geq 0, m \in Z)\end{cases}$

Chỉ xét $t \geq 0$ và k, m đều nguyên nên ta có hệ:

$$\begin{cases} t = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}k & k = -1; 0; 1; 2... \\ t = -\frac{1}{2} + \frac{3}{5}m & m = 1; 2; 3; ... \\ 3m - 2k = 5 \end{cases}$$

Cặp số k và m nhỏ nhất thỏa mãn $3m - 2k = 5$ là

$\begin{cases} k = -1 \\ m = 1 \end{cases}$ vậy ta được $t_{min} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}(-1) = \frac{1}{10}s$

$\Rightarrow$ Chọn A.

Bài tập vận dụng

Bài toán 1: Hai vật dao động điều hòa trên hai đoạn thẳng cạnh nhau, song song với nhau, cùng một vị trí cân bằng trùng với gốc tọa độ, cùng một trục tọa độ song song với hai đoạn thẳng đó, với các phương trình li độ lần lượt là $x_1 = 5\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(cm)$ và $x_2 = 6\cos\left(15\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(cm)$. Khoảng cách giữa hai vật đạt lớn nhất vào thời điểm đầu tiên là bao nhiêu? *Đs: 0,45s*

Bài toán 2: Hai chất điểm M_1, M_2 cùng dao động điều hoà trên trục Ox xung quang gốc O với cùng tần số f, biên độ dao động của M_1, M_2 tương ứng là 3cm, 4cm và dao động của M_2 sớm pha hơn dao động của M_1 một góc $\pi/2$. Khi khoảng cách giữa hai vật là 5cm thì M_1 và M_2 cách gốc toạ độ lần lượt bằng :

A. 3,2cm và 1,8cm
B. 2,86cm và 2,14cm
C. 2,14cm và 2,86cm
D. 1,8cm và 3,2cm

Đáp án D

Về hai dao động khác tần số, ta xét thêm bài toán sau:

Ví dụ 17. Hai chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với các phương trình lần lượt là $x_1 = 6\cos\omega_1 t(cm)$, $x_2 = 3\cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)$. Biết $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{4}{3}$. Vị trí hai chất điểm gặp nhau lần đầu tiên là

A. –3cm
B. –2cm
C. – 1,5cm
D. – 4,5cm

Hướng dẫn giải:

Khi gặp nhau thì chúng cùng vị trí nên ta có $x_1 = x_2$

$$\Rightarrow 6\cos\omega_1 t = 3\cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 6\cos\frac{4}{3}\omega_2 t = 3\cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\Leftrightarrow 2\cos\frac{8\pi}{T_2}t = \cos\left(\frac{2\pi}{T_2}t + \frac{\pi}{2}\right)$ giải ra ta lấy nghiệm nhỏ nhất $t = \frac{T_2}{4}$ rồi thay vào phương trình x_2 ta được vị trí gặp nhau lần đầu tiên

$$x_{\blacksquare} = x_2 = 3\cos\left(\omega_2\frac{T_2}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = 3\cos(\pi) = -3cm$$

Chủ đề 5: CÁC LOẠI DAO ĐỘNG

DẠNG 1: Bài toán về dao động tự do

Dao động tự do là dao động mà chu kì dao động của vật chỉ phụ thuộc các đặc tính của hệ dao động, *không phụ thuộc các yếu tố bên ngoài. Chu kì dao động tự do* gọi là *chu kì dao động riêng.*

Con lắc lò xo là một ví dụ vì $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ chỉ phụ thuộc vào các đặc tính bên trong của hệ đó là k và m, không phụ thuộc vào các yếu tố nào bên ngoài. Vì thế nếu gặp bài toán: Một vật khối lượng m treo vào lò xo có độ cứng k. Kích thích cho vật dao động với biên độ 3 cm thì chu kì dao động của nó là T = 0,3 s. Nếu kích thích cho vật dao động với biên độ 6 cm thì chu kì dao động của nó là

A. 0,15s. B. 0,3s. C. 0,6s. D. 0,173s.

Thì đương nhiên ta sẽ chọn đáp án 0,3s

DẠNG 2: Bài toán về dao động tắt dần

Dao động tắt dần là dao động mà biên độ giảm dần theo thời gian.

Nguyên nhân tắt dần là do lực ma sát của môi trường lên cơ hệ. Lực này thực hiện công âm làm cơ năng của con lắc giảm dần. Ma sát càng lớn, dao động sẽ ngừng lại (tắt) càng nhanh.

Phương pháp giải:

+ Từ $E = \frac{1}{2}kA^2$ có thể viết $\ln E = \ln\frac{1}{2}k + \ln A^2$ khi gặp bài toan biến thiên nhỏ, lấy vi phân 2 vế ta có $\boxed{\frac{\Delta E}{E} \approx 2.\frac{\Delta A}{A}}$

+ Vật nặng trong con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ ban đầu A, độ giảm cơ năng sau 1 nửa chu kì:

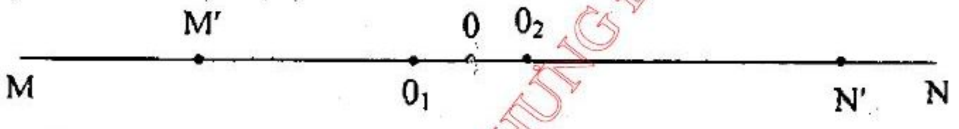
$$\begin{cases} \Delta E_{1/2} = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}k\left(A^2 - A'^2\right) = \frac{1}{2}k.\Delta A_{1/2}.(A + A') \\ \Delta E_{1/2} = A_{ms} = F_{ms}.S = F_{ms}.(A + A') \end{cases}$$

Từ đó rút ra độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì:

$$\boxed{\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2\mu g}{\omega^2} = \text{const.}}$$

Nói cách khác, cứ sau mỗi nửa chu kì, điểm biên lại gần lại VTCB O một đoạn $\frac{2F_{ms}}{k}$.

Giả sử lúc đầu vật ở M. Nếu không phải là dao động tắt dần thì sau $\frac{T}{2}$ vật sẽ đến N đối xứng với M qua VTCB O. Nhưng vì là dao động tắt dần, theo cách tính trên, sau $\frac{T}{2}$, biên độ giảm 1 lượng $\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k}$ nên vật chỉ đến điểm N^O gần O hơn N một đoạn $N'N = \frac{2F_{ms}}{k}$. Trong nửa chu kì đầu tiên này, ta coi vật dao động xung quanh VTCB "mới" O_1, với O_1 là trung điểm của MN', tại O_1 thì lực đàn hồi cân bằng với lực ma sát, dễ dàng thấy rằng $OO_1 = \frac{F_{ms}}{k}$



Tiếp đến nửa chu kì thứ hai, vật đi từ N' đến M', với O_2 là VTCB "mới". O_2 cũng cách O một đoạn $OO_2 = \frac{F_{ms}}{k}$. Cứ tiếp tục dao động thì O_1 sẽ là VTCB ứng với nửa chu kì lẻ còn O_2 sẽ là VTCB ứng với nửa chu kì chẵn.

Từ đó suy ra điều quan trọng:

- Tốc độ cực đại trong dao động tắt dần sẽ ứng với các vị trí cân bằng "mới" O_1 hoặc O_2 chứ không phải là VTCB O.
- Sau một số nguyên lần nửa chu kì, vật sẽ dừng lại trong đoạn O_1O_2. Nếu tại O_1 hoặc O_2 mà tốc độ bằng không thì vì vật sẽ dừng ngay ở O_1 hoặc O_2.

Ví dụ 1: Một con lắc dao động tắt dần chậm. Cứ sau mỗi chu kì biên độ giảm 3%. Phần năng lượng của con lắc mất đi trong một dao động toàn phần là bao nhiêu?

A. 3%. B. 5%. C. 6%. D. 94%.

Hướng dẫn giải:

Từ $\frac{\Delta E}{E} \approx 2.\frac{\Delta A}{A}$ ta được $\frac{\Delta E}{E} \approx 2.3\% = 6\%$ ⇒ *Đáp án C.*

Với bài toán ngược: Cơ năng của một dao động tắt dần chậm giảm 5% sau mỗi chu kì. Sau mỗi chu kì biên độ giảm

A. 5%. B. 2,5%. C. 10%. D. 2,24%.

Ta dễ dàng chọn đáp án có $\frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{2}.\frac{\Delta E}{E} = \frac{1}{2}.5\% = 2,5\%$

Hoặc gặp một câu hỏi dạng lý thuyết kiểu như: Một vật dao động tắt dần có các đại lượng giảm liên tục theo thời gian là

A. biên độ và gia tốc. B. li độ và tốc độ.

C. biên độ và năng lượng. D. biên độ và tốc độ.

Thì ta phải chọn đáp án C.

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần. Cơ năng ban đầu của nó là 5 J. Sau ba chu kì dao động thì biên độ của nó giảm đi 20%. Xác định phần cơ năng chuyển hóa thành nhiệt năng trung bình trong mỗi chu kì.

Hướng dẫn giải:

Cơ năng ban đầu $E = \frac{1}{2}kA^2$.

Sau 3 chu kì, biên độ dao động giảm 20% nên biên độ còn lại A' = 0,8A, cơ năng lúc đó: $E' = \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}k(0,8A)^2 = 0,64.\frac{1}{2}kA^2 = 0,64.E$.

Phần cơ năng chuyển hóa thành nhiệt năng trong ba chu kì:

$\Delta E = E - E' = 0,36.E = 1,8$ J.

Phần cơ năng chuyển hóa thành nhiệt năng trong mỗi chu kì: $\overline{\Delta E} = \frac{\Delta E}{3} = 0,6$ J.

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nặng có khối lượng m = 50 g, lò xo có độ cứng là k = 50 N/m. Lấy g = 10 m/s^2. Biết rằng biên độ dao động giảm đi ΔA = 1mm sau mỗi lần qua vị trí cân bằng. Hệ số ma sát μ giữa vật và mặt phẳng ngang là

A. 0,01. B. 0,03. C. 0,05. D. 0,1.

Hướng dẫn giải:

+ Giữa hai lần vật đi qua VTCB, quãng đường vật đi được S = A + A' nên công của lực ma sát là $A_{ms} = F_{ms}.S = \mu P.(A + A') = \mu mg.(A + A')$.

+ Độ giảm cơ năng: $\Delta E = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}k\left(A^2 - A'^2\right) = \frac{1}{2}k.\Delta A.(A + A')$

+ Vì độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát $\Delta E = A_{ms}$ nên

$$\frac{1}{2}k.\Delta A.(A + A') = \mu mg(A + A') \Rightarrow \mu = \frac{k.\Delta A}{2mg}$$

Thay số ta được: $\mu = \frac{50.1.10^{-3}}{2.50.10^{-3}.10} = 0,05 \Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 4: Con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nặng có khối lượng m = 400g, lò xo có độ cứng k = 100 N/m. Kéo vật khỏi vị trí cân bằng một đoạn 3cm rồi thả nhẹ để vật dao động. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là μ = 0,005, lấy g = 10 m/s^2. Biên độ dao động còn lại sau chu kì đầu tiên là

A. A_1 = 2,99cm. B. A_1 = 2,96cm. C. A_1 = 2,92cm. D. A_1 = 2,89cm.

Hướng dẫn giải:

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì: $\Delta A = \frac{4.\mu mg}{k} = \frac{4.0,005.0,4.10}{100} = 8.10^{-4}$ m

Vậy $A_1 = A_0 - \Delta A = 3 - 0,08 = 2,92$ (cm) $\Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng k = 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy g = 10 m/s^2. Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

A. $10\sqrt{30}$ cm/s. B. $20\sqrt{6}$ cm/s. C. $40\sqrt{2}$ cm/s. D. $40\sqrt{3}$ cm/s.

Hướng dẫn giải:

Sau khi buông, vật được tăng tốc nhờ hợp lực theo phương ngang (lực đẩy của lò xo và lực ma sát trượt), vận tốc của vật cực đại tại vị trí x mà ở đó hợp lực này bằng không, tức 2 lực này cân bằng nhau $kx = \mu mg \Rightarrow x = \dfrac{\mu mg}{k} = 0,02(m)$

Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có

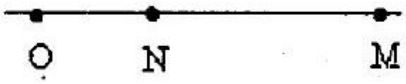
$$\frac{1}{2}kx_0^2 - \left[\frac{1}{2}mv_{max}^2 + \frac{1}{2}kx^2\right] = A_{ngluc} = \mu mg(x_0 - x)$$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}\left(x_0^2 - x^2\right) - 2\mu mg\left(x_0 - x\right)} = 40\sqrt{2}\ cm/s \Rightarrow \textit{Đáp án C.}$$

Ví dụ 6: Một con lắc lò xo nằm ngang gồm lò xo có độ cứng k = 20N/m và vật nặng m = 100g. Từ VTCB kéo vật ra 1 đoạn 6cm rồi [illegible] cho vật vận tốc $20\sqrt{14}$ cm/s hướng về VTCB. Biết rằng hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,4 . Lấy g = $10m/s^2$. Tốc độ cực đại của vật sau khi truyền vận tốc bằng

A. $20\sqrt{22}$ cm/s B. $80\sqrt{2}$ cm/s C. $20\sqrt{10}$ cm/s D. $60\sqrt{2}$ cm/s

Hướng dẫn giải:



Vật có tốc độ cực đại khi gia tốc bằng 0; tức là lúc $\vec{F}_{hl} = \vec{F}_{dh} + \vec{F}_{ms} = 0$ lần đầu tiên tại N

ON = x $\Rightarrow$ kx = μmg $\Rightarrow$ x = μmg/k = 0,02m = 2cm

Khi đó vật đã đi được quãng đường S = MN = 6 – 2 = 4cm = 0,04m

Tại t = 0 x_0 = 6cm = 0,06m, $v_0 = 20\sqrt{14}$ cm/s = $0,2\sqrt{14}$ m/s

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} - \mu mgS \quad \text{(Công của lực ma sát bằng μmgS)}$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2} - \mu mgS$$

$$\Rightarrow \frac{0,1v_{max}^2}{2} = \frac{0,1(0,2\sqrt{14})^2}{2} + \frac{20.0,06^2}{2} - \frac{20.0,02^2}{2} - 0,4.0,1.10.0,04 = 0,044$$

$$\Rightarrow v_{max}^2 = 0,88 \Rightarrow \mathbf{v_{max}} = \sqrt{0,88} = \sqrt{0,04}\sqrt{22} = 0,2.\sqrt{22}\ (m/s) = 20\sqrt{22}\ cm/s.$$

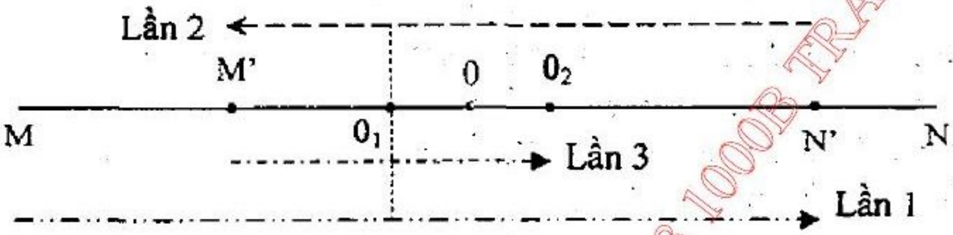
Ví dụ 7: Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm một vật có khối lượng m = 100g gắn vào một lò xo có độ cứng k = 10N/m. Hệ số ma sát trượt giữa vật và sàn là 0,1. Ban đầu đưa vật đến vị trí lò xo bị nén một đoạn và thả nhẹ. Khi vật đi qua điểm O_1, tốc độ của vật đạt cực đại lần thứ nhất và bằng 60cm/s. Hỏi vật sẽ đi qua điểm O_1 mấy lần nữa và hãy tính tốc độ của vật mỗi khi nó đi qua O_1? Tính quãng đường mà vật đi được?

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10$ rad/s ; $OO_2 = OO_1 = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = 1(cm)$

Từ $v_{1\max} = \omega A_1$ suy ra biên độ $A_1 = \frac{v_{1\max}}{\omega} = \frac{60}{10} = 6cm$ tức là ban đầu vật cách O một khoảng 6 + 1 = 7 cm.

Sau nửa chu kì đầu tiên vật đến điểm N' gần O hơn N một đoạn $N'N = \frac{2F_{ms}}{k} = 2cm$, điểm N' chỉ cách O một đoạn $7 - 2 = 5cm$



Tiếp đến là nửa chu kì thứ hai, vật đi từ N' đến M' (điểm M' cách O $5 - 2 = 3cm$). Trong nửa chu kì thứ hai thì O_2 là VTCB "mới" với biên độ dao động $A_2 = 5 - 1 = 4cm$

Như vậy vật qua O_1 lần thứ 2 với O_2 là tâm dao động, theo hình vẽ, O_1 cách O_2 một đoạn $x_2 = O_1O_2 = 2(cm)$ nên tốc độ qua O_1 là:

$$v_2 = \omega\sqrt{A_2^2 - x_2^2} = 10\sqrt{4^2 - 2^2} = 20\sqrt{3}cm/s$$

Ở nửa chu kì thứ 3, O_1 là tâm dao động với biên độ $A_3 = 2cm$, nên tốc độ khi qua O_1 là $v_3 = \omega A_3 = 10.2 = 20$ cm/s và đến vị trí O_2 thì vật dừng lại.

Theo hình vẽ, tổng quãng đường vật đi được là:

$S = MN' + N'M' + M'O_2 = 2.6 + 2.4 + 2.2 = 24cm.$

Ví dụ 8: Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng 100g gắn vào lò xo có độ cứng 0,01N/cm dao động tắt dần chậm từ thời điểm t = 0 với biên độ ban đầu là 10cm. Trong quá trình dao động, lực cản tác dụng vào vật có độ lớn không đổi 10^{-2}N. Tính tốc độ lớn nhất của vật sau thời điểm t = 21,6s?

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{10} = \pi$ rad/s $\quad T = 2s$

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: $\Delta A_{1/2} = \dfrac{2F_{ms}}{k} = 0{,}2cm$

Ta thấy $t = 21{,}6s = 21.\dfrac{T}{2} + 0{,}6 > 21.\dfrac{T}{2} + \dfrac{T}{4}$

Sau 21 nửa chu kì thì vật ra đến điểm biên, thời gian 0,4s > T/4 nên vật đã qua tâm dao động O_2 nên tốc độ cực đại sau thời điểm 21,6s phải chờ đến khi vật qua O_1 ở nửa chu kì thứ 23.

Biên độ ở nửa chu kì thứ n được tính theo biểu thức $A_n = A - (2n-1)\dfrac{F_{ms}}{k}$ vậy ở nửa chu kỳ thứ 23 có biên độ theo VTCB mới O_1 là:

$$A_{23} = 10 - (2.23 - 1).0{,}1 = 5{,}5cm$$

Vậy tốc độ lớn nhất sau thời điểm 21,6s là $v_{23} = \omega A_{23} = \pi.5{,}5 = 5{,}5\pi$ cm/s

Ví dụ 9: Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,2 kg và lò xo có độ cứng 20 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,01. Từ vị trí lò xo không bị biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu 1 m/s thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy $g = 10$ m/s^2. Tính độ lớn của lực đàn hồi cực đại của lò xo trong quá trình dao động?

Hướng dẫn giải:

Chọn trục tọa độ Ox trùng với trục của lò xo, gốc tọa độ O (cũng là gốc thế năng) tại vị trí lò xo không biến dạng, chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của con lắc. Độ lớn của lực đàn hồi của lò xo đạt giá trị cực đại trong 1/4 chu kì đầu tiên, khi đó vật ở vị trí biên.

Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có: $W_{đ0} = W_{tmax} + |A_{ms}|$

hay $\dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}kA_{max}^2 + \mu mgA_{max} \Rightarrow \dfrac{k}{m}A_{max}^2 + 2\mu gA_{max} - v_0^2 = 0.$

Thay số: $100A_{max}^2 + 0{,}2A_{max} - 1 = 0 \Rightarrow A_{max} = 0{,}099$ m

$$\Rightarrow F_{max} = kA_{max} = 1{,}98 \text{ N}.$$

Ví dụ 10: Con lắc lò xo nằm ngang có k = 100N/m, m = 400g. Kéo vật ra khỏi VTCB một đoạn 4cm rồi thả nhẹ cho vật dao động. Biết hệ số ma sát giữa vật và sàn là $\mu = 5.10^{-3}$. Lấy $g = 10$m/s^2. Quãng đường vật đi được trong 1,5 chu kì đầu tiên là

A. 24cm B. 23,64cm C. 20,4cm D. 23,28cm

Hướng dẫn giải:

Cứ sau mỗi nửa chu kì, điểm biên lùi gần lại VTCB một đoạn:

$\Delta A_{T/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = 0,04\text{cm}$ do đó:

Nửa chu kì đầu tiên vật đi được quãng đường $S_1 = A_0 + A_1 = A_0 + (A_0 - \Delta A_{T/2})$;

Nửa chu kì thứ hai vật đi được quãng đường $S_2 = A_1 + A_2 = A_1 + (A_1 - \Delta A_{T/2})$;

Nửa chu kì thứ ba vật đi được quãng đường $S_3 = A_2 + A_3 = A_2 + (A_2 - \Delta A_{T/2})$.

$\Rightarrow$ Tổng quãng đường sau 1,5 chu kì đầu tiên là:

$S = S_1 + S_2 + S_3 = (A_0 + A_1) + (A_1 + A_2) + (A_2 + A_3) = A_0 + 2A_1 + 2A_2 + A_3$

$S = A_0 + 2A_1 + 2A_2 + (A_2 - \Delta A_{T/2}) = A_0 + 2A_1 + 3A_2 - \Delta A_{T/2}$

$S = A_0 + 2A_1 + 3(A_1 - \Delta A_{T/2}) - \Delta A_{T/2} = A_0 + 5A_1 - 4\Delta A_{T/2}$

$S = A_0 + 5(A_0 - \Delta A_{T/2}) - 4\Delta A_{T/2} = 6A_0 - 9\Delta A_{T/2} = 6.4 - 9.0,04 = 23,64\text{cm}$.

Ví dụ 11: Con lắc lò xo nằm ngang có k = 10 N/m, m = 100 g, hệ số ma sát trượt bằng hệ số ma sát nghỉ và cùng bằng 0,1. Kéo vật ra khỏi VTCB 1 đoạn A_o rồi buông nhẹ. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Tìm quãng đường tổng cộng vật đi được trong các tình huống giả định sau:
1. $A_o = 12\text{cm}$; 2. $A_o = 12,2$ cm ; 3. $A_o = 13$ cm ; 4. $A_o = 13,2\text{cm}$

Hướng dẫn giải:

Để tính chính xác quãng đường đi được trong dao động tắt dần, ta có thể giải như sau:

+ Tính độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: $\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{k} = \frac{2\mu mg}{k}$.

+ Tìm số nủa chu kì mà vật thực hiện được thông qua $\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = a,b$

Nếu $b < 5$ thì số nửa chu kì mà vật thực hiện được là $N = a$
Nếu $b \geq 5$ thì số nửa chu kì mà vật thực hiện được là $N = a + 1$

+ Thời gian của chuyển động $t = \frac{T}{2}$ và quãng đường đi được là:

$$S = 2A_0N - \frac{\Delta A_{1/2}}{2}\left[2 + 6 + \dots + \left[2 + (N-1)4\right]\right]$$

Trong ngoặc là cấp số cộng có công sai 4 với N số hạng.

Cụ thể là:

Độ giảm biên độ sau mỗi nửa chu kì: $\Delta A_{1/2} = \frac{2\mu mg}{k} = 0,02(\text{m}) = 2(\text{cm})$

1. Nếu $A_o = 12\text{cm}$

$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{12}{2} = 6,0 \Rightarrow$ Số nửa chu kì mà vật thực hiện được là N = 6.

$$S_1 = 2.12.6 - \frac{2}{2}\left[2+6+10+14+18+22\right] = 72\text{cm}.$$

2. Nếu $A_o = 12{,}2\text{cm}$

$$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{12{,}2}{2} = 6{,}1 \Rightarrow$$ Số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là $N = 6$.

$$S_2 = 2.12{,}2.6 - \frac{2}{2}\left[2+6+10+14+18+22\right] = 74{,}4\text{cm}$$

3. Nếu $A_o = 13\text{cm}$

$$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{13}{2} = 6{,}5 \Rightarrow$$ Số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là $N = 6 + 1 = 7$.

$$S_3 = 2.13.7 - \frac{2}{2}\left[2+6+10+14+18+22+26\right] = 84\text{cm}$$

4. Nếu $A_o = 13{,}2\text{cm}$

$$\frac{A_0}{\Delta A_{1/2}} = \frac{13{,}2}{2} = 6{,}6 \Rightarrow$$ Số nửa chu kỳ mà vật thực hiện được là $N = 6 + 1 = 7$

$$S_4 = 2.13{,}2.7 - \frac{2}{2}\left[2+6+10+14+18+22+26\right] = 86{,}8\text{cm}$$

Chú ý:

* Nếu bài toán yêu cầu tính thời gian từ lúc bắt đầu dao động đến lúc dừng lại thì ta chỉ cần lấy số nửa chu kì N được tính như trên nhân với $\frac{T}{2}$, tức là: $\boxed{t = N.\frac{T}{2}}$.

* Nếu bài toán tìm tốc độ trung bình từ lúc bắt đầu dao động đến lúc dừng lại thì ta lấy quãng đường S chia cho thời gian t, tức là $\boxed{v_{tb} = \frac{S}{t}}$.

Ví dụ 12: Cho một con lắc đơn dao động trong môi trường không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 0,1 rad rồi thả nhẹ. Biết lực cản của không khí tác dụng lên con lắc là không đổi và bằng 0,001 lần trọng lượng của vật. Coi biên độ giảm đều trong từng chu kì. Số lần con lắc con lắc đi qua vị trí cân bằng từ lúc bắt đầu dao động đến lúc dừng lại là

A. 25 B. 50 C. 100 D. 200

Hướng dẫn giải:

+ Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì: $\Delta S = \frac{4.F_c}{k} = \frac{4.0{,}001P}{m\omega^2} = \frac{4.0{,}001mg}{m.\frac{g}{\ell}} = 0{,}004\ell$

+ Số dao động thực hiện được: $N = \frac{S_0}{\Delta S} = \frac{\alpha_0\ell}{0{,}004\ell} = \frac{\alpha_0}{0{,}004} = \frac{0{,}1}{0{,}004} = 25$

+ Vì mỗi chu kì vật qua VTCB 2 lần nên tổng số lần vật qua VTCB là:
$n = N.2 = 25.2 = 50 \Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 13: Một con lắc đơn có chiều dài $l = 0,249$ m, quả cầu nhỏ có m = 100 g. Kéo vật đến vị trí sao cho phương dây treo hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 4^0$ rồi buông nhẹ. Lấy $g = 9,8\ m/s^2$. Biết từ lúc con lắc dao động đến lúc dừng lại diễn ra trong khoảng thời gian 100s. Độ lớn của lực cản tác dụng lên vật là

A. $1,57.10^{-3}$ N B. $1,7.10^{-4}$ N C. 2.10^{-4} N D. $1,5.10^{-2}$ N

Hướng dẫn giải:

+ Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì $\Delta S = \frac{4.F_c}{k}$ nên số dao động thực hiện được:

$$N = \frac{S_0}{\Delta S} = \frac{\alpha_0\ell}{\frac{4.F_c}{k}} = \frac{\alpha_0\ell.k}{4.F_c}$$

+ Mặt khác, số dao động thực hiện được có thể tính theo: $N = \frac{t}{T} = \frac{t}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$

Từ trên suy ra: $\frac{\alpha_0\ell.k}{4.F_c} = \frac{t}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$

$$\Rightarrow F_c = \frac{\alpha_0\ell.k.2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}{4.t} = \frac{\alpha_0\ell.m\omega^2.\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2.t} = \frac{\alpha_0\ell.m\frac{g}{\ell}.\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2t} = \frac{\alpha_0.m.\pi.\sqrt{g\ell}}{2t} = 1,7.10^{-4}N$$

$\Rightarrow$ *Đáp án B.*

DẠNG 3: Bài toán về dao động duy trì và dao động cưỡng bức

	Dao động duy trì	Dạo động cưỡng bức
Về cách bù đắp năng lượng	cung cấp một lần năng lượng, sau đó hệ tự bù đắp năng lượng từ từ cho con lắc.	bù đắp năng lượng cho con lắc từ từ trong từng chu kì và do ngoại lực thực hiện thường xuyên.
Về tần số	dao động duy trì theo tần số f_0 của hệ	dao động duy trì theo tần số f của ngoại lực
Biên độ	không đổi	không đổi, A phụ thuộc vào F_0, vào ma sát và độ chênh lệch giữa tần số f của lực cưỡng bức và tần số riêng f_0 của hệ. Nếu $f \approx f_0$ thì xảy ra cộng hưởng

Ví dụ 1: Một con lắc đơn có độ dài $l = 16$ cm được treo trong toa tàu ở ngay vị trí phía trên của trục bánh xe. Chiều dài mỗi thanh ray là 12 m. Lấy $g = 10$ m/s^2 và $\pi^2 = 10$, coi tàu chuyển động thẳng đều. Con lắc sẽ dao động mạnh nhất khi vận tốc đoàn tàu là

A. 15 m/s. B. 1,5 cm/s. C. 1,5 m/s. D. 15 cm/s.

Hướng dẫn giải:

+ Chu kì dao động riêng $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

+ Mỗi khi bánh xe gặp khe hở giữa 2 thanh ray, tàu bị xóc, lúc đó con lắc như chịu tác dụng của một ngoại lực. Vì chiều dài các thanh ray là như nhau và tàu chuyển động thẳng đều nên ngoại lực tác dụng lên con lắc biến thiên tuần hoàn với chu kỳ $T = \dfrac{L}{v}$.

+ Muốn con lắc dao động mạnh nhất, tức là A_{max} thì phải xảy ra cộng hưởng, vậy phải có $T = T_0 \Rightarrow \dfrac{L}{v} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \Rightarrow v = \dfrac{L}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}} = \dfrac{12}{2\pi}\sqrt{\dfrac{10}{0,16}} = 15\text{m/s} \Rightarrow$ *Chọn A.*

Ví dụ 2: Một con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng m = 100 g, lò xo có độ cứng k = 40 N/m. Tác dụng vào vật một lực tuần hoàn biên độ F_0 và tần số $f_1 = 4$ Hz thì biên độ dao động ổn định của hệ là A_1. Nếu giữ nguyên biên độ F_0 nhưng tăng tần số đến giá trị $f_2 = 5$ Hz thì biên độ dao động ổn định của hệ là A_2. Chọn phương án đúng?

A. $A_2 > A_1$ B. $A_2 = A_1$ C. $A_2 < A_1$ D. $A_2 \geq A_1$

Hướng dẫn giải:

+ Tần số dao động riêng của con lắc lò xo $f_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{40}{0,1}} = 3,18$ Hz

+ Do $|f_2 - f_0| > |f_1 - f_0|$ nên $A_2 < A_1 \Rightarrow$ *Đáp án C.*

Ví dụ 3: Một con lắc đơn gồm sợi dây dài $\ell = 1$m và vật nhỏ m = 80g dao động tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 m/s^2. Nếu cho con lắc dao động với biên độ góc 0,15 rad trong môi trường có lực cản tác dụng thì nó chỉ dao động được 200s rồi dừng hẳn. Để duy trì dao động cho con lắc với biên độ góc 0,15 rad trong một tuần lễ thì người ta phải dùng một hệ thống dây cót. Biết 80% năng lượng được dùng để thắng lực ma sát do hệ thống các bánh răng cưa. Công cần thiết để lên dây cót là

A. 183,8 J B. 133,4 J C. 113,2 J D. 193,4 J

Hướng dẫn giải:

Để duy trì dao động cho con lắc, cần phải bù năng lượng đúng bằng phần năng lượng bị mất sau mỗi chu kì.

Sau 200s con lắc bị tắt nên nó đã tiêu tốn hết một năng lượng đúng bằng cơ năng ban đầu của nó, do đó nếu tính cho cả 200s thì lượng năng lượng cần phải bù để duy trì dao động là:

$$\Delta E = E = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 = 8,82.10^{-3}J$$

Nhưng nếu tính cho cả tuần (7 ngày) thì năng lượng cần bù là:

$$E' = \frac{7.24.3600}{200}.\Delta E$$

Gọi A là công cần thực hiện, do 80% của A dùng để thắng lực ma sát do hệ thống các bánh răng cưa nên chỉ có 20% của A mới biến thành E', vì vậy ta có

$$20\%A = E' \Rightarrow A = E'.\frac{100}{20} = \frac{7.24.3600}{200}\Delta E.\frac{100}{20} = 133,36J \Rightarrow \textit{Đáp án B.}$$

Ví dụ 4: Một con lắc đồng hồ (coi là con lắc đơn) có chiều dài $\ell = 25cm$, khi dao động luôn chịu tác dụng của một lực cản có độ lớn không đổi $F_c = 0,002N$. Nhờ sự cung cấp năng lượng từ dây cót, con lắc duy trì dao động với biên độ góc $\alpha_0 = 0,1rad$. Biết rằng năng lượng của dây cót bị hao phí 80%. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Mỗi tuần lên dây cót một lần, người ta cần phải thực hiện một công bằng

A. 1,21kJ. B. 605J. C. 121J. D. 76J.

Hướng dẫn giải:

Mỗi chu kì, biên độ giảm một lượng: $\Delta\alpha = \frac{4F_C}{k} = \frac{4F_C}{m\omega^2}$

Với biên độ góc α_0 ban đầu, nếu không bù năng lượng, số dao động mà vật thực hiện được đến khi con lắc tắt hẳn $N = \frac{\alpha_0}{\Delta\alpha} = \frac{\alpha_0.m\omega^2}{4F_C}$ sau khoảng thời gian

$$\tau = N.T = \frac{\alpha_0.m\omega^2}{4F_C}.\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\alpha_0.m.\pi}{2F_C}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

Và để duy trì dao động trong khoảng thời gian τ cần phải cấp năng lượng

$$\Delta E = E = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2$$

Nhưng nếu tính cho cả tuần (7 ngày) thì năng lượng cần bù là:

$$E' = \frac{7.24.3600}{\tau}\Delta E = \frac{7.86400}{\frac{\alpha_0.m.\pi}{2F_C}\sqrt{\frac{g}{\ell}}}.\frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 = \frac{7.86400}{\pi}.\alpha_0.F_C.\ell.\sqrt{g\ell}$$

Ta có: $A = E'.\frac{100}{20} = \frac{7.86400}{\pi}.\alpha_0.F_C.\ell.\sqrt{g\ell}.\frac{100}{20} = 76J$

Chủ đề 6: SÓNG CƠ HỌC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa và đặc điểm của sóng cơ học

* Sóng cơ học là quá trình lan truyền các dao động cơ học theo thời gian trong môi trường vật chất.

* *Một đặc điểm quan trọng: Khi sóng truyền qua, các phần tử của môi trường chỉ dao động quanh vị trí cân bằng của chúng mà không chuyển dời theo sóng, chỉ có pha dao động của chúng được truyền đi.*

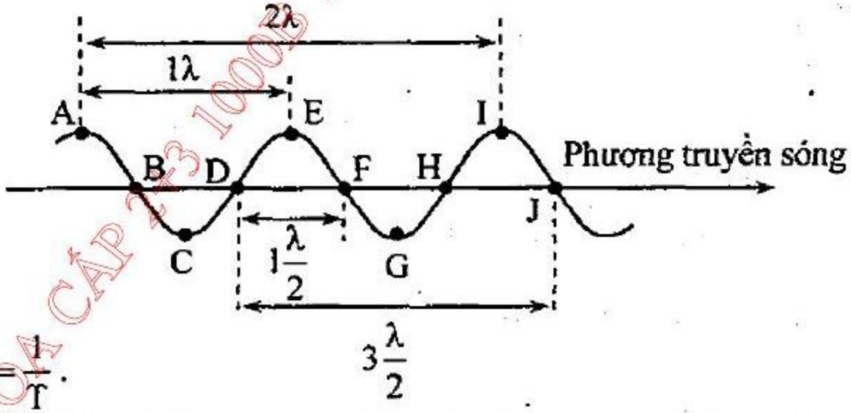
2. Phân loại

Gồm sóng dọc và sóng ngang:

Sóng ngang: là sóng có phương dao động của các phần tử môi trường vuông góc với phương truyền sóng. Sóng ngang xuất hiện trên mặt chất lỏng và trong lòng chất rắn.	*Sóng dọc*: là sóng có phương dao động của các phần tử môi trường trùng với phương truyền sóng. Sóng dọc có thể xuất hiện ở 3 thể: rắn lỏng và khí.

3. Các đại lượng đặc trưng cho sóng

* Chu kì T của sóng là chu kì dao động chung của các phần tử vật chất khi có sóng truyền qua và bằng chu kì dao động của nguồn sóng.



* Tần số f của sóng $f = \frac{1}{T}$.

* Biên độ sóng a tại một điểm là biên độ dao động của phần tử vật chất tại điểm đó khi sóng truyền qua. $a_{sóng} = a_{dao\ động}$

* Vận tốc truyền sóng v là vận tốc truyền pha dao động (khác với vận tốc của các phần tử dao động). Chính là quãng đường sóng truyền đi được trong một đơn vị thời gian. Trong một môi trường xác định v = const.

* Bước sóng λ là khoảng cách giữa hai điểm gần nhất trên cùng một phương truyền sóng dao động cùng pha. Bước sóng cũng là quãng đường mà sóng truyền được trong một chu kì. $\boxed{\lambda = vT = \frac{v}{f}}$

4. Phương trình sóng

Giả sử phương trình sóng tại nguồn O có dạng $\boxed{u_0 = a\cos\omega t}$ thì phương trình sóng tại một điểm M cách O một khoảng d_M là:

$$\boxed{u_M = a\cos\omega\left(t - \frac{d_M}{v}\right) = a\cos\left(\omega t - 2\pi\frac{d_M}{\lambda}\right)}$$

Ý nghĩa của phương trình sóng u_M:

- Tại một điểm xác định trong môi trường ⇒ d_M = const. Lúc đó u_M là một hàm biến thiên điều hoà theo thời gian t với chu kì T.
- Tại một thời điểm xác định ⇒ t = const, d_M = x. Lúc đó u_M là một hàm biến thiên điều hoà trong không gian theo biến x với chu kì λ.

5. Độ lệch pha

Độ lệch pha dao động giữa hai điểm M, N bất kì trong môi trường truyền sóng cách nguồn O lần lượt là d_M và d_N: $\boxed{\Delta\varphi = 2\pi\frac{d_M - d_N}{\lambda} = 2\pi\frac{MN}{\lambda}}$

Hai dao động cùng pha khi $\Delta\varphi = k2\pi$ ($k \in Z$).

Ngược pha ⇔ $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ ($k \in Z$) và vuông pha ⇔ $\Delta\varphi = (2k+1)\pi/2$ ($k \in Z$).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

DẠNG 1: Các đại lượng đặc trưng cho sóng và phương trình sóng

Ví dụ 1: Trên mặt một chất lỏng có một sóng cơ, người ta quan sát được khoảng cách giữa 15 đỉnh sóng liên tiếp là 3,5 m và thời gian sóng truyền được khoảng cách đó là 7 s. Xác định bước sóng, chu kì và tần số của sóng đó.

Hướng dẫn giải:

Giữa 15 đỉnh sóng có 14 bước sóng nên ta có: $\lambda = \frac{3,5}{14} = 0,25m$

Tốc độ truyền sóng $v = \frac{S}{t} = \frac{3,5}{7} = 0,5(m/s)$

Chu kì sóng $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,25}{0,5} = 0,5(s) \Rightarrow$ tần số sóng $f = \frac{1}{T} = 2Hz$

Ví dụ 2: Một người ngồi ở bờ biển quan sát thấy khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp bằng 10m. Ngoài ra người đó đếm được 20 ngọn sóng đi qua trước mặt trong 76s. Tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước?

Hướng dẫn giải:

+ Khi người đó quan sát được 20 ngọn sóng đi qua thì sóng đã thực hiện được quãng đường là 19λ. Thời gian tương ứng để sóng lan truyền được quãng đường trên là 19T, theo bài ta có 19T = 76 ⇒ T = 4(s).
+ Khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp chính là bước sóng λ = 10 (m)

⇒ Tốc độ truyền sóng $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{4} = 2,5(m/s)$

Ví dụ 3: Người ta cho nước nhỏ đều đặn lên điểm O nằm trên mặt nước phẳng lặng với tốc độ 90 giọt trong 1 phút. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước v = 60 cm/s. Khoảng cách giữa hai sóng tròn liên tiếp là

A. 20 cm. B. 30 cm. C. 40 cm. D. 50 cm.

Hướng dẫn giải:

+ Nước nhỏ giọt đều đặn làm cho phần tử nước ở O dao động cưỡng bức với tần số $f = \frac{90}{60} = 1,5$ Hz

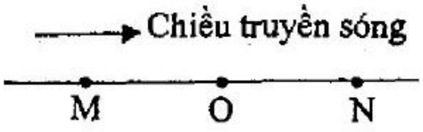
+ Điểm O là nguồn phát sóng trên mặt nước, do đó trên mặt nước có những gợn sóng tròn tâm O. Khoảng cách giữa hai gợn lồi liên tiếp là một bước sóng

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{60}{1,5} = 40\text{ cm} \quad \Rightarrow \textit{Đáp án C.}$$

Ví dụ 4: Một sóng ngang truyền từ M đến O rồi đến N cùng trên một phương truyền sóng với tốc độ 18m/s, MN = 3m, MO = NO. Phương trình sóng tại O là $u_O = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$(cm). Hãy tìm phương trình sóng tại M và N?

Hướng dẫn giải:

+ Bước sóng $\lambda = v.T = v.\frac{2\pi}{\omega} = 18.\frac{2\pi}{4\pi} = 9$ m



+ Điểm N đứng sau O nên trễ pha hơn O, do đó phương trình của N là:

$$u_N = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6} - 2\pi\frac{ON}{\lambda}\right) = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6} - 2\pi\frac{1,5}{9}\right) = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm}).$$

+ Điểm M đứng trước O nên sớm pha hơn O, do đó phương trình của M là:

$$u_M = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6} + 2\pi\frac{OM}{\lambda}\right) = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6} + 2\pi\frac{1,5}{9}\right) = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(\text{cm}).$$

Ví dụ 5: Một dây đàn hồi rất dài và được kéo căng. Gắn một đầu của nó với nguồn O dao động có biên độ a = 5cm, chu kì **T** = 0,5s theo phương vuông góc với phương sợi dây. Biết tốc độ truyền sóng trên dây v = 40 cm/s và tại thời điểm ban đầu nguồn gây dao động đang đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Dao động tại điểm M trên dây cách O một khoảng 50cm có phương trình là

A. $u_M = 5\cos(4\pi t + 0,5\pi)$(cm). B. $u_M = 5\cos(4\pi t - 5\pi)$(cm).

C. $u_M = 5\cos(4\pi t - 5,5\pi)$(cm). D. $u_M = 5\cos(4\pi t - 4,5\pi)$(cm).

Hướng dẫn giải:

+ Trước tiên ta phải viết phương trình dao động của nguồn O: $u_O = a\cos(\omega t + \varphi)$

Có a = 5cm và $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi(\text{rad/s})$.

Tại thời điểm ban đầu t = 0: $\begin{cases} u_O = a\cos\varphi = 0 \\ v_O = -a\omega\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

Vậy $u_O = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$(cm).

+ Lúc đó phương trình dao động tại M có dạng: $u_M = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right)$

$$u_M = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{d}{v.T}\right) = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{50}{40.0,5}\right)$$

$u_M = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2} - 5\pi\right) = 5\cos(4\pi t - 4,5\pi)$(cm) ⇒ *Đáp án D.*

Ví dụ 6: Một sóng cơ học lan truyền theo một phương trên bề mặt của một chất lỏng với biên độ a = 10mm từ điểm A đến B rồi đến C. Biết AB = 0,05m, BC = 0,15cm. Coi biên độ sóng không đổi khi sóng truyền đi. Người ta thấy một điểm trên bề mặt chất lỏng nhô lên đến điểm cao nhất 11 lần trong khoảng thời gian 1 giây, khoảng cách giữa 5 ngọn sóng liên tiếp là 1,2m. Chọn thời điểm ban đầu phần tử tại B đang đi qua vị trí có li độ $u_B = 5\sqrt{2}$mm với vận tốc dao động $v_B = -100\pi\sqrt{2}$mm/s. Hãy viết phương trình sóng tại ba điểm A, B và C.

Hướng dẫn giải:

+ Chất điểm nhô lên 11 lần trong thời gian 1 giây, trong khoảng thời gian này chất điểm đã thực hiện được 10 chu kì, vậy ta có: $T = \frac{t}{N} = \frac{1}{10}$s

$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi(\text{rad/s})$

+ Khoảng cách giữa 5 ngọn sóng liên tiếp bằng 4 lần bước sóng nên có: $4\lambda = 1,2 \Rightarrow \lambda = 0,3$m.

+ Giả sử phương trình dao động tại B là $u_B = a\cos(20\pi t + \varphi)$ mm.

Tại t = 0, ta có: $\begin{cases} u_B = a\cos\varphi = 5\sqrt{2} \\ v_B = -a.20\pi\sin\varphi = -100\pi\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\cos\varphi = 5\sqrt{2} \\ a.\sin\varphi = 5\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{4} \\ a = 10\text{mm} \end{cases}$

Vậy $u_B = 10\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$mm và từ đây ta dễ dàng suy ra phương trình sóng tại hai điểm còn lại:

$$u_C = 10\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4} - 2\pi\frac{0,15}{0,3}\right) = 10\cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)\text{mm.}$$

$$u_A = 10\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4} + 2\pi\frac{0,05}{0,3}\right) = 10\cos\left(10\pi t + \frac{7\pi}{12}\right)\text{mm}$$

Ví dụ 7: Sóng cơ đi qua 2 điểm M, N cách nhau 25cm với tốc độ $v \ge 1,3\text{m/s}$.

Biết phương trình tại M và N lần lượt là $u_M = 2\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$mm và

$u_N = 2\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$mm. Nhận định đúng là

A. sóng truyền đi từ N đến M với vận tốc 2 m/s
B. sóng truyền đi từ M đến N với vận tốc 1,33 m/s
C. sóng truyền đi từ M đến N với vận tốc 2 m/s
D. sóng truyền đi từ N đến M với vận tốc 1,33 m/s

Hướng dẫn giải:

Dễ thấy N sớm pha hơn M nên sóng sẽ truyền từ N đến M.

Độ lệch pha giữa hai điểm N, M là: $\begin{cases} \Delta\varphi = 2\pi.\dfrac{\Delta d}{\lambda} = 2\pi.\dfrac{\Delta d.f}{v} = 2\pi.\dfrac{0,25.2}{v} \\ \Delta\varphi = \varphi_N - \varphi_M = \dfrac{3\pi}{4} \end{cases}$

Suy ra $2\pi.\frac{0,25.2}{v} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow v = 1,33\text{m/s} \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 8: Một nguồn sóng dao động với phương trình $u_O = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$(cm). Biết v = 10cm/s. Điểm M cách nguồn một khoảng 20cm, tại thời điểm t = 1,5s li độ sóng của điểm M là

A. 2,5 cm. B. 0. C. $-2,5\sqrt{2}$ cm. D. –2,5 cm .

Hướng dẫn giải:

Sau khoảng thời gian t = 1,5s sóng mới truyền đi được một đoạn đường dài $S = v.t = 10.1,5 = 15\text{cm}$. Điểm M cách nguồn 20 cm vào thời điểm đó chưa có sóng truyền tới, nên nó chưa dao động $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 9: Một sóng cơ học lan truyền trên mặt nước với tốc độ 25cm/s. Phương trình sóng tại nguồn là u = 3cosπt(cm). Vận tốc của phần tử vật chất tại điểm M cách O một khoảng 25cm tại thời điểm t = 2,5s là

A. 25cm/s. B. 3π cm/s. C. 0. D. –3π cm/s.

Hướng dẫn giải:

Sau khoảng thời gian t = 2,5s sóng truyền đi được đoạn đường

$S = v.t = 25.2,5 = 62,5\text{cm}$ nên sóng đã vượt qua điểm M.

Ta có $u_M = 3\cos\left(\pi t - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right)$ nên

$$v_M = -3\pi\sin\left(\pi t - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right) = -3\pi\sin\left(\pi.2,5 - 2\pi\frac{25}{50}\right) = 3\pi(\text{cm/s})$$

Ví dụ 10: Một sóng cơ có bước sóng λ, tần số f và biên độ a không đổi, lan truyền trên một đường thẳng từ điểm M đến điểm N cách M một đoạn $\frac{19\lambda}{12}$. Tại một thời điểm nào đó, tốc độ dao động của M bằng 2πfa, lúc đó tốc độ dao động của điểm N bằng

A. $\sqrt{2}\,\pi fa$. B. πfa. C. 0. D. $\sqrt{3}\,\pi fa$.

Hướng dẫn giải:

Nếu phương trình dao động và phương trình vận tốc tại M:

$$\begin{cases} u_M = a\cos(\omega t + \varphi) \\ v_M = -a\omega\sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \text{ thì tại N ta có: } \begin{cases} u_N = a\cos\left(\omega t + \varphi - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right) \\ v_N = -a\omega\sin\left(\omega t + \varphi - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right) \end{cases}$$

Cho $v_M = -a\omega\sin(\omega t + \varphi) = 2\pi fa$ được $\sin(\omega t + \varphi) = -1 \Rightarrow (\omega t + \varphi) = \frac{\pi}{2}$

Thay vào được $v_N = -a\omega\sin\left(\omega t + \varphi - 2\pi\frac{d}{\lambda}\right) = -a\omega\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{19}{12}\right) = -a\omega\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Vậy $v_N = \sqrt{3}\pi fa \Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 11: Một thanh thép đàn hồi dao động với tần số f = 16 Hz, gắn một quả cầu nhỏ vào thanh thép. Khi thanh thép dao động, trên mặt nước có một nguồn sóng tại tâm O. Trên nửa đường thẳng đi qua O người ta thấy 2 điểm M, N cách nhau 6 cm dao động cùng pha. Biết tốc độ lan truyền của sóng $0,4\text{m/s} \le v \le 0,6\text{ m/s}$. Tốc độ truyền sóng là

A. 42 cm/s. B. 48 cm/s. C. 56 cm/s. D. 60 cm/s.

Hướng dẫn giải:

Vì M, N dao động cùng pha nên khoảng cách giữa chúng thỏa mãn $\Delta d = k\lambda$

Mà $\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \Delta d = k\frac{v}{f} \Rightarrow v = \frac{\Delta d.f}{k} = \frac{6.16}{k} \Rightarrow v = \frac{96}{k}$ (*)

Theo đề ra $40 \le v \le 60 \Rightarrow 40 \le \frac{96}{k} \le 60 \Rightarrow 1,6 \le k \le 2,4$. Vì k nguyên nên chỉ nhận k = 2, thay giá trị này vào (*), ta thu được v = 48 cm/s $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 12: Một sóng cơ học truyền dọc theo trục Ox, tại một điểm M cách nguồn d (m) dao động với phương trình $u = 4\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{3\pi}{4}d\right)$(cm), t là thời gian tính bằng giây. Biết pha ban đầu của nguồn bằng 0. Tốc độ truyền sóng là

A. 3 m/s. B. $\frac{1}{3}$ m/s. C. 1 m/s. D. 0,5 m/s.

Hướng dẫn giải:

+ Tần số góc $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad/s $\Rightarrow$ chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/4} = 8$ s

+ Vì pha ban đầu của nguồn bằng 0

$\Rightarrow$ pha của điểm M là $-2\pi\frac{d}{\lambda} \Rightarrow -\frac{3\pi}{4}d = -2\pi\frac{d}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{8}{3}$ m

+ Tốc độ $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{8/3}{8} = \frac{1}{3}$m/s $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 13: Phương trình dao động tại M cách nguồn O một khoảng d = 12 cm có dạng $u_M = 5\cos\left(5\pi t - \frac{17\pi}{30}\right)$(cm). Biết rằng lúc t = 0 phần tử vật chất ở nguồn O đi qua vị trí cân bằng và theo chiều dương. Bước sóng và tốc độ truyền của sóng này là

A. $\lambda = 3{,}6$ m; $v = 9$ m/s. B. $\lambda = 2{,}4$ m; $v = 6$ m/s.

C. $\lambda = 9$ m; $v = 3{,}6$ m/s. D. $\lambda = 36$ m; $v = 4{,}5$ m/s.

Hướng dẫn giải:

+ Phương trình dao động của nguồn O có dạng $u_M = 5\cos(5\pi t + \varphi)$(cm).

Vì tại t = 0 phần tử vật chất ở nguồn O đi qua vị trí cân bằng và theo chiều dương nên có $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, vậy ta có $u_M = 5\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$(cm).

+ Lúc đó phương trình dao động tại M có dạng $u_M = 5\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$(cm).

Đối chiếu với phương trình đề ra $u_M = 5\cos\left(5\pi t - \frac{17\pi}{30}\right)$(cm) suy r

$-\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d}{\lambda} = -\frac{17\pi}{30} \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{\pi}{15} \Rightarrow \lambda = 30d = 30.12 = 360 \text{ cm} = 3{,}6 \text{ m}$

+ Tần số góc $\omega = 5\pi$ rad/s $\Rightarrow$ chu kì $T = 0{,}4$ s

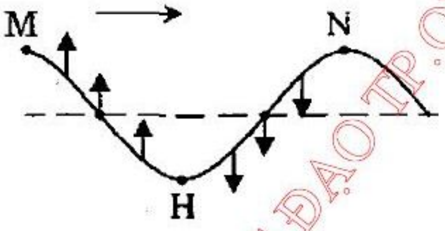
+ Tốc độ truyền sóng $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{3{,}6}{0{,}4} = 9$ m/s

+ Với bước sóng và tốc độ tính được ở trên $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

DẠNG 2: Trạng thái dao động của các điểm trên phương truyền sóng

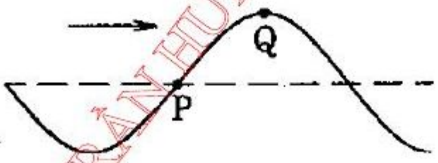
Phương pháp giải:

Giả sử khi có sóng lan truyền từ M đến N như hình vẽ. Các em hãy chấp nhận và nhớ rằng, các phần tử vật chất thuộc:



Khoảng MH đang có xu hướng đi lên còn khoảng HN thì đang có xu hướng đi xuống *và ngược lại, nếu thấy một hình vẽ nào đó mà trong đoạn NH các phần tử vật chất đang có xu hướng đi lên thì ta kết luận sóng lan truyền theo chiều từ N đến M.*

Vì vậy khi gặp bài toán: Hình bên biểu diễn sóng ngang truyền trên một sợi dây, theo chiều từ trái sang phải. Tại thời điểm như biểu diễn trên hình, điểm P có li độ bằng không, còn điểm Q có li độ cực đại. Vào thời điểm đó hướng chuyển động của P và Q lần lượt sẽ là



A. đi xuống; đứng yên. B. đứng yên; đi xuống.

C. đứng yên; đi lên. D. đi lên; đứng yên.

Thì ta sẽ chọn ngay đáp án A.

Ví dụ 1: Một sóng truyền theo chiều từ M đến N nằm trên cùng một đường truyền sóng. Hai điểm đó cách nhau một khoảng bằng 3/4 bước sóng. Nhận định nào sau đây đúng?

A. Khi M có thế năng cực đại thì N có động năng cực tiểu.

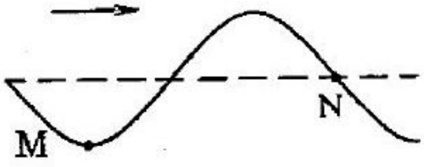
B. Khi M ở li độ cực đại dương thì N có vận tốc cực đại dương.

C. Khi M có vận tốc cực đại dương thì N ở li độ cực đại dương.

D. Li độ dao động của M và N luôn luôn như nhau.

Hướng dẫn giải:

Loại bài toán này, cách giải tốt nhất là nên vẽ hình cho từng trường hợp để chọn phương án đúng:

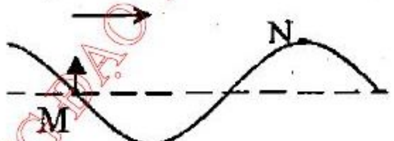


+ Ở phương án A, theo đề ra M có thế năng cực đại, vậy ta vẽ M nằm ở vị trí biên, N cách nhau M một khoảng bằng 3/4 bước sóng nên đang qua vị trí cân bằng, tức là N đang có tốc độ cực đại, trong khi đó phương án A lại ghi là N đang có động năng cực tiểu, do đó phương án A sai.

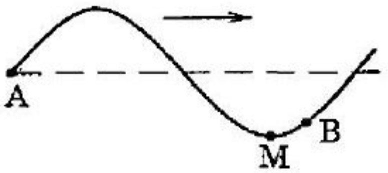
+ Ở phương án B, theo đề ra M ở li độ cực đại dương, vậy ta vẽ M nằm ở vị tr biên trên (giả sử chiều dương của hệ trục trong dao động của các phần tử hướng lên trên). N cách nhau M một khoảng bằng 3/4 bước sóng nên đang qua vị tr cân bằng, và theo chiều truyền sóng thì N đang có xu hướng đi xuống, ngược chiều dương, trong khi đó phương án B lại cho là N có vận tốc cực đại dương $\Rightarrow$ B sai.

+ Ở phương án C, theo đề ra M có vận tốc cực đại dương, vậy ta vẽ M đang qu VTCB theo chiều dương hướng lên trên. N cách nhau M một khoảng bằng 3/ bước sóng nên đang ở vị trí biên dương phù hợp với phương án C $\Rightarrow$ C đúng.

+ Đương nhiên D là sai vì hai điểm đó chỉ cách nhau 3/4 bước sóng (muốn cùng pha thì khoảng cách phải là nguyên lần bước sóng).



Ví dụ 2: Một nguồn phát sóng cơ học dao động với phương trình $u_0 = 6\cos(\omega t + \varphi)$cm, truyền từ A đến B. Coi biên độ sóng không đổi trong quá trình sóng truyền đi. Thời điểm $t = 0$, hình ảnh sóng quan sát được như hình vẽ,



điểm B đang có li độ $u = -3\sqrt{3}$cm. Sau một thời gian ngắn nhất $\frac{7}{6}$s điểm B lên đến độ cao lớn nhất. Tìm tốc độ dao động cực đại của điểm B?

Hướng dẫn giải:

- Vì tốc độ dao động cực đại tại B, $v_{B\max} = A_B.\omega = 6.\omega$ nên để tìm $v_{B\max}$ ta cầ tìm ω trước.

Theo đề ra, sóng truyền từ A đến B nên điểm B đang có xu hướng đi xuống thời gian $\frac{7}{6}$s để điểm B đi từ $-3\sqrt{3}$cm đến biên âm -6cm rồi đến biên dương 6cm, do đó ta có $\frac{7}{6} = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} \Rightarrow T = \frac{1}{2}\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi(\text{rad/s})$

Vậy $v_{B\max} = 6.\omega = 6.4\pi = 24\pi(\text{cm/s})$

Ví dụ 3: Sóng có tần số 20 Hz truyền trên mặt thoáng nằm ngang của một chất lỏng, với tốc độ 2m/s, gây ra các dao động theo phương thẳng đứng của các phần tử chất lỏng. Hai điểm M và N thuộc mặt thoáng chất lỏng, nằm trên cùng một phương truyền sóng, cách nhau 22,5cm. Biết sóng đã tràn qua cả hai điểm M, N và coi rằng điểm M nằm gần nguồn sóng hơn. Tại thời điểm t, điểm M hạ xuống thấp nhất. Sau thời điểm đó, khoảng thời gian ngắn nhất để điểm N sẽ hạ xuống thấp nhất là

A. $\frac{7}{160}$s. B. $\frac{3}{20}$s. C. $\frac{1}{80}$s. D. $\frac{3}{80}$s.

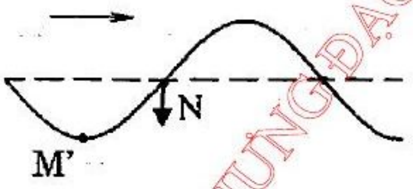
Hướng dẫn giải:

+ Bước sóng $\lambda = v.T = \frac{v}{f} = \frac{200}{20} = 10$ cm

+ Có thể viết $MN = 22,5 = 20 + 2,5 = 2.\lambda + \frac{\lambda}{4} = MM' + M'N$

Vì $MM' = 2.\lambda$ nên trạng thái của M và M′ giống nhau. Do đó việc so sánh trạng thái N với M có thể chuyển thành so sánh trạng thái N với M′.

M ở thấp nhất nên M′ cũng ở thấp nhất, N cách M’ đoạn $\frac{\lambda}{4}$ nên đang qua VTCB và đang có xu hướng đi xuống như hình vẽ



Để N xuống thấp nhất chỉ cần thời gian ngắn nhất

$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4f} = \frac{1}{80}$s

Vậy chọn đáp án C.

Bài tập tương tự: Sóng có tần số 20 Hz truyền trên mặt thoáng nằm ngang của một chất lỏng, với tốc độ 2m/s, gây ra các dao động theo phương thẳng đứng của các phần tử chất lỏng. Hai điểm M và N thuộc mặt thoáng chất lỏng, nằm trên cùng một phương truyền sóng, cách nhau 22,5cm. Biết điểm M nằm gần nguồn sóng hơn. Tại thời điểm t, điểm N hạ xuống thấp nhất. Sau thời điểm đó, khoảng thời gian ngắn nhất để điểm M sẽ hạ xuống thấp nhất là

A. $\frac{7}{160}$s. B. $\frac{3}{20}$s. C. $\frac{1}{80}$s. D. $\frac{3}{80}$s.

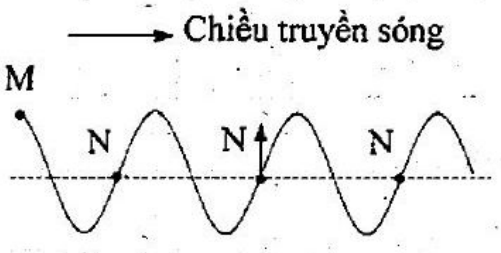
Ví dụ 4: Một sóng ngang có chu kì T = 0,2s truyền trong một môi trường đàn hồi có tốc độ 1m/s. Xét trên phương truyền sóng Ox, vào một thời điểm nào đó một điểm M nằm tại đỉnh sóng thì ở sau M theo chiều truyền sóng , cách M một khoảng từ 42 đến 60cm có điểm N đang từ vị trí cân bằng đi lên đỉnh sóng. Khoảng cách MN là

A. 50cm B. 55cm C. 52cm D. 45cm

Hướng dẫn giải:

+ Có $\lambda = v.T = 0,2m = 20cm$

+ Khi điểm M ở đỉnh sóng, điểm N ở vị trí cân bằng đang đi lên, theo hình vẽ thì khoảng cách MN



$MN = \frac{3}{4}\lambda + k\lambda$ với $k = 0; 1; 2; ...$

$42 < MN = \frac{3}{4}\lambda + k\lambda < 60$

$\Rightarrow 2,1 - 0,75 < k < 3 - 0,75$

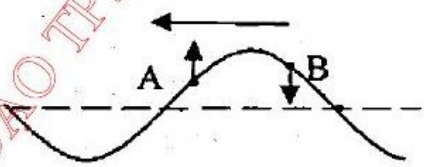
$\Rightarrow k = 2 \Rightarrow MN = 55cm.$

Ví dụ 5: Có hai điểm A và B trên cùng một phương truyền của sóng trên mặt nước, cách nhau λ/4. Khi mặt thoáng ở A và ở B đang cao hơn vị trí cân bằng lần lượt 3,0 mm và 4,0 mm với A đang đi lên còn ở B đang đi xuống. Coi biên độ sóng không đổi. Biên độ sóng a và chiều truyền sóng là

A. a = 5 mm, truyền từ A đến B. B. a = 5 mm, truyền từ B đến A.

C. a = 7 mm, truyền từ B đến A. D. a = 7 mm, truyền từ A đến B.

Hướng dẫn giải:



Theo đề ra, A đang đi lên còn ở B đang đi xuống nên sóng truyền theo chiều từ B đến A.

Độ lệch pha giữa A và B: $\Delta\varphi = 2\pi.\dfrac{\Delta d}{\lambda} = 2\pi.\dfrac{\lambda/4}{\lambda} = \dfrac{\pi}{2}$ tức là hai dao động này vuông pha nhau, sử dụng tính chất vuông pha, ta có: $\left(\dfrac{u_A}{A_A}\right)^2 + \left(\dfrac{u_B}{A_B}\right)^2 = 1$

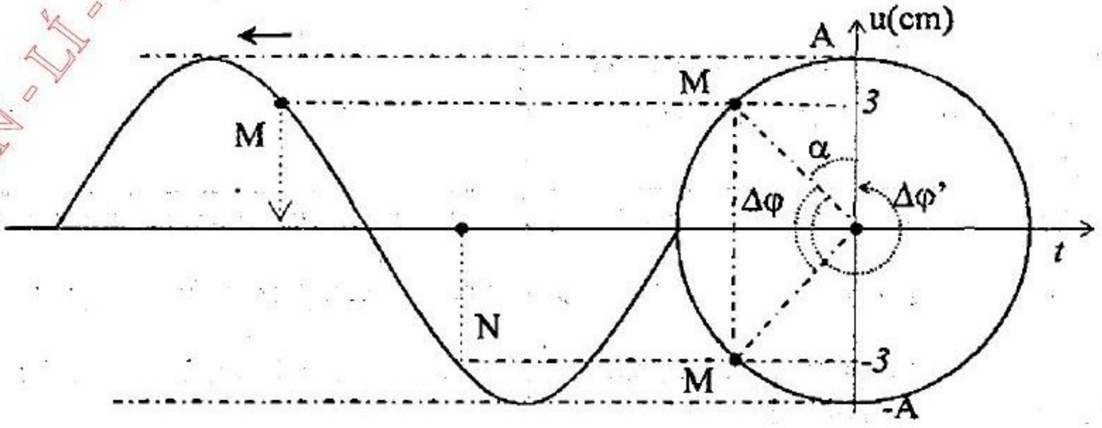
Hay $\left(\dfrac{u_A}{a}\right)^2 + \left(\dfrac{u_B}{a}\right)^2 = 1 \Rightarrow a = \sqrt{(u_A)^2 + (u_B)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5\text{mm}$

Vậy chọn phương án B.

Ví dụ 6: Hai điểm M, N cùng nằm trên một phương truyền sóng cách nhau λ/3, sóng có biên độ A, chu kì T. Sóng truyền từ N đến M. Giả sử tại thời điểm t_1, có $u_M = +3\text{cm}$ và $u_N = -3\text{cm}$. Ở thời điểm t_2 liền sau đó có $u_M = +A$. Hãy xác định biên độ sóng A và thời điểm t_2?

Hướng dẫn giải:

Ta có độ lệch pha giữa M và N là: $\Delta\varphi = 2\pi.\dfrac{\Delta d}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{3}$



Theo hình vẽ ta suy ra $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$

Cũng từ hình vẽ ta có biên độ sóng là: $A = \dfrac{u_M}{\cos\alpha} = 2\sqrt{3}$ (cm)

Ở thời điểm t_1, li độ của điểm M đang giảm. Đến thời điểm t_2 liền sau đó, li độ tại M là $u_M = +A$. Muốn vậy bán kính nối M phải quét một góc $\Delta\varphi' = 2\pi - \alpha = \frac{11\pi}{6}$

Vì $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta\varphi'}{\omega}$ nên $t_2 = t_1 + \frac{\Delta\varphi'}{\omega} = t_1 + \frac{\frac{11\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = t_1 + \frac{11}{12}T$.

DẠNG 3: Một số bài toán tổng hợp

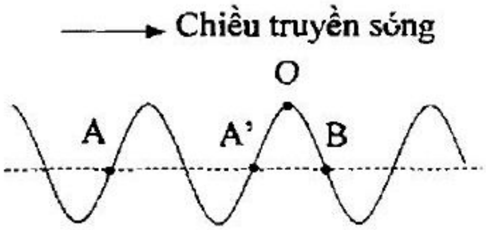
Ví dụ 1: Sóng cơ ngang có biên độ a truyền lần lượt qua các điểm theo đúng thứ tự A, O và B trên một sợi dây đàn hồi dài nằm ngang với AO = 2,5 m, OB = 0,5 m. Điểm A dao động ngược pha với B và khi B có tốc độ dao động cực đại thì tốc độ dao động của O bằng 0. Ngoài ra trên AB chỉ có một điểm dao động cùng pha với A.

1. Tính bước sóng.
2. Khi O dao động được đoạn đường 6a thì sóng truyền thêm được một đoạn bao nhiêu?
3. Nếu phương trình sóng tại điểm O là $u_O = a\cos(10\pi t + \pi/6)$ (cm), hãy viết phương trình sóng tại A và B.

Hướng dẫn giải:

1. Ta nên vẽ hình để việc tư duy và tính toán đơn giản nhất. Theo hình vẽ có ngay:

$$\begin{cases} AB = 1,5\lambda \\ AO = \frac{5\lambda}{4} \\ OB = \frac{\lambda}{4} \end{cases} \text{ suy ra: } \lambda = 2(m)$$



2. Khi O dao động được đoạn đường 6a thì phải mất thêm khoảng thời gian $t = 6.\frac{T}{4}$, trong khoảng thời gian này sóng truyền thêm được quãng đường:

$$S = v.t = v.6.\frac{T}{4} = \frac{6}{4}.vT = \frac{6}{4}.\lambda = 1,5\lambda$$

3. Đã có $u_O = a\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ ta dễ dàng suy ra phương trình sóng tại hai điểm còn lại:

A trước O nên: $u_A = a\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6} + 2\pi\frac{2,5}{2}\right) = a\cos\left(10\pi t + \frac{16\pi}{6}\right)$

B sau O nên: $u_B = a\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6} - 2\pi\frac{0,5}{2}\right) = a\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

Ví dụ 2: Lúc $t = t_1$ sóng ngang có $\lambda = 2$ m mới truyền đến A làm cho điểm A bắt đầu dao động đi lên. Điểm O cách A 2,5 m lần đầu tiên lên đến vị trí cao nhất là ở thời điểm $t = t_1 + 0,3$ s.

1. Tìm tốc độ truyền sóng, chu kì sóng và khoảng thời gian hai lần liên tiếp A qua VTCB.
2. Tại thời điểm $t = t_2$ các điểm O và B (B nằm trong AO và $BO = \lambda/4$) ở trên vị trí cân bằng lần lượt là 0,75 cm và 1 cm và đều đang đi lên. Tìm biên độ sóng và li độ tại O ở thời điểm $t = t_2 + 1/30$ s.

Hướng dẫn giải:

1. Hai thời điểm lệch nhau 0,3s. Trong khoảng thời gian 0,3s này sóng truyền được từ A đến O rồi làm cho O dao động từ VTCB ra đến biên,

vì vậy ta có: $0,3 = \frac{AO}{v} + \frac{T}{4} \Rightarrow 0,3 = \frac{AO}{v} + \frac{\lambda/v}{4}$

$\Rightarrow 0,3 = \frac{2,5}{v} + \frac{2}{4v} \Rightarrow v = 10\ m/s$

Từ đó suy ra chu kì sóng: $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2}{10} = 0,2s$

Khoảng thời hai lần liên tiếp A qua VTCB là: $\frac{T}{2} = 0,1s$

2. Hai điểm B và O có độ lệch pha $\Delta\varphi = 2\pi.\frac{\Delta d}{\lambda} = 2\pi.\frac{\lambda/4}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$ nên có phương trình độc lập $\left(\frac{u_B}{a}\right)^2 + \left(\frac{u_O}{a}\right)^2 = 1$

$\Rightarrow$ Biên độ sóng $a = \sqrt{(u_B)^2 + (u_O)^2} = \sqrt{(1)^2 + (0,75)^2} = 1,25mm$

Phương trình dao động tại O là: $u_O = 1,25\cos(10\pi t + \varphi)(mm)$.

+ Tại thời điểm t_2 có: $\begin{cases} u_O = 1,25\cos(10\pi t_2 + \varphi) = 0,75 \\ v_O = -12,5\pi\sin(10\pi t_2 + \varphi) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(10\pi t_2 + \varphi) = 0,6 \\ \sin(10\pi t_2 + \varphi) = -0,8 \end{cases}$

+ Tại thời điểm $t = t_2 + 1/30$ s thì:

$$u_O = 1,25\cos 10\pi\left[\left(t_2 + \frac{1}{30}\right) + \varphi\right] = 1,25\cos\left[(10\pi t_2 + \varphi) + \frac{\pi}{3}\right]$$

$$u_O = 1,25\left[\cos(10\pi t_2 + \varphi).\cos\frac{\pi}{3} - \sin(10\pi t_2 + \varphi).\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$u_O = 1,25\left[0,6.0,5-(-0,8).\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = 1,25\left[0,3+0,4.\sqrt{3}\right] = 1,24\text{mm}$$

Ví dụ 3: Sóng cơ lan truyền trên trục Ox với tốc độ 40cm/s và tần số 10Hz với biên độ 2cm không đổi. Hai điểm P, Q nằm trên Ox cách nhau 15cm đều đã có sóng truyền qua, chiều truyền sóng từ P đến Q. Ở một thời điểm nào đó, phần tử môi trường tại P có li độ 1cm và đang chuyển động theo chiều dương qui ước. Hỏi lúc đó phần tử môi trường tại Q có li độ bằng bao nhiêu và đang chuyển động như thế nào

A. $\sqrt{3}$cm , theo chiều dương. B. $-\sqrt{3}$cm , theo chiều dương.

C. $-\sqrt{3}$cm , theo chiều âm. D. $\sqrt{3}$cm , theo chiều âm.

Hướng dẫn giải:

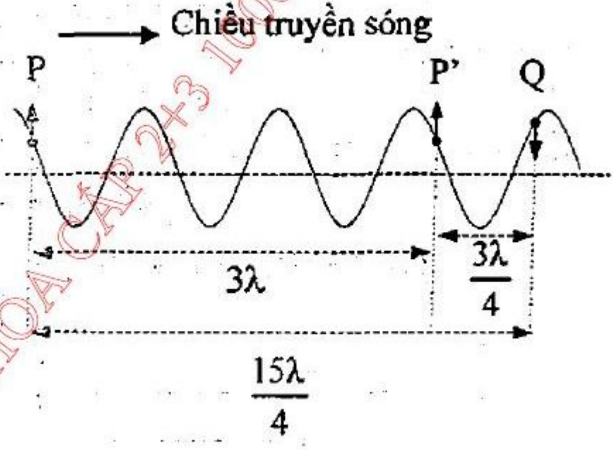
+ Bước sóng $\lambda = v.T = \frac{v}{f} = \frac{40}{10} = 4$ cm

+ Giữa P, Q có độ lệch pha $\Delta\varphi = 2\pi.\frac{\Delta d}{\lambda} = 2\pi.\frac{15}{4} = 7,5\pi = (2.7+1)\frac{\pi}{2}$, giá trị này chứng tỏ dao động tại P và Q vuông pha nhau, vì vậy giữa chúng tồn tại phương trình độc lập $\left(\frac{u_P}{a}\right)^2 + \left(\frac{u_Q}{a}\right)^2 = 1$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{u_Q}{2}\right)^2 = 1$

$\Rightarrow u_Q = \pm\sqrt{3}$ cm

Vì $PQ = \frac{15\lambda}{4}$ nên trạng thái của Q như hình vẽ. Tức là $u_Q = \sqrt{3}$ cm và đang chuyển động theo chiều âm.



Vậy chọn D.

Ví dụ 4: Trên mặt hồ đủ rộng, một cái phao nhỏ nổi trên mặt nước tại một ngọn sóng dao động với phương trình $u = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm. Vào buổi tối, người ta chiếu sáng mặt hồ bằng những chớp sáng đều đặn cứ 0,5(s) một lần. Khi đó người quan sát sẽ thấy cái phao

A. dao động với biên độ 5cm nhưng tiến dần ra xa nguồn.

B. dao động tại một vị trí xác định với biên độ 5cm.

C. dao động với biên độ 5cm nhưng tiến dần lại gần nguồn.

D. đứng yên.

Hướng dẫn giải:

Chiếc phao dao động tại chỗ với chu kì $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{4\pi}=0,5s$

Do vào buổi tối, chỉ khi có chớp sáng ta mới nhìn thấy chiếc phao. Tuy nhiên cứ 0,5s mới được chiếu một lần, chu kỳ chiếu sáng này đúng bằng chu kì dao động nên vật đã lặp lại trạng thái cũ, người quan sát sẽ có cảm giác là chiếc phao đứng yên ⇒ Chọn D.

Ví dụ 5: Sóng ngang lan truyền dọc theo sợi dây đàn hồi căng ngang dọc theo trục Ox. Tốc độ truyền sóng bằng 1 m/s. Điểm M trên sợi dây ở thời điểm t dao động theo phương trình $u_M=\cos(100\pi t-\pi/6)$cm. Hệ số góc của tiếp tuyến tại M ở thời điểm t = 0 xấp xỉ bằng

A. 0,64. B. 1,57. C. 57,5. D. 1

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: }\begin{cases} u_M=\cos\left(100\pi t-\frac{2\pi x}{\lambda}\right)=\cos(100\pi t-\pi x) \\ u_M=\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow x=\frac{1}{6}\text{cm}$$

$$\tan\varphi=u'_M=\cos(100\pi t-\pi x)=\pi\sin(100\pi t-\pi x)\xrightarrow[x=1/6]{t=0}\tan\varphi=-1,57$$

Ví dụ 6: Khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp là 5m. Một thuyền máy đi ngược chiều sóng thì tần số va chạm của sóng vào thuyền là 4 Hz. Nếu đi xuôi chiều thì tần số va chạm là 2 Hz. Biết tốc độ của sóng lớn hơn tốc độ của thuyền. Tốc độ truyền sóng là

A. 5 m/s B. 13 m/s C. 14 m/s D. 15 m/s

Hướng dẫn giải:

Gọi v_t và v lần lượt là tốc độ của thuyền và của sóng.

+ Khi xuôi dòng ta có: $v_t+v=\lambda.f_1$

+ Khi ngược dòng thì: $v_t-v=\lambda.f_2$

$$\Rightarrow v_t=\frac{\lambda(f_1+f_2)}{2}=15(m/s)\rightarrow t=\frac{\pi}{15}$$

Chủ đề 6: SÓNG ÂM

Sóng âm: Là sóng cơ học mà tai con người có thể cảm nhận được. Ngoài các đặc trưng vật lý khách quan như sóng thông thường, sóng âm còn có các đặc trưng sinh lí phụ thuộc vào sự cảm nhận chủ quan của con người.

DẠNG 1: Liên quan đến tốc độ truyền âm

Phương pháp giải: *Trong một môi trường xác định, âm truyền với vận tốc* không đổi $v = \frac{S}{t}$. Vận tốc truyền âm phụ thuộc vào bản chất và nhiệt độ của môi trường.

Ví dụ 1: Nếu khoảng thời gian từ khi nhìn thấy tiếng sét đến khi nghe thấy tiếng sấm là 1 phút thì khoảng cách từ nơi sét đánh đến người quan sát là bao nhiêu? Biết vận tốc truyền âm trong không khí là v = 340 m/s.

A. 10 km. B. 20 km. C. 40 km. D. 50 km.

Hướng dẫn giải:

Ta nghe thấy âm sau vì tốc độ truyền âm bé hơn tốc độ ánh sáng rất nhiều, vậy ta có: $\Delta t = t_{âm} - t_{ás} = \frac{d}{v_{âm}} - \frac{d}{v_{ás}} = d\left(\frac{1}{v_{âm}} - \frac{1}{c}\right)$

$\Rightarrow d = \frac{\Delta t}{\left(\frac{1}{v_{âm}} - \frac{1}{c}\right)} = \frac{60}{\left(\frac{1}{340} - \frac{1}{3.10^8}\right)} = 20400m \Rightarrow$ Chọn B.

Ví dụ 2: Một người thả một viên đá từ miệng giếng đến đáy giếng cạn và 3 s sau thì nghe thấy tiếng động do viên đá chạm đáy giếng. Cho biết tốc độ âm trong không khí là 340 m/s, lấy $g = 10\ m/s^2$. Độ sâu của giếng là

A. 41,42 m. B. 40,42 m. C. 39,42 m. D. 38,42 m.

Hướng dẫn giải:

Ta có tổng thời gian $t_1 + t_2 = 3$.

Trong đó thời gian vật rơi $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{0,2h}$

và thời gian truyền âm $t_2 = \frac{h}{v} = \frac{h}{340}$ nên có $\sqrt{0,2h} + \frac{h}{340} = 3 \Rightarrow h \approx 41,42(m)$

Bài tập vận dụng: Từ một điểm A, sóng âm có tần số 50 Hz truyền tới điểm B với tốc độ 340 m/s và khoảng cách từ A đến B bằng một số nguyên lần bước sóng. Sau đó, nhiệt độ môi trường tăng thêm 20^0K thì khoảng cách từ A đến B vẫn bằng một số nguyên lần bước sóng nhưng số bước sóng quan sát được trên AB giảm đi 2 bước sóng. Biết rằng, cứ nhiệt độ tăng thêm 1^0K thì tốc độ âm tăng thêm 0,5 m/s. Khoảng cách AB là

A. 484 m. B. 476 m. C. 714 m. D. 160 m.

Gợi ý: Ta có $v_2 = v_1 + aT_2 = 340 + 0,5.20 = 350 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{v_1}{f} = 6,8(m) \\ \lambda_2 = \dfrac{v_2}{f} = 7(m) \end{cases}$.

Theo đề ra lại có: $AB = k.\lambda_1 = (k-2).\lambda_2 \Rightarrow AB = k.6,8 = (k-2).7$

$\Rightarrow k = 70 \Rightarrow AB = 476(m)$

DẠNG 2: Cường độ âm và mức cường độ âm tại một điểm. Công suất nguồn và số lượng nguồn âm.

Phương pháp giải:

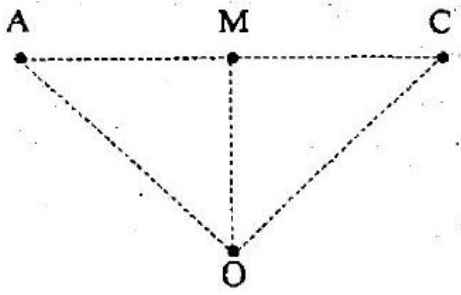
Thành thạo các công thức tính $I = \dfrac{E}{S.t} = \dfrac{P}{4\pi d^2}$ và $L = 10\lg\dfrac{I}{I_o}$.

Ví dụ 1: Tại O có 1 nguồn phát âm thanh đẳng hướng với công suất không đổi. Một người đi bộ từ A đến C theo 1 đường thẳng và lắng nghe âm thanh từ nguồn O thì nghe thấy cường độ âm tăng từ I đến 4I rồi lại giảm xuống I. Khoảng cách AO bằng

A. $\dfrac{AC\sqrt{2}}{2}$ B. $\dfrac{AC\sqrt{3}}{3}$ C. $\dfrac{AC}{3}$ D. $\dfrac{AC}{2}$

Hướng dẫn giải:

Theo đề ra, tam giác OAC cân tại đỉnh O và OM là đường cao, tại A thì cường độ âm là I đi đến M đạt cực đại là 4I rồi giảm dần đến I tại C.



Áp dụng công thức $I = \dfrac{P}{4\pi d^2}$ cho hai điểm A và M ta có: $\begin{cases} I = \dfrac{P}{4\pi.OA^2} \\ 4I = \dfrac{P}{4\pi.OM^2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{1}{4} = \dfrac{OM^2}{OA^2}$ (1)

Từ hình học lại có: $OM^2 = OA^2 - AM^2 = OA^2 - \dfrac{AC^2}{4}$ (2)

Phối hợp (1) và (2), ta được:

$$\frac{OA^2}{4} = OA^2 - \frac{AC^2}{4} \Rightarrow 3.OA^2 = AC^2 \Rightarrow OA = \frac{AC\sqrt{3}}{3}$$

$\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 2: Ở khoảng cách SM = 2m trước một nguồn âm có mức cường độ âm là $L_M = 50dB$.

a) Hãy tính mức cường độ âm L_N tại điểm N cách S một đoạn SN = 8m.

b) Một người đứng cách nguồn âm trên một khoảng 120m thì không còn nghe thấy âm do S phát ra nữa. Tìm ngưỡng nghe của tai người đó, biết cường độ âm chuẩn $I_0 = 10^{-12}W/m^2$.

c) Coi nguồn S là nguồn đẳng hướng. Hãy tính công suất phát âm của nguồn.

Hướng dẫn giải:

a) Có: $$L_M - L_N = 10\lg\frac{I_M}{I_o} - 10\lg\frac{I_N}{I_o} = 10\lg\frac{I_M}{I_N} = 10\lg\frac{\dfrac{P}{4\pi r_M^2}}{\dfrac{P}{4\pi r_N^2}} = 20\lg\frac{r_N}{r_M}$$

$$\Rightarrow L_N = L_M - 20\lg\frac{r_N}{r_M} = 50 - 20\lg\frac{8}{2} = 38(dB)$$

b) Gọi A là điểm cách nguồn 120 m, tương tự ta có:

$$L_A = L_M - 20\lg\frac{r_N}{r_M} = 50 - 20\lg\frac{120}{2} = 14,4(dB)$$

Mà $L_A = 10\lg\frac{I_A}{I_o} \Rightarrow I_A = 10^{1,44}I_0 = 27,5.10^{-12}(W/m^2)$

c) Từ $I_A = \frac{P}{4\pi r_A^2} \Rightarrow P = I_A.4\pi r_A^2 = 27,5.10^{-12}.4.3,14.120^2 \approx 5.10^{-6}(W)$

Ví dụ 3: Loa của một máy thu thanh có công suất P = 2W.

a) Tính mức cường độ âm do loa tạo ra tại một điểm cách máy 4m.

b) Để tại điểm ấy mức cường độ âm chỉ còn 70 dB, phải giảm nhỏ công suất của loa bao nhiêu lần?

Hướng dẫn giải:

a) Ta có $$L_1 = 10\lg\frac{I_1}{I_o} = 10\lg\frac{P}{4\pi r^2.I_o} = 10\lg\frac{2}{4\pi 4^2.10^{-12}} = 100(dB)$$

b) Vì mức cường độ âm giảm đi $100 - 70 = 30 = 10.3$ nên cường độ âm phải giảm đi 10^3 lần ⇒ phải giảm nhỏ công suất của loa 1000 lần.

Ví dụ 4: Mức cường độ âm do nguồn S gây ra tại điểm M là L; cho nguồn S tiến lại gần M một khoảng D thì mức cường độ âm tăng thêm 7 dB.

a) Tính khoảng cách từ S đến M biết D = 62 m.

b) Biết mức cường độ âm tại M là 73 dB. Tính công suất của nguồn.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có:

$$L' - L_M = 10\lg\frac{I'}{I_o} - 10\lg\frac{I_M}{I_o} = 10\lg\frac{I'}{I_M} = 10\lg\frac{\dfrac{P}{4\pi r'^2}}{\dfrac{P}{4\pi r_M^2}} = 10\lg\frac{SM^2}{(SM-D)^2}$$

$$\Rightarrow 7 = 10\lg\frac{SM^2}{(SM-D)^2} \Rightarrow \frac{SM^2}{(SM-D)^2} = 10^{0,7} \Rightarrow SM = \frac{\sqrt{5}D}{\sqrt{5}-1} = 112(m)$$

b) $L_M = 10\lg\frac{I_M}{I_o} = 10\lg\frac{P}{4\pi\ SM^2.I_o} \Rightarrow P = 4\pi\ SM^2.I_o.10^{7,3} = 3,15(W)$

Ví dụ 5: Ba điểm O, A, B cùng nằm trên một nửa đường thẳng xuất phát từ O. Tại O đặt một nguồn điểm phát sóng âm đẳng hướng ra không gian, môi trường không hấp thụ âm. Mức cường độ âm tại A là 60 dB, tại B là 20 dB. Mức cường độ âm tại trung điểm M của đoạn AB là

A. 26 dB. B. 17 dB. C. 34 dB. D. 40 dB.

Hướng dẫn giải:

+ Hiệu mức cường độ âm tại A và B là $L_A - L_B = 10.\lg\frac{I_A}{I_B}$

$$\Rightarrow 40 = 10.\lg\frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^4 \Rightarrow \frac{P/4\pi r_A^2}{P/4\pi r_B^2} = 10^4 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 100 \text{ hay } r_B = 100r_A$$

+ Vì M là trung điểm của AB nên tọa độ của M thỏa mãn phương trình

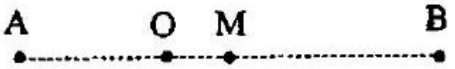
$$r_M = \frac{r_A + r_B}{2} = \frac{101r_A}{2} \Rightarrow \frac{r_M}{r_A} = \frac{101}{2}. \text{ Lúc đó } \frac{I_A}{I_M} = \left(\frac{r_M}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{101}{2}\right)^2$$

+ Ta có $L_A - L_M = 10.\lg\frac{I_A}{I_M} \Rightarrow L_M = 60 - 10.\lg\left(\frac{101}{2}\right)^2 = 26$ dB ⇒ *Đáp án A.*

Bài tập vận dụng: Hai điểm A, B nằm trên cùng một đường thẳng đi qua một nguồn âm và ở hai phía so với nguồn âm. Biết mức cường độ âm tại A và tại trung điểm của AB lần lượt là 50 dB và 44 dB. Mức cường độ âm tại B là

A. 28 dB B. 36 dB C. 38 dB D. 47 dB

Gợi ý: Từ $I = P/4\pi d^2$, ta có: $\frac{I_A}{I_M} = \left(\frac{d_M}{d_A}\right)^2$ và



$L_A - L_M = 10.\lg(I_A/I_M) \Rightarrow d_M = \sqrt{10^{0,6}}.d_A$

Vì M là trung điểm của AB nên $AM = (d_A + d_B)/2 = d_A + d_M$ $(d_B > d_A)$

Suy ra $d_B = d_A + 2d_M$

Tương tự, ta cũng có: $\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \left(1 + 2\sqrt{10^{0,6}}\right)^2$ và $L_A - L_B = 10.\lg(I_A/I_B)$

Suy ra $L_B = L_A - 10.\lg\left(1+2\sqrt{10^{0,6}}\right)^2 = 36dB.$

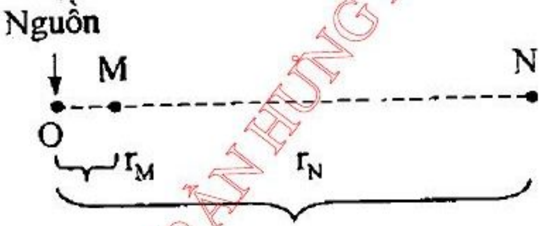
Ví dụ 6: Hai điểm M và N nằm ở cùng một phía của nguồn âm, trên cùng một phương truyền âm có mức cường độ âm lần lượt là $L_M = 30$ dB và $L_N = 10$ dB. Nếu nguồn âm đó đặt tại điểm M thì mức cường độ âm tại N là

A. 12dB B. 7dB C. 11dB D. 30,5dB

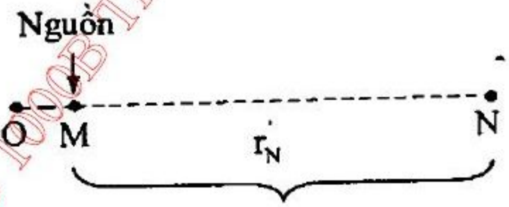
Hướng dẫn giải:

+ Ta có: $L_M - L_N = 10\lg\frac{I_M}{I_o} - 10\lg\frac{I_N}{I_o} = 10\lg\frac{I_M}{I_N} \Rightarrow 30-10 = 10\lg\frac{I_M}{I_N}$

$$\Rightarrow \frac{I_M}{I_N} = 10^2$$



$$\Rightarrow \frac{\frac{P}{4\pi r_M^2}}{\frac{P}{4\pi r_N^2}} = 10^2$$



$$\Rightarrow \frac{r_N^2}{r_M^2} = 10^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_N = 10r_M \\ MN = 9r_M \end{cases}$$

+ Lúc đầu nguồn tại O, mức cường độ âm tại N là:

$$L_N = 10\lg\frac{I_N}{I_o} = 10\lg\frac{P}{4\pi\, r_N^2.I_o} = 10\lg\frac{P}{4\pi\,(10r_M)^2.I_o}$$

+ Về sau nguồn đặt tại M, ta có:

$$L_N' = 10\lg\frac{I_N'}{I_o} = 10\lg\frac{P}{4\pi\,(MN)^2.I_o} = 10\lg\frac{P}{4\pi\,(9r_M)^2.I_o}$$

Suy ra: $L_N' - L_N = 10\lg\frac{P}{4\pi\,(9r_M)^2.I_o} - 10\lg\frac{P}{4\pi\,(10r_M)^2.I_o}$

$$L_N' - L_N = 10\lg\frac{\frac{P}{4\pi\,(9r_M)^2.I_o}}{\frac{P}{4\pi\,(10r_M)^2.I_o}} = 20\lg\frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow L_N' = L_N + 20\lg\frac{10}{9} = 10 + 20\lg\frac{10}{9} = 10,9 \approx 11dB$$

⇒ *Đáp án C.*

Bài tập vận dụng

Bài tập 1: Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại O. Ba điểm A, B, C cùng nằm trên một hướng truyền âm. Mức cường độ âm tại A lớn hơn mức cường độ âm tại B là 20 dB, mức cường độ âm tại B lớn hơn mức cường độ âm tại C là 20 dB. Tỉ số BC/AB bằng

A. 10 B. 9 C. 1/9 D. 1/10

Gợi ý: Ta có $L_A - L_B = 20$ dB $\Rightarrow I_A/I_B = 10^2 = (OB/OA)^2 \Rightarrow OB = 10OA$.

Tương tự có $OC = 10OB$

$\Rightarrow BC = OC - OB = 10(OB - OA) = 10AB \Rightarrow BC/AB = 10 \Rightarrow$ Chọn A.

Bài tập 2: Một nguồn âm điểm O có công suất 31,4 mW phát ra sóng âm theo mọi hướng như nhau. Hai điểm M và N cách nhau 60 m có mức cường độ âm bằng nhau và bằng 60 dB (nguồn O không nằm trên đường thẳng qua MN). Cho cường độ âm chuẩn là $I_0 = 10^{-12}$ W/m². Mức cường độ âm tại trung điểm của MN bằng

A. 66,7 dB B. 65,8 dB C. 63,4 dB D. 61,9 dB

Gợi ý: Vì $L_M = L_N = 60$dB $\Rightarrow OM = ON$ và $I_M = I_N = 10^{-6}$ W/m²

$OM = ON = \sqrt{P/(4\pi.I_M)} = 50$ m

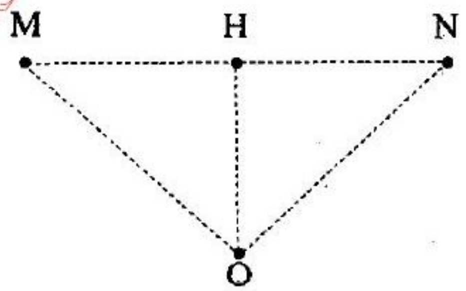
Theo hình vẽ thì $OH^2 = OM^2 - MH^2$

$\Rightarrow OH = 40$ m

$\Rightarrow I_H/I_M = (OM/OH)^2 = (50/40)^2 = 25/16$

$\Rightarrow L_H - L_M = 10\lg(25/16) = 1,9$ dB

$\Rightarrow L_H = 60 + 1,9 = 61,9$ dB



Ví dụ 7: Tại một điểm M nghe được đồng thời hai âm: âm truyền tới có mức cường độ âm 55dB, âm phản xạ có mức cường độ âm 40dB. Mức cường độ âm toàn phần tại điểm đó bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

Từ $L(dB) = 10\lg\frac{I}{I_o} \Rightarrow I = I_o 10^{\left(\frac{L}{10}\right)}$

Với âm truyền tới thì $I_t = I_o 10^{\left(\frac{L_t}{10}\right)} = 10^{-12}.10^{\left(\frac{55}{10}\right)} = 3,16.10^{-7}$

Với âm phản xạ thì $I_{px} = I_o 10^{\left(\frac{L_{px}}{10}\right)} = 10^{-12}.10^{\left(\frac{40}{10}\right)} = 10^{-8}$

Cường độ âm tổng hợp tại M là $I = I_t + I_{px} = 3,16.10^{-7} + 10^{-8} = 3,26.10^{-7}$

$\Rightarrow$ Mức cường độ âm toàn phần tại điểm M:

$$L = 10\lg\frac{I}{I_o} = 10\lg\frac{3,26.10^{-7}}{10^{-12}} = 55,13\text{dB}$$

Bài tập vận dụng: Tại một vị trí trên đường truyền âm, nếu không có phản xạ âm thì mức cường độ âm tạo ra từ nguồn âm là 80dB, nhưng nếu có vật làm phản xạ âm thì cũng tại điểm đó mức cường độ âm đo được là 80,97dB. Tìm mức cường độ âm của âm phản xạ tại điểm nói trên?

Ví dụ 8: Tại điểm O trong môi trường đẳng hướng, không hấp thụ âm, có 2 nguồn âm điểm, giống nhau với công suất phát âm không đổi. Tại điểm A có mức cường độ âm 20 dB. Để tại trung điểm M của đoạn OA có mức cường độ âm là 30 dB thì số nguồn âm giống các nguồn âm trên cần đặt thêm tại O bằng

A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.

Hướng dẫn giải:

+ Khi có 2 nguồn âm ban đầu: $\frac{I_M}{I_A}=\frac{\frac{P}{4\pi R_M^2}}{\frac{P}{4\pi R_A^2}}=\left(\frac{r_A}{r_M}\right)^2=4$ (1)

+ Khi đặt thêm n nguồn âm: $L'_M-L_A=10$

mà $L'_M-L_A=10\lg\frac{I_M'}{I_A}$ nên $10\lg\frac{I_M'}{I_A}=10\Rightarrow\frac{I_M'}{I_A}=10$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{I_M'}{I_M}=\frac{10}{4}$

Gọi P_0 là công suất 1 nguồn, n là số nguồn đặt thêm. Lập tỉ số ta có:

$$\frac{10}{4}=\frac{I_M'}{I_M}=\frac{\frac{(2+n)P_0}{4\pi R_M^2}}{\frac{2P_0}{4\pi R_M^2}}=\frac{(2+n)}{2}\Rightarrow 2+n=5\Rightarrow n=3\Rightarrow$$ *Đáp án B.*

Ví dụ 9: Trong một buổi hòa nhạc, giả sử 5 chiếc kèn đồng giống nhau phát sóng âm có mức cường độ âm 50dB. Để có mức cường độ âm 60dB thì cần số chiếc kèn đồng là

A. 6 B. 50 C. 60 D. 10

Hướng dẫn giải:

Ta có: $L_2-L_1=10.\lg\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow 60-50=10.\lg\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=10$

Gọi P_0 là công suất 1 nguồn, ta được: $\frac{\frac{nP_0}{4\pi R^2}}{\frac{5P_0}{4\pi R^2}}=10\Rightarrow n=50$

⇒ *Đáp án B.*

Chủ đề 7: GIAO THOA SÓNG.

Phương pháp giải: Xét hai nguồn S_1, S_2 cách nhau một khoảng ℓ dao động cùng phương có độ lệch pha bất kì $\begin{cases} u_1 = a\cos(\omega t + \varphi_1) \\ u_2 = a\cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$

⇒ Phương trình sóng tại M do hai sóng từ hai nguồn truyền tới

$$\begin{cases} u_{1M} = a\cos\left(\omega t + \varphi_1 - 2\pi\dfrac{d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = a\cos\left(\omega t + \varphi_2 - 2\pi\dfrac{d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$$

⇒ Phương trình giao thoa sóng tại M:

$$\boxed{u_M = u_{1M} + u_{2M} = 2a\cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right]\cos\left[\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]}$$

⇒ Biên độ dao động tại M: $A_M = 2a\left|\cos\left(\pi\dfrac{d_2 - d_1}{\lambda} + \dfrac{\Delta\varphi}{2}\right)\right|$ với $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

Xét hai trường hợp đặc biệt:

+ ***Hai nguồn kết hợp cùng pha.*** Độ lệch pha $\Delta\varphi = 0$ hoặc $\Delta\varphi = 2k\pi$

Phương trình sóng tại M: $u_M = 2a\cos\left[\pi\dfrac{d_2 - d_1}{\lambda}\right]\cos\left[\omega t - \pi\dfrac{d_1 + d_2}{\lambda} + \dfrac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$

⇒ Biên độ sóng: $A = 2a\left|\cos\left[\pi\dfrac{d_1 - d_2}{\lambda}\right]\right|$

$A_{max} = 2a$ khi $\left|\cos\pi\dfrac{d_2 - d_1}{\lambda}\right| = 1 \Leftrightarrow d_2 - d_1 = k\lambda = 2k\dfrac{\lambda}{2}$ (*)

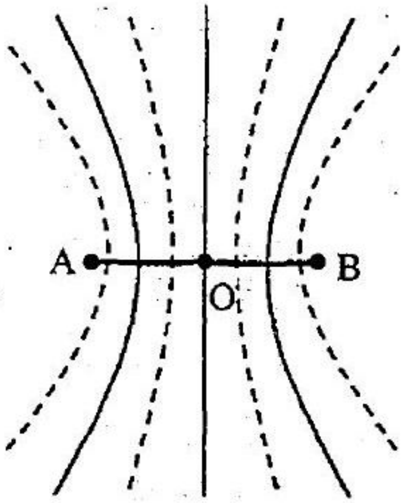
Quỹ tích của những điểm thoả mãn (*) với k là những số nguyên sẽ lập nên họ hypebol nhận S_1, S_2 làm tiêu điểm.

Số cực đại chính là số giá trị k nguyên xuất phát từ hệ phương trình: $\boxed{-\dfrac{\ell}{\lambda} < k < \dfrac{\ell}{\lambda}}$.

Số giá trị k nguyên tính được bao giờ cũng là số lẻ.

$A_{min} = 0$ khi $\left|\cos\pi\dfrac{d_2 - d_1}{\lambda}\right| = 0$

$\Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k + 1)\dfrac{\lambda}{2}$ (**)



Quỹ tích của những điểm thoả mãn (**) với k nguyên cũng lập nên họ hypebol nhận S_1, S_2 làm tiêu điểm xen kẽ với họ hypebol của (*).

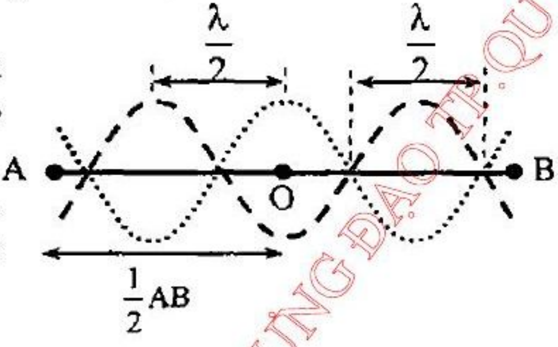
Số cực tiểu chính là số giá trị k nguyên xuất phát từ hệ phương trình

$$-\frac{\ell}{\lambda}-\frac{1}{2}<k<\frac{\ell}{\lambda}-\frac{1}{2}.$$

Số giá trị k nguyên tính được bao giờ cũng là số chẵn.

Lưu ý:

- Cực đại trung tâm trùng với trung trực của đoạn S_1S_2 (là trục đối xứng của họ hypebol).
- Trong đoạn nối tâm hai nguồn sóng S_1, S_2, khoảng cách giữa các vân A_{max} hoặc vân A_{min} liên tiếp bằng nhau và bằng $\frac{\lambda}{2}$.



+ ***Hai nguồn kết hợp ngược pha.*** Độ lệch pha $\Delta\varphi=\pi$ hoặc $\Delta\varphi=(2k+1)\pi$

Phương trình sóng tổng hợp tại M:

$$u_M=2a\cos\left[\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda}+\frac{\pi}{2}\right]\cos\left[\omega t-\pi\frac{d_1+d_2}{\lambda}+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]$$

$\Rightarrow$ Biên độ sóng tổng hợp tại M: $A=2a\left|\cos\left[\pi\frac{d_1-d_2}{\lambda}+\frac{\pi}{2}\right]\right|$

Hình ảnh giao thoa cũng như điều kiện cực đại – cực tiểu, cách tính số các cực đại – cực tiểu hoàn toàn *ngược lại* với trường hợp cùng pha.

DẠNG 1: Trạng thái dao động của một điểm, so sánh trạng thái của các điểm với nhau.

Ví dụ 1: Tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng cùng phương $u_A = 4.\cos\omega t$ (cm) và $u_B=2.\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$(cm), coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi. Biên độ sóng tổng hợp tại trung điểm của đoạn AB là

A. 0. B. 5,3 cm. C. 4 cm. D. 6 cm.

Hướng dẫn giải:

Nguồn $\begin{cases}u_A=4\cos\omega t\\ u_B=2\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)\end{cases}$ lan truyền tới M $\begin{cases}u_{AM}=4\cos\left(\omega t-\frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)\\ u_{BM}=2\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{3}-\frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)\end{cases}$

Điểm M thực hiện 2 dao động thành phần, theo lí thuyết tổng hợp dao động ta có biên độ $A_M=\sqrt{4^2+2^2+2.4.2.\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{\lambda}(d_1-d_2)\right)}$

$$A_M = \sqrt{4^2 + 2^2 + 2.4.2.\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} = 5,3\text{cm} \Rightarrow$$ *Đáp án B.*

Ví dụ 2: Hai nguồn sóng cơ O_1 và O_2 cách nhau 20 cm dao động theo phương trình $u_1 = u_2 = 1,5\cos 40\pi t$ (cm) lan truyền trong một môi trường với v = 1,2 m/s. Điểm M trên đoạn O_1O_2 và cách O_1 đoạn 9,5 cm dao động với vận tốc cực đại bằng

A. $60\pi\sqrt{3}$ cm/s. B. $60\pi\sqrt{2}$ cm/s. C. 60π cm/s. D. 0.

Hướng dẫn giải:

+ Tần số góc ω = 40π rad/s ⇒ f = 20 Hz ⇒ bước sóng $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{20} = 6$ cm

+ Phương trình dao động tại M: $u_M = 2a\cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right]\cos\left[\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right]$

$$u_M = 2.1,5.\cos\left[\pi\frac{10,5-9,5}{6}\right]\cos\left[40\pi t - \pi\frac{20}{6}\right] = 2.1,5.\cos\left[\frac{\pi}{6}\right]\cos\left[40\pi t - \pi\frac{10}{3}\right]$$

$$\Rightarrow u_M = 1,5\sqrt{3}.\cos\left[40\pi t - \pi\frac{10}{3}\right] \text{ cm}$$

+ Vận tốc dao động cực đại của M: $v_{max} = \omega.A = 40\pi.1,5\sqrt{3} = 60\pi\sqrt{3}$ cm/s.

⇒ *Đáp án A.*

Ví dụ 3: Trên mặt nước hai nguồn sóng kết hợp A, B dao động với phương trình $u = 5\cos 200\pi t$ mm. Coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi và tốc độ truyền sóng trên mặt nước 0,25 m/s. Hai điểm M, N trên mặt nước với AM = 4 cm; BM = 3 cm; AN = 4,25 cm; BN = 4,5 cm. So sánh trạng thái dao động của hai điểm M, N với trạng thái dao động của các nguồn, ta thấy

A. N cùng pha với các nguồn, M dao động cực đại.

B. M cùng pha với các nguồn, N không dao động.

C. N ngược pha với các nguồn, M không dao động.

D. M ngược pha với các nguồn, N không dao động.

Hướng dẫn giải:

+ Bước sóng $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{25}{100} = 0,25$ cm

+ Phương trình tại M là: $u_M = 2a\cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right]\cos\left[\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right]$

$$u_M = 2.5.\cos\left[\pi\frac{3-4}{0,25}\right]\cos\left[200\pi t - \pi\frac{4+3}{0,25}\right] = 10\cos(200\pi t - 28\pi)\text{mm}$$

+ Tương tự, phương trình tại N là:

$$u_N = 2.5.\cos\left[\pi\frac{4,5-4,25}{0,25}\right]\cos\left[200\pi t - \pi\frac{4,25+4,5}{0,25}\right] = -10\cos(200\pi t - 35\pi)$$

hay $u_N = 10\cos(200\pi t - 34\pi)$ mm

Thấy rằng chỉ có phương án A đúng ⇒ *Chọn A.*

Bài tập vận dụng: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn dao động S_1 và S_2 có phương trình lần lượt: $u_1 = u_2 = 4\cos 40\pi t$ mm, tốc độ truyền sóng là 120 cm/s. Gọi I là trung điểm của S_1S_2, hai điểm A, B nằm trên S_1S_2 lần lượt cách I một khoảng 0,5 cm và 2 cm. Tại thời điểm t vận tốc của điểm A là 12 cm/s thì vận tốc dao động tại điểm B có giá trị là

A. $12\sqrt{3}$ cm/s. B. $-4\sqrt{3}$ cm/s. B. -12 cm/s. D. $4\sqrt{3}$ cm/s.

Gợi ý: Tại điểm M nào đó sẽ có 2 sóng truyền tới $\begin{cases} u_{1M} = 4\cos\left(40\pi t - \dfrac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = 4\cos\left(40\pi t - \dfrac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$

⇒ Dao động tổng hợp

$$u_M = u_{1M} + u_{2M} = 8\cos\left(\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\right).\cos\left(40\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right)$$

⇒ Vận tốc của điểm M bất kỳ:

$$v = u'_M = -320\pi\cos\left(\frac{\pi(d_1 - d_2)}{6}\right)\sin\left(40\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{6}\right)$$

Áp dụng viết cho hai điểm A và B ta có:

$$\begin{cases} v_A = -320\pi\cos\left(\dfrac{\pi.2.0{,}5}{6}\right)\sin\left(40\pi t - \dfrac{\pi(d_1 + d_2)}{6}\right) \\ v_B = -320\pi\cos\left(\dfrac{\pi.2.2}{6}\right)\sin\left(40\pi t - \dfrac{\pi(d_1 + d_2)}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow v_B = -4\sqrt{3}(\text{cm/s})$$

DANG 2: Điều kiện và vị trí các cực đại, cực tiểu

Ví dụ 4: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn A và B cách nhau 5 cm, có phương trình lần lượt là: $u_1 = 4\cos\pi t$ mm và $u_2 = 6\cos\pi t$ mm. Coi biên độ không đổi khi sóng truyền đi và bước sóng 2 cm. Điểm cực đại trên AB cách A gần nhất là

A. 0,7 cm. B. 0,5 cm. C. 0,4 cm. D. 0,2 cm.

Hướng dẫn giải:

+ Vì điểm cần xét thuộc AB nên $d_1 + d_2 = AB \Rightarrow d_2 = AB - d_1 = 5 - d_1$ (*)

+ Mặt khác, điểm cần xét là cực đại nên $d_1 - d_2 = k\lambda = k2 = 2k$ (**)

Từ (*) và (**), ta có: $d_1 = 2{,}5 + k$

Mà $d_1 > 0$ nên d_1 chỉ đạt nhỏ nhất $d_1 = d_{1min} = 0{,}5 \Leftrightarrow k = -2 \Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 5: Trong thí nghiệm giao thoa của sóng nước, hai nguồn sóng kết hợp tại A và B dao động cùng pha với tần số f = 15 Hz. Tại điểm M cách A và B lần lượt là $d_1 = 23$ cm và $d_2 = 26{,}2$ cm sóng có biên độ dao động cực đại, giữa M và đường trung trực của AB còn có một dãy cực đại. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là

A. 18 cm/s. B. 21,5 cm/s. C. 24 cm/s. D. 25 cm/s.

Hướng dẫn giải:

- Tại M sóng có biên độ cực đại nên thỏa mãn phương trình $d_2 - d_1 = k\lambda$.
- Giữa M và đường trung trực của AB (k = 0) còn có một dãy cực đại nữa nên cực đại đi qua M ứng với $k = 2 \Rightarrow 26{,}2 - 23 = 2\lambda \Rightarrow \lambda = 1{,}6$ cm.

  $\Rightarrow$ Vận tốc truyền sóng $v = \lambda f = 1{,}6.15 = 24$ cm/s

  $\Rightarrow$ *Đáp án C.*

  Bài tập vận dụng: Ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình $u_A = 4\cos100\pi t$ và $u_B = 4\cos(100\pi t + \pi/3)$ (u_A và u_B tính bằng mm, t tính bằng s). Dao động của phần tử vật chất tại M cách A và B lần lượt 11 cm và 24 cm có biên độ cực đại. Biết giữa M và đường trung trực còn có hai dãy cực đại khác. Tìm tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng?

  Gợi ý: Độ lệch pha tại một điểm bất kỳ của 2 sóng truyền tới:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + (\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\pi}{3}$$

Để có cực đại thì $\Delta\varphi = k2\pi$. Theo đề ra, giữa M và đường trung trực còn có hai dãy cực đại khác nên cực đại qua M có $k = -2$. Lúc này ta có:

$$\frac{-26\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{3} = -4\pi \Rightarrow \lambda = 6(\text{cm}) \Rightarrow v = \lambda f = \lambda\frac{\omega}{2\pi} = 300(\text{cm/s})$$

Ví dụ 6: Trong thí nghiệm giao thoa sóng nước, hai nguồn kết hợp A và B dao động cùng pha với tần số 20 Hz. Người ta thấy điểm M dao động cực đại và giữa M với đường trung trực của AB có một đường không dao động. Hiệu khoảng cách từ M đến A, B là 2 cm. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước bằng

A. 10 cm/s. B. 20 cm/s. C. 30 cm/s. D. 40 cm/s.

Hướng dẫn giải:

- Tại M sóng có biên độ cực đại nên $d_2 - d_1 = k\lambda$.
- Vì giữa M và đường trung trực của AB có một dãy không dao động (dãy cực tiểu) nên cực đại đi qua M ứng với $k = 1 \Rightarrow 2 = 1\lambda \Rightarrow \lambda = 2$ cm.
- Vậy vận tốc truyền sóng là $v = \lambda f = 2.20 = 40$ cm/s

  $\Rightarrow$ *Đáp án D.*

DẠNG 3: Số đường, số điểm dao động cực đại cực tiểu trên đoạn nào đó

Ví dụ 7: Tại mặt nước nằm ngang có hai nguồn kết hợp S_1 và S_2 cách nhau 18 cm dao động theo phương thẳng đứng với phương trình lần lượt là: $u_1 = a\sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm và $u_2 = a\sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm. Biết vận tốc truyền sóng $v = 120$ cm/s. Gọi AB là 2 điểm trên mặt nước sao cho ABS_1S_2 là hình vuông. Trên đoạn AB, số đường dao động cực tiểu là

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải:

+ Bước sóng $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v.2\pi}{\omega} = \frac{120.2\pi}{40\pi} = 6$ (cm)

+ Phương trình dao động của điểm M là:

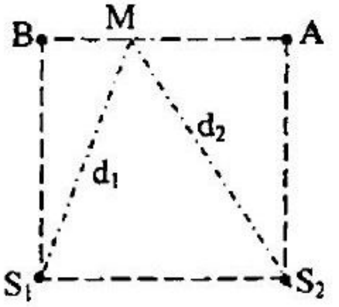
$$u_M = 2a\cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right]\cos\left[\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$$

$$u_M = 2a\cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{6}\right]\cos\left[40\pi t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{3}\right]$$

Nên biên độ của M là $A_M = 2a\left|\cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{6}\right]\right|$

Vì chỉ tính các điểm cực tiểu nên ta cho $A_M = 0 \Rightarrow \cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{6}\right] = 0$

$\Rightarrow \pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{6} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ cuối cùng thu được điều kiện: $d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{3}\right)\lambda = \left(k + \frac{1}{3}\right)6$



* Khi M trùng với B thì:

$d_{2B} - d_{1B} = S_2B - S_1B = 18\sqrt{2} - 18 = 18\left(\sqrt{2} - 1\right)$

* Khi M trùng với A thì:

$d_{2A} - d_{1A} = S_2A - S_1A = 18 - 18\sqrt{2} = -18\left(\sqrt{2} - 1\right)$

+ Vì chỉ xét M trên đoạn AB nên $d_{2A} - d_{1A} \le d_2 - d_1 \le d_{2B} - d_{1B}$

$\Rightarrow -18\left(\sqrt{2} - 1\right) \le \left(k + \frac{1}{3}\right)6 \le 18\left(\sqrt{2} - 1\right)$

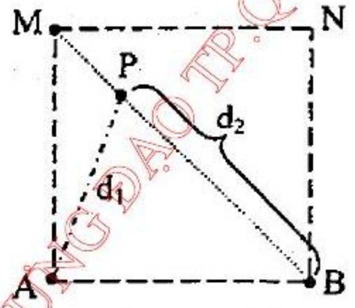
$\Rightarrow -1,57 \le k \le 0,9 \quad \Rightarrow k = -1;\ 0$

Có tất cả 2 giá trị của k nên có 2 đường dao động cực tiểu $\Rightarrow$ Đáp án C.

Ví dụ 8: Ở mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình $u_A = 2\cos 40\pi t$ và $u_B = 2\cos(40\pi t + \pi)$ (u_A và u_B tính bằng mm, t tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét hình vuông AMNB thuộc mặt thoáng chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn BM là

A. 19. B. 18. C. 20. D. 17.

Hướng dẫn giải:



+ Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v.2\pi}{\omega} = \frac{30.2\pi}{40\pi} = 1,5$ (cm)

+ Ở phần lí thuyết ta biết rằng, khi 2 nguồn ngược pha, điều kiện để có cực đại là:

$$d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{1,5}{2}$$

Vì điểm P chạy trên đoạn MB nên

$$-20 < d_{BP} - d_{AP} \le 20\left(\sqrt{2}-1\right) \Rightarrow -20 < (2k+1)\frac{1,5}{2} \le 20\left(\sqrt{2}-1\right)$$

$\Rightarrow -13,8 < k \le 5,02$ vì $k \in Z$ nên: $k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5; -6; -7; ...; -13$

Có 19 giá trị của k, do đó trên đoạn BM có 19 cực đại đi qua ⇒ *Đáp án A.*

Ví dụ 9: Trên mặt nước có hai nguồn phát sóng kết hợp A, B dao động theo phương trình: $u_A = 5\cos(20\pi t)$cm và $u_B = 5\cos(20\pi t + \pi)$cm. Coi biên độ sóng không đổi, tốc độ sóng là 60 cm/s.

a) Viết phương trình sóng tổng hợp tại điểm M cách A, B những đoạn: MA = 11cm; MB = 14 cm.

b) Cho AB = 20 cm. Hai điểm C, D trên mặt nước mà ABCD là hình chữ nhật với AD = 15 cm. Tính số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB và trên đoạn AC.

c) Hai điểm M_1 và M_2 trên đoạn AB cách A những đoạn 12cm và 14cm. Tại một thời điểm nào đó vận tốc của M_1 có giá trị đại số là -40cm/s. Xác định giá trị đại số của vận tốc của M_2 lúc đó.

Hướng dẫn giải:

Phương trình sóng do A, B truyền tới M lần lượt là:

$$\begin{cases} u_{1M} = a.\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = a.\cos\left(\omega t + \pi - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases} \quad \text{với } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{60}{10} = 6\text{(cm)}$$

a) Phương trình dao động tổng hợp tại M là:

$$u_M = u_{1M} + u_{2M} = 2a.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\pi}{2}\right].\cos\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \frac{\pi}{2}\right]$$

Thay các giá trị vào ta được: $u_M = 10.\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{11}\right)(cm)$.

b) Vị trí điểm dao động với biên độ cực đại thoả mãn:

$$\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\pi}{2}\right] = \pm 1 \Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

+ Các điểm trên đoạn AB dao động với biên độ cực đại thoả mãn:

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda \\ d_1 + d_2 = AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{AB}{\lambda} + \frac{1}{2} \le k \le \frac{AB}{\lambda} + \frac{1}{2} \\ k \in Z \end{cases} \Rightarrow k = -2;...;3$$

Suy ra trên đoạn AB có 6 điểm cực đại giao thoa.

+ Các điểm trên đoạn AC dao động với biên độ cực đại thoả mãn:

$$AD - BD \le d_1 - d_2 = \left(k - \frac{1}{2}\lambda\right) \le AB - 0 \text{ với } k \in Z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 - 25 \le \left(k - \frac{1}{2}\right).6 \le 20 \\ k \in Z \end{cases} \Rightarrow k = -1;0;1;2;3$$

Có tất cả 5 giá trị nguyên nên trên AC có 5 điểm cực đại.

c)

+ M_1 cách A, B những đoạn $d_1 = 12cm; d_2 = 8cm$;

M_2 cách A, B những đoạn $d_1 = 14cm; d_2 = 6cm$

+ Phương trình dao động tổng hợp của M_1 và M_2 tương ứng là:

$$\begin{cases} u_{M1} = 10.\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right) = -5\sqrt{3}.\cos\left(\omega t - \frac{11\pi}{6}\right)(cm) \\ u_{M2} = 10.\cos\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{6}\right) = 5\sqrt{3}.\cos\left(\omega t - \frac{11\pi}{6}\right)(cm) \end{cases}$$

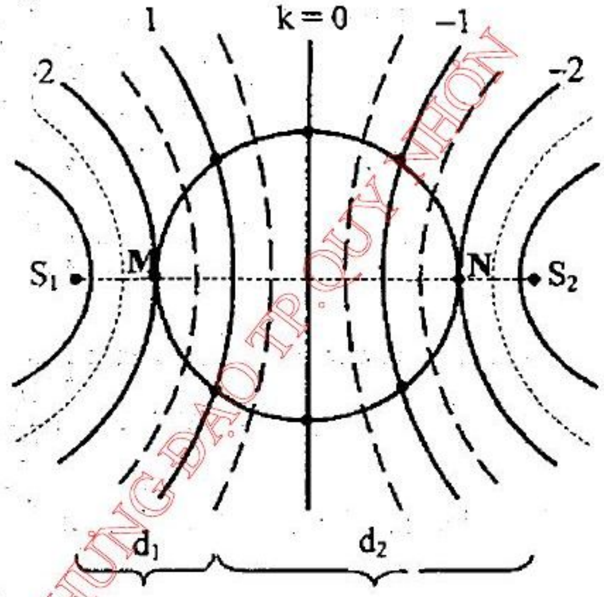
chứng tỏ hai điểm M_1 và M_2 dao động cùng biên độ ngược pha nhau, nên lúc vận tốc của M_1 có giá trị đại số là – 40cm/s thì vận tốc của M_2 là 40cm/s.

Ví dụ 10: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp S_1, S_2 cách nhau 13 cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số f = 50Hz, vận tốc truyền sóng v = 2 m/s. Một đường tròn bán kính R = 4cm có tâm tại trung điểm của S_1S_2, nằm trong mặt phẳng chứa các vân giao thoa. Số điểm dao động cực đại trên đường tròn là

A. 5 B. 8 C. 10 D. 12.

Hướng dẫn giải:

Có: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{200}{50} = 4cm$.



* Điều kiện để tại một điểm dao động với biên độ cực đại là $d_2 - d_1 = k\lambda$.

* Gọi M, N là 2 giao điểm của đường tròn với đường nối S_1S_2, theo hình vẽ ta có:

$$d_{2M} - d_{1M} = MS_2 - MS_1 = MN = 2R$$

$$d_{2N} - d_{1N} = NS_2 - NS_1 = -MN = -2R$$

Vì chỉ xét trên đoạn MN nên

$$(d_{2N} - d_{1N}) \le (d_2 - d_1) \le (d_{2M} - d_{1M})$$

$$\Rightarrow -2R \le k\lambda \le 2R \Rightarrow -\frac{2R}{\lambda} \le k \le \frac{2R}{\lambda}$$

$\Rightarrow -2 \le k \le 2 \Rightarrow k = 0;\ \pm 1;\ \pm 2$. Có 5 giá trị nguyên của k trên đoạn MN, nghĩa là trên đoạn MN có 5 vân cực đại đi qua.

* Theo hình vẽ, vân trung tâm và hai vân bậc 1 mỗi vân cắt đường tròn tại 2 điểm. Riêng vân bậc 2 tiếp xúc với đường tròn. Vì vậy tính trên chu vi của đường tròn chỉ có 8 điểm dao động với biên độ cực đại ⇒ *Đáp án B.*

DẠNG 4: Một số bài toán tổng hợp

Ví dụ 11: Trong thí nghiệm giao thoa sóng mặt nước, có hai nguồn kết hợp tại hai điểm A, B cách nhau 18cm dao động theo phương trình $u_1 = u_2 = 2\cos 50\pi t$(cm). Coi biên độ sóng không đổi. Tốc độ truyền sóng là 50cm/s.

a) Viết phương trình sóng tổng hợp tại điểm M trên mặt nước cách các nguồn lần lượt d_1, d_2.

b) Xác định số điểm đứng yên trên đoạn AB.

c) Trên đoạn AB có mấy điểm cực đại có dao động cùng pha với nguồn.

d) Gọi O là trung điểm AB, điểm M ở mặt chất lỏng nằm trên đường trung trực của AB và gần O nhất sao cho phần tử chất lỏng tại M dao động cùng pha với phần tử chất lỏng tại O. Tính MO.

Hướng dẫn giải:

a) Bước sóng : $\lambda = vT = 2\text{cm}$.

Phương trình sóng từ các nguồn truyền tới điểm M :

$$u_{1M} = 2\cos\left(50\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right);\ \ u_{2M} = 2\cos\left(50\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right).$$

- Phương trình sóng tổng hợp tại M :

$$u_M = 4\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]\cos\left[50\pi t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right](cm).$$

b) Độ lệch pha của hai sóng thành phần tại M: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$

- Điểm M đứng yên khi : $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k+1)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$
- Số điểm đứng yên trên AB : $\left|(2k+1)\frac{\lambda}{2}\right| \le AB \Rightarrow -9,5 \le k \le 8,5$ với k nguyên

  $\Rightarrow$ k nhận các giá trị từ : - 9, - 8.......7, 8. $\Rightarrow$ Có 18 điểm

c) Phương trình sóng : $u_M = 4\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]\cos[50\pi t - \pi](cm)$.

Hay : $u_M = -4\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]\cos 50\pi t(cm)$.

Các điểm dao động cực đại cùng pha với nguồn khi :

$$\cos\left[\frac{\pi}{2}(d_2 - d_1)\right] = -1 \Rightarrow d_2 - d_1 = 4k + 2$$. Khi đó : $|(4k+2)| < AB$

$\Rightarrow$ -5 < k <4 với k nguyên, nên *k* nhận các giá trị từ : - 4, -3, ...3. Vậy có 8 điểm

d) Ta có : OA = 9cm = 4,5λ $\Rightarrow$ điểm O dao động ngược pha với nguồn do đó điểm M cũng dao động ngược pha với nguồn

- Điểm M dao động ngược pha với nguồn khi : $AM = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$
- Để điểm M nằm trên đường trung trực AB thì : $(2k+1)\frac{\lambda}{2} > 9 \Rightarrow k > 4$
- Điểm M gần nhất khi k_{min} : $k_{min} = 5$. Khi đó : AM = 11cm
- Khoảng cách MO là : $MO = \sqrt{AM^2 - AO^2} = 2\sqrt{10}(cm)$

Ví dụ 12: Trên mặt nước có hai nguồn phát sóng kết hợp là nguồn điểm A và B dao động theo phương trình $u_A = u_B = a\cos(20\pi t)$. Coi biên độ sóng không đổi. Người ta đo được khoảng cách giữa 2 điểm đứng yên liên tiếp trên đoạn AB là 3cm. Khoảng cách giữa hai nguồn A, B là 30cm.

a) Tính tốc độ sóng.

b) Tính số điểm đứng yên trên đoạn AB.

c) Hai điểm M_1 và M_2 trên đoạn AB cách trung điểm H của AB những đoạn lần lượt là 0,5cm và 2cm. Tại thời điểm t_1 vận tốc của M_1 có giá trị đại số là $-12cm/s$. Tính giá trị đại số của vận tốc của M_2 tại thời điểm t_1.

d) Tính số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB cùng pha với nguồn.

Hướng dẫn giải:

a) *Tính tốc độ sóng:*

Khoảng cách giữa hai điểm đứng yên liên tiếp trên đoạn AB là $\frac{\lambda}{2} = 3cm$

$\Rightarrow \lambda = 6cm$

Tốc độ sóng: $v = \lambda f = 60cm/s$

b) *Tính số điểm đứng yên trên đoạn AB:*

Hai nguồn cùng pha thì trung điểm của AB là một điểm cực đại giao thoa

Trên đoạn AB có số điểm đứng yên là: $N_{min} = 2\left[\frac{AB}{\lambda} + \frac{1}{2}\right] = 10$ điểm

c) *Tính li độ của M_1 tại thời điểm t_1 :*

Phương trình dao động của M trên đoạn AB cách trung điểm H của AB một đoạn x: $u_M = 2a.\cos\frac{2\pi x}{\lambda}.\cos\left(\omega t - \frac{\pi.AB}{\lambda}\right)$

Từ phương trình dao động của M trên đoạn AB ta thấy hai điểm trên đoạn AB dao động cùng pha hoặc ngược pha, nên tỉ số li độ cũng chính là tỉ số vận tốc

$$\frac{u'_{M_1}}{u'_{M_2}} = \frac{u_{M_1}}{u_{M_2}} = \frac{\cos\frac{2\pi x_1}{\lambda}}{\cos\frac{2\pi x_2}{\lambda}} = \frac{\cos\frac{2\pi.0,5}{6}}{\cos\frac{2\pi.2}{6}} = \frac{\sqrt{3}/2}{-1/2} = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow v_{M_2} = u'_{M2} = -\frac{u'_{M_1}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(cm/s)$$

d) *Tính số điểm dao động với biên độ cực đại cùng pha với nguồn trên đoạn AB:*

+ Theo trên phương trình dao động của một điểm trên đoạn AB có biên độ cực đại:

$$u_M = 2a.\cos\frac{2\pi x}{\lambda}.\cos\left(\omega t - \frac{\pi.AB}{\lambda}\right) = 2a.\cos\frac{2\pi x}{\lambda}.\cos(\omega t - 5\pi)$$

Các điểm dao động với biên độ cực trên đoạn AB cùng pha với nguồn thoả mãn:

$$\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = -1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\pi \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k+1}{2}.\lambda \\ -AB/2 < x < AB/2 \end{cases} \Rightarrow k = -2;-1;0;1$$

Vậy trên đoạn AB có 4 điểm dao động với biên độ cực đại cùng pha với nguồn.

Ví dụ 13: Hai nguồn phát sóng kết hợp A, B trên mặt thoáng của một chất lỏng dao động theo phương trình $u_A = 6.\cos(20\pi t)(mm); u_B = 6.\cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})(mm)$. Coi biên độ sóng không giảm theo khoảng cách, tốc độ sóng $v = 30(cm/s)$. Khoảng cách giữa hai nguồn $AB = 20(cm)$.

a) Tính số điểm đứng yên và số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB.

b) H là trung điểm của AB, điểm đứng yên trên đoạn AB gần H nhất và xa H nhất cách H một đoạn bằng bao nhiêu ?

c) Hai điểm $M_1; M_2$ cùng nằm trên một elip nhận A,B làm tiêu điểm có $AM_1 - BM_1 = 3(cm)$ và $AM_2 - BM_2 = 4,5(cm)$. Tại thời điểm t_1 nào đó, li độ của M_1 là *2(mm)*, tính li độ của M_2 tại thời điểm đó.

Hướng dẫn giải:

a)

+ Độ lệch pha của hai sóng tại một điểm M cách A, B những đoạn d_1 và d_2 là :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\pi}{2} \text{ với } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{30}{10} = 3(cm)$$

+ Tại M là cực đại giao thoa nếu: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\pi}{2} = 2k\pi$

$\Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k - \frac{1}{4}\right)\lambda$ (Đây là bài toán 2 nguồn vuông pha)

M thuộc AB nên: $-AB < d_1 - d_2 = \left(k - \frac{1}{4}\right)\lambda < AB \Rightarrow k = -6;...;6$:

Có 13 giá trị nguyên nên trên đoạn AB có 13 điểm cực đại.

+ Tại M là cực tiểu giao thoa: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\pi}{2} = (2k+1)\pi$

$\Rightarrow d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda$

M thuộc đoạn AB : $-AB < d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda < AB \Rightarrow k = -6;...;6$

Trên đoạn AB có13 điểm cực tiểu.

b)

+ Tại điểm M thuộc đoan AB cách trung điểm H một đoạn x, có hiệu đường đi của hai sóng là : $d_1 - d_2 = 2x$

+ Điểm M thuộc đoạn AB đứng yên thoả mãn :

$d_1 - d_2 = 2x = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda \Rightarrow x = \left(k + \frac{1}{4}\right).\frac{\lambda}{2}$ (1) với $k = -6;...;6$

+ Do đó $\begin{cases} |x_{max}| = (6 + \frac{1}{4}).\frac{3}{2} = 9,375(cm) \\ |x_{min}| = (0 + \frac{1}{4}).\frac{3}{2} = 0,375(cm) \end{cases}$

c)

+ Phương trình dao động tổng hợp tại M cách A, B những đoạn d_1 và d_2 là:

$$u_M = 12.\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \frac{\pi}{4}\right].\cos\left[\omega t + \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \frac{\pi}{4}\right](\text{mm})$$

+ Hai điểm M₁ và M₂ đều thuộc một elip nhận A, B làm tiêu điểm nên:

$AM_1 + BM_1 = AM_2 + BM_2 = b$

Suy ra phương trình dao động của M₁ và M₂ là:

$$\begin{cases} u_{M_1} = 12.\cos\left[\dfrac{\pi}{3}.3 + \dfrac{\pi}{4}\right].\cos\left[\omega t + \dfrac{\pi.b}{\lambda} + \dfrac{\pi}{4}\right] \\ u_{M_2} = 12.\cos\left[\dfrac{\pi}{3}.4,5 + \dfrac{\pi}{4}\right].\cos\left[\omega t + \dfrac{\pi.b}{\lambda} + \dfrac{\pi}{4}\right] \end{cases} \Rightarrow \frac{u_{M_1}}{u_{M_2}} = -1$$

Tại thời điểm t₁ : $u_{M_1} = 2(\text{mm}) \Rightarrow u_{M_2} = -2(\text{mm})$

Ví dụ 14: Trên mặt nước, hai nguồn phát sóng A và B giống nhau cách nhau 12 cm đang dao động vuông góc với mặt nước tạo ra sóng có bước sóng 1,6 cm. Gọi C là điểm trên mặt nước cách đều hai nguồn và cách trung điểm O của đoạn AB một khoảng 8 cm. Trên đoạn CO, số điểm dao động ngược pha với nguồn là

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

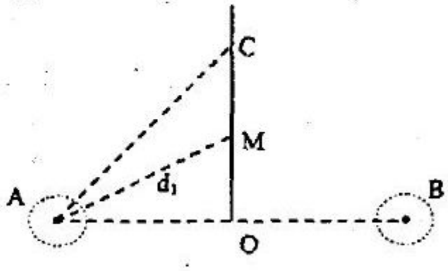
Hướng dẫn giải:

+ Trong bài này, do hai nguồn giống nhau tức cùng pha, để đơn giản, ta cho pha ban đầu của chúng bằng 0, vậy phương trình dao động tổng hợp của điểm M là $u_M = 2a\cos\left[\pi\dfrac{d_2 - d_1}{\lambda}\right]\cos\left[\omega t - \pi\dfrac{d_1 + d_2}{\lambda}\right]$. Theo đề ra, do chỉ xét điểm M thuộc đường trung trực nên $d_2 = d_1 \Rightarrow u_M = 2a\cos\left[\omega t - \pi\dfrac{2d_1}{\lambda}\right]$

Vậy độ lệch pha giữa nguồn và điểm M sẽ là $\Delta\varphi = 0 - \left[-\pi\dfrac{2d_1}{\lambda}\right] = \pi\dfrac{2d_1}{\lambda}$

+ Điểm M dao động ngược pha với nguồn nên $\pi\dfrac{2d_1}{\lambda} = (2k+1)\pi$

$\Rightarrow d_1 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{1,6}{2} = (2k+1).0,8$



Theo hình vẽ ta thấy $AO \le d_1 \le AC$

Suy ra $\dfrac{AB}{2} \le (2k+1).0,8 \le \sqrt{\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$

$\Rightarrow 6 \le (2k+1).0,8 \le 10 \Rightarrow 3,25 \le k \le 5,75 \Rightarrow$ k chỉ nhận 2 giá trị nguyên 4 và 5

$\Rightarrow$ Trên đoạn CO có 2 điểm dao động ngược pha so với nguồn $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 15: Hai nguồn kết hợp S_1, S_2 cách nhau một khoảng là $50\,(mm)$ đều dao động theo phương trình $u = a\sin 200\pi t\,(mm)$ trên mặt nước. Biết vận tốc truyền sóng trên mặt nước $v = 0,8$ m/s và biên độ sóng không đổi khi truyền đi. Hỏi điểm gần nhất dao động cùng pha với nguồn trên đường trung trực của S_1S_2 cách nguồn S_1 bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

+ Bước sóng: $\lambda = vT = v.\dfrac{2\pi}{\omega} = 0,8.\dfrac{2\pi}{200\pi} = 0,008\,(m) = 8\,(mm)$

+ Tại một điểm P bất kì ở trên bề mặt nước sẽ nhận được các sóng do S_1 và S_2 gửi tới: $\begin{cases} u_{1P} = a\sin\left(200\pi t - \dfrac{2\pi d_1}{\lambda}\right)(mm) \\ u_{2P} = a\sin\left(200\pi t - \dfrac{2\pi d_2}{\lambda}\right)(mm) \end{cases}$ nên dao động tổng hợp tại P là:

$$u_P = u_{1P} + u_{2P} = 2a\cos\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\sin\left(200\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right)(mm)$$

+ Vì P nằm trên trung trực của $S_1S_2 \Rightarrow d_1 = d_2 = d \Rightarrow \cos\dfrac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} = 1 > 0$

nên độ lệch pha của điểm P so với các nguồn là $\Delta\varphi_P = \dfrac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) = \dfrac{2\pi d}{\lambda}$.

+ Điểm P dao động cùng pha với các nguồn khi $\Delta\varphi_P = 2k\pi$

Vậy ta có $\dfrac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d = k\lambda = 8k\,(mm)\,(k \in Z)$.

+ Do P nằm trên đường trung trực nên $d \geq \dfrac{S_1S_2}{2} \Rightarrow 8k \geq 25 \Rightarrow k \geq 3,125$.

$\Rightarrow k_{min} = 4 \Rightarrow d_{min} = 4.8 = 32\,(mm)$.

Bài tập vận dụng: Ở mặt chất lỏng có hai nguồn sóng A, B cách nhau 18 cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình là $u_A = u_B = a\cos 50\pi t$ (với t tính bằng s). Tốc độ truyền sóng của mặt chất lỏng là 50 cm/s. Gọi O là trung điểm của AB, điểm M ở mặt chất lỏng nằm trên đường trung trực của AB và gần O nhất sao cho phần tử chất lỏng tại M dao động cùng pha với phần tử chất lỏng tại O. Khoảng cách MO là

A. 10 cm. B. $2\sqrt{10}$ cm. C. $2\sqrt{2}$ cm. D. 2 cm.

Gợi ý: Phương trình tại M và O lần lượt là:

$$u_M = 2a\cos\left(50\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right); u_O = 2a\cos(50\pi t - 9\pi)$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_{M/O} = 9\pi - \frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d = 9 - 2k > AO = 9 \Rightarrow k < 0$$

$$d_{min} \Leftrightarrow k_{max} = -1 \Rightarrow d_{min} = 11 \Rightarrow MO = \sqrt{d_{min}^2 - AO^2} = \sqrt{11^2 - 9^2}$$

Ví dụ 16: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp S_1, S_2 cách nhau 40cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số f = 10Hz, vận tốc truyền sóng v = 2 m/s. Gọi M là điểm nằm trên đường thẳng vuông góc với S_1S_2 tại S_1 ở đó dao động với biên độ cực đại. Đoạn S_1M có giá trị lớn nhất là

A. 20cm B. 30cm C. 40cm D. 50cm

Hướng dẫn giải:

Có: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{200}{10} = 20$cm.

Để đoạn S_1M có giá trị lớn nhất thì M phải nằm trên vân cực đại bậc 1 như hình vẽ.

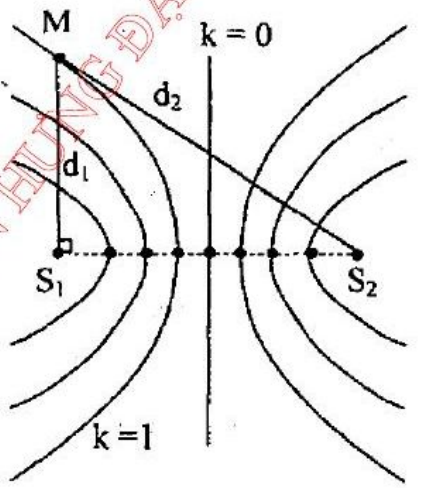
$\Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda = 1.20 = 20$cm (1)

Ngoài ra, do S_1MS_2 là tam giác vuông tại S_1 nên:

$d_2 = S_2M = \sqrt{(S_1S_2)^2 + (S_1M)^2} = \sqrt{40^2 + d_1^2}$ (2)

Thay (2) vào (1), ta được: $\sqrt{40^2 + d_1^2} - d_1 = 20$

$\Rightarrow d_1 = 30$cm $\Rightarrow$ *Đáp án B.*



Ví dụ 17: Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp S_1, S_2 cách nhau 100cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số f = 10Hz, vận tốc truyền sóng v = 3 m/s. Gọi M là điểm nằm trên đường thẳng vuông góc với S_1S_2 tại S_1 ở đó dao động với biên độ cực đại. Đoạn S_1M có giá trị nhỏ nhất là

A. 5,28 cm. B. 10,56 cm. C. 12cm. D. 30cm.

Hướng dẫn giải:

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300}{10} = 30$cm.

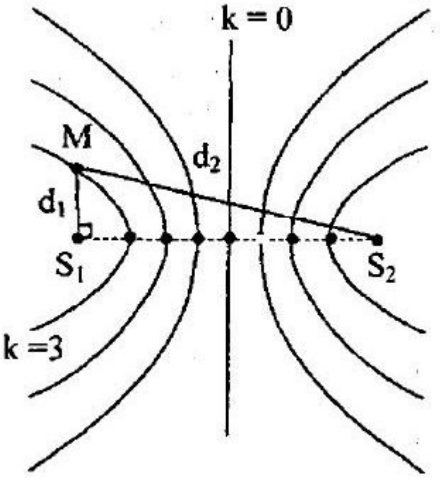
Số vân dao động với biên độ cực đại trong đoạn S_1S_2 thỏa mãn điều kiện:

$-S_1S_2 < d_2 - d_1 = k\lambda < S_1S_2$

$\Rightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} \Rightarrow -\frac{100}{30} < k < \frac{100}{30}$

$\Rightarrow -3{,}33 < k < 3{,}33 \Rightarrow k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3.$

Để đoạn S_1M có giá trị nhỏ nhất thì M phải nằm trên vân cực đại bậc 3 như hình vẽ.



$\Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda = 3.30 = 90\text{cm}$ (1)

Lại có: $d_2 = S_2M = \sqrt{(S_1S_2)^2 + (S_1M)^2} = \sqrt{100^2 + d_1^2}$ (2)

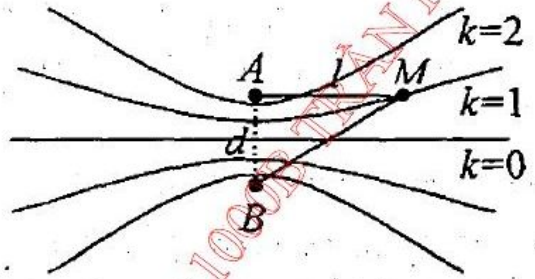
Thay (2) vào (1), ta được: $\sqrt{100^2 + d_1^2} - d_1 = 90 \Rightarrow d_1 = 10{,}56\text{cm} \Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 18: Tại mặt chất lỏng có hai nguồn sóng A và B cách nhau 12 cm dao động theo phương thẳng đứng với phương trình: $u_1 = u_2 = a\cos 40\pi t(\text{cm})$, tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 20cm/s.

a. Xét điểm M nằm trên đường thẳng vuông góc với AB tại A và cách A một khoảng ℓ. Tính giá trị lớn nhất của ℓ mà tại M vẫn có cực đại của giao thoa.

b. Xét đoạn thẳng CD = 6cm trên mặt chất lỏng có chung đường trung trực với AB. Để trên đoạn CD chỉ có 5 điểm dao động với biên độ cực đại thì khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:



a. Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{20} = 1\text{cm}$.

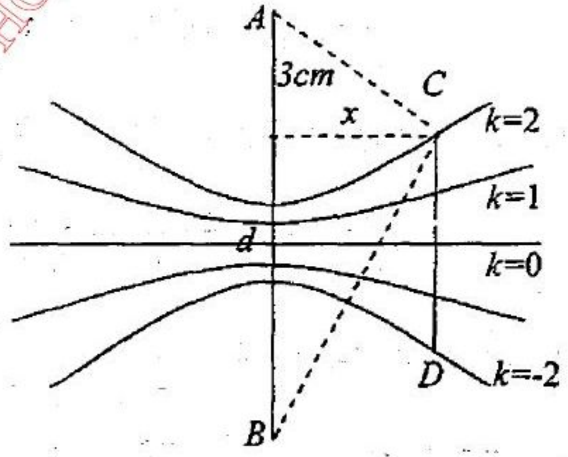
Điều kiện để tại M có cực đại giao thoa là:

$MB - MA = k\lambda$

$\Rightarrow \sqrt{\ell^2 + d^2} - \ell = k\lambda$ với k = 1, 2, 3

Khi ℓ càng lớn đường thẳng AM cắt các vân cực đại giao thoa có bậc càng nhỏ (k càng bé), vậy ứng với giá trị lớn nhất của ℓ để tại M có cực đại là khi M là giao của đường AM và vân cực đại bậc một (k = 1)

Thay các giá trị đã cho ta nhận được: $\sqrt{\ell^2 + d^2} - \ell = 1 \Rightarrow \ell = 71{,}5(\text{cm})$ ...



b. Để trên CD chỉ có 5 điểm dao động với biên độ cực đại mà khoảng cách từ AB đến CD lớn nhất thì C, D phải nằm trên hai vân cực đại bậc 2 ($k = \pm 2$) (do trung điểm của CD là một cực đại), xem hình vẽ.

Gọi khoảng cách từ AB đến CD bằng x. Xét điểm C nằm trên vân cực đại bậc 2 ứng với k = 2. Từ hình vẽ, ta có:

$CA = d_1 = \sqrt{x^2 + 9}$ và

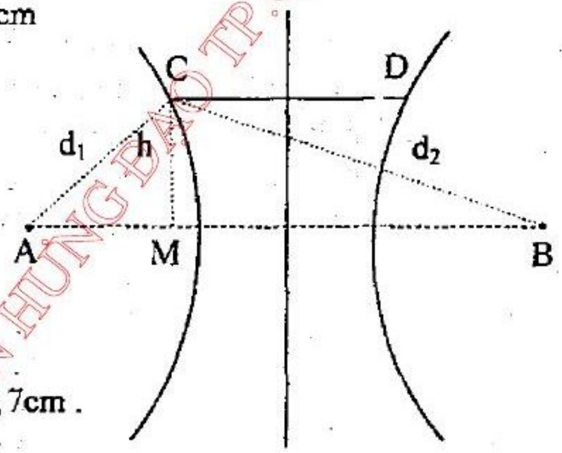
$CB = d_2 = \sqrt{x^2 + 81}$.

Suy ra $d_2 - d_1 = \sqrt{x^2 + 81} - \sqrt{x^2 + 9} = 2\lambda = 2 \Rightarrow x = 16{,}73(\text{cm})$

Bài tập vận dụng: Tại hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 8 cm có hai nguồn kết hợp dao động với phương trình $u_1 = a\cos 40\pi t$ và $u_2 = b\cos 40\pi t$, biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 30 cm/s. Xét đoạn thẳng CD = 4 cm trên mặt nước có chung đường trung trực với AB. Tìm khoảng cách lớn nhất giữa CD và AB sao cho trên đoạn CD chỉ có 3 điểm dao động với biên độ cực đại?

A. 3,3 cm. B. 6 cm. C. 8,9 cm. D. 9,7 cm.

Gợi ý: Bước sóng $\lambda = v/f = 30/20 = 1,5$ cm



Khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB mà trên CD chỉ có 3 điểm dao động với biên độ cực đại khi tại C và D thuộc các vân cực đại bậc 1

Vậy tại C có: $d_2 - d_1 = 1,5$ (cm)

Mà $d_1^2 = h^2 + 2^2$

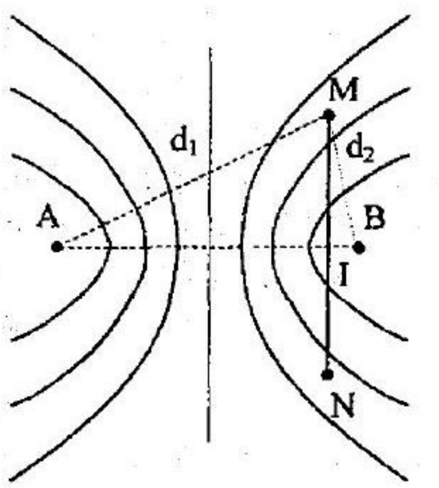
$d_2^2 = h^2 + 6^2$

nên $d_1 = 9,9166$ cm $\Rightarrow h = \sqrt{d_1^2 - 2^2} = 9,7\text{cm}$.

Ví dụ 19: Tại hai điểm A, B cách nhau 13 cm trên mặt nước có hai nguồn sóng đồng bộ, tạo ra sóng mặt nước có bước sóng là 1,2 cm. M là điểm trên mặt nước cách A và B lần lượt là 12 cm và 5,0 cm. N đối xứng với M qua AB. Số hypebol cực đại cắt đoạn MN là

A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải:



+ Xét điểm C trên đoạn MN: $AC = d_1$; $BC = d_2$

I là giao điểm của MN và AB

Đặt AI = x ta có:

$AM^2 - x^2 = BM^2 - (AB - x)^2$

$12^2 - x^2 = 5^2 - (13 - x)^2 \Rightarrow x = 11,08$ cm

Do điểm C chạy trên đoạn IM nên

$11,08 \le AC = d_1 \le 12$ (*)

+ C là điểm thuộc hypebol cực đại cắt đoạn MN khi $d_1 - d_2 = k\lambda = 1,2k$ (**)

với k nguyên dương

Theo hình vẽ thì $d_1^2 = x^2 + IC^2$

và $d_2^2 = (13 - x)^2 + IC^2$

$$\Rightarrow d_1^2 - d_2^2 = x^2 - (13 - x)^2 = 119,08 \Rightarrow d_1 + d_2 = \frac{119,08}{1,2k} \quad (***)$$

Từ (**) và (***) $\Rightarrow d_1 = 0,6k + \dfrac{59,54}{1,2k}$ thay vào điều kiện (*), ta có

$$11{,}08 \le 0{,}6k + \frac{59{,}54}{1{,}2k} \le 12$$

$\Rightarrow 11{,}08 \le \dfrac{0{,}72k^2 + 59{,}54}{1{,}2k} \le 12$, từ đây nếu xét từng bất phương trình, ta có:

$$0{,}72k^2 - 13{,}296k + 59{,}94 \ge 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k < 7{,}82 \\ k > 10{,}65 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k \le 7 \\ k \ge 11 \end{array}\right. \quad (1)$$

Và $0{,}72k^2 - 14{,}4k + 59{,}94 \le 0 \Rightarrow 5{,}906 < k < 14{,}09 \Rightarrow 6 \le k \le 14$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $6 \le k \le 7$. Như vậy có 2 đường hypebol cực đại cắt qua đoạn MN $\Rightarrow$ Chọn C.

Chú ý:

+ Nếu bài toán này hỏi số điểm cực đại trên đoạn MN thì sẽ có 4 điểm.
+ Để có kết quả nhanh hơn, bài toán trên có thể giải theo cách khác như sau: Điểm C thuộc hypebol cực đại cắt đoạn MN khi $d_1 - d_2 = k\lambda = 1{,}2k$

- Với điểm M ta có: $12 - 5 = 1{,}2k \Rightarrow k = 5{,}8$ giá trị không nguyên này của k chứng tỏ tại điểm M không có đường hyperbol nào đi qua, nhưng đường hypebol bắt đầu cắt đoạn MN sẽ từ k = 6.
- Với điểm I, trước hết ta cũng tính được AI = 11,08 cm và BI = 1,92 cm sau đó thay vào $d_1 - d_2 = k\lambda = 1{,}2k$ ta có $11{,}08 - 1{,}92 = 1{,}2k \Rightarrow k = 7{,}63$ giá trị không nguyên này chứng tỏ tại I thì không có hypebol nào đi qua, đường còn cắt MN có bậc k = 7.

Xét 2 điểm như vậy ta thấy chỉ có 2 đường hyperbol ứng với k = 6 và k = 7 cắt đoạn MN.

Bài tập vận dụng: Trên mặt thoáng của chất lỏng, hai nguồn kết hợp A và B dao động cùng pha cách nhau 10 cm. Sóng tạo thành trên mặt chất lỏng lan truyền với bước sóng 0,5 cm. Gọi O là điểm nằm trên đoạn AB sao cho OA = 3 cm và M, N là hai điểm trên bề mặt chất lỏng sao cho MN vuông góc với AB tại O và OM = ON = 4 cm. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn MN là

Gợi ý: Độ lệch pha tại một điểm bất kỳ của 2 sóng truyền tới:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + (\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) + \pi$$

Áp dụng viết cho điểm O và M ta có: $\begin{cases} \Delta\varphi_O = \dfrac{2\pi}{0{,}5}(3-7) + \pi = -15\pi \\ \Delta\varphi_M = \dfrac{2\pi}{0{,}5}(5-8{,}06) + \pi = -11{,}24\pi \end{cases}$

Để có cực đại thì $\Delta\varphi = k2\pi$

Vậy ta có $-15\pi \le k2\pi \le -11{,}24\pi$

$\Rightarrow -7{,}5 \le k \le -5{,}62 \Rightarrow k = -7; -6$

Tức có 2 đường hyperbol cắt đoạn MN ⇒ trên đoạn MN có 4 điểm dao động với biên độ cực đại

Ví dụ 20: Hai nguồn âm điểm phát sóng cầu đồng bộ với tần số f = 680(Hz) được đặt tại A và B cách nhau 1(m) trong không khí. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 340(m/s). Bỏ qua sự hấp thụ âm của môi trường.

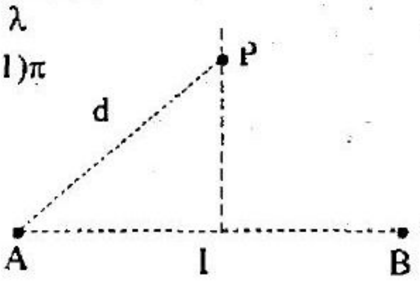
a) Gọi I là trung điểm của AB, P là điểm nằm trên trung trực của AB ở gần I nhất dao động ngược pha với I. Tính khoảng cách AP.

b) Gọi O là điểm nằm trên trung trực của AB cách AB 100(m). Và M là điểm nằm trên đường thẳng qua O song song với AB, gần O nhất mà tại đó nhận được âm to nhất. Cho rằng AB << OI. Tính khoảng cách OM.

Hướng dẫn giải:

a. Ta có: $\lambda = \frac{v}{f} = 0,5(m/s)$

Độ lệch pha giữa hai điểm P và I là: $\Delta\varphi = 2\pi\frac{(d - AB/2)}{\lambda}$



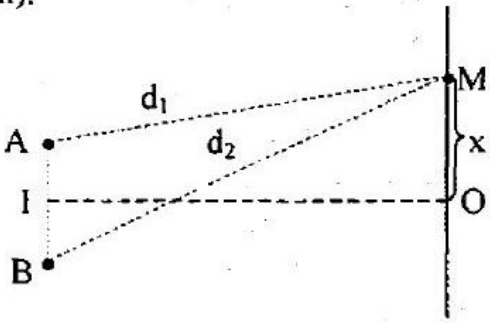
Vì P dao động ngược pha với I, ta có: $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$

$\Rightarrow d = (2k+1)\frac{\lambda}{2} + \frac{AB}{2}$

Do $d > \frac{AB}{2} \Rightarrow (2k+1)\frac{\lambda}{2} > 0 \Rightarrow k > -\frac{1}{2}$

Vì $k \in Z$, nên $d_{min} \Leftrightarrow k = 0 \Rightarrow d_{min} = 0,75(m)$.

b. Dễ dàng ta có: $d_2 - d_1 = \frac{AB.x}{OI}$



Tại M nhận được âm to nhất, ta có:

$d_2 - d_1 = k\lambda = \lambda$

(k = 1, vì điểm M gần O nhất)

$\Rightarrow x = \frac{OI.\lambda}{AB} = 50m$

Ví dụ 21: Trong thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt nước hai nguồn giống hệt nhau A và B cách nhau 10 cm, tạo ra sóng trên mặt nước với bước sóng 2 cm. Điểm M trên đường tròn đường kính AB (không nằm trên trung trực của AB) thuộc mặt nước gần đường trung trực của AB nhất dao động với biên độ cực đại. M cách A một đoạn nhỏ nhất là

A. 5,0 cm. B. $5\sqrt{2}$ cm. C. 8,0 cm. D. 6,0 cm.

Hướng dẫn giải:

+ Muốn gần trung trực nhất thì M phải nằm trên vân cực đại bậc 1 và muốn M gần A thì M phải như hình vẽ.

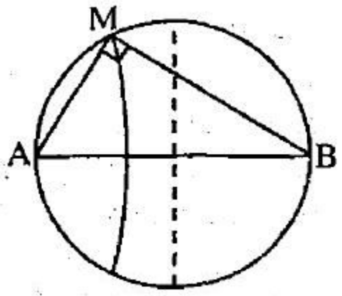
Ta có $MB - MA = k\lambda = 1.2 = 2$ (*)

+ Mặt khác lại có:

$MA^2 + MB^2 = AB^2 = 10^2$ (**)

Từ (*) và (**) ta được: MA = 6 cm

$\Rightarrow$ *Đáp án D.*



Bài tập vận dụng: Trong hiện tượng giao thoa sóng nước, hai nguồn dao động theo phương vuông góc với mặt nước, cùng biên độ, cùng pha, cùng tần số 50 Hz được đặt tại hai điểm S_1 và S_2 cách nhau 10cm. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 75 cm/s. Xét các điểm trên mặt nước thuộc đường tròn tâm S_1, bán kính S_1S_2, điểm mà phần tử tại đó dao động với biên độ cực đại cách điểm S_2 một đoạn ngắn nhất bằng

A. 85 mm. B. 15 mm. C. 10 mm. D. 89 mm.

Gợi ý:

Ta có $\lambda = \frac{v}{f} = 1,5$ cm; vì hai nguồn cùng pha

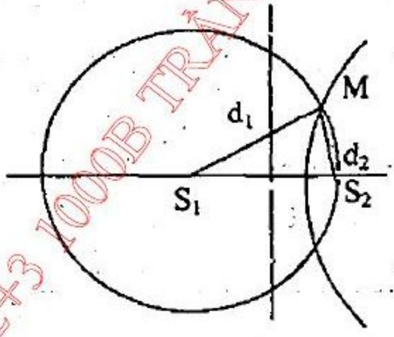
và $\frac{S_1S_2}{\lambda} = 6,7$

$\Rightarrow$ cực đại gần S_2 nhất ứng với $k = \pm 6$.

Xét điểm M trên đường tròn $S_1M = d_1 = 10cm$.

$S_2M = d_2$ ta có $d_1 - d_2 = 6\lambda = 9cm$

$\Rightarrow d_{2min} = 10 - 9 = 1cm = 10$ mm



Ví dụ 22: Hai mũi nhọn S_1, S_2 ban đầu cách nhau 8cm gắn ở đầu một cần rung có tần số f = 100Hz, được đặt chạm nhẹ vào mặt nước. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là v = 0,8 m/s.

a) Gõ nhẹ cần rung cho hai điểm S_1, S_2 dao động theo phương thẳng đứng với phương trình dạng $u = a.\cos2\pi ft$. Viết phương trình dao động của điểm M_1 cách đều S_1, S_2 một khoảng d = 8cm.

b) Tìm trên đường trung trực của S_1, S_2 điểm M_2 gần M_1 nhất và dao động cùng pha với M_1.

c) Cố định tần số rung, thay đổi khoảng cách S_1S_2. Để lại quan sát được hiện tượng giao thoa ổn định trên mặt nước, phải tăng khoảng cách S_1S_2 một đoạn ít nhất bằng bao nhiêu? Với khoảng cách ấy thì giữa S_1, S_2 có bao nhiêu điểm có biên độ cực đại. Coi rằng khi có giao thoa ổn định thì hai điểm S_1S_2 là hai điểm có biên độ cực tiểu.

Hướng dẫn giải:

a) Với $d_1 + d_2 = 16cm = 20\lambda$ và $d_2 - d_1 = 0$, phương trình dao động sóng tổng hợp tại M_1:

$$u_{M_1} = 2a\left|\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\right|\cos\left[200\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right] = 2a\cos\left[200\pi t - 20\pi\right]$$

b) Xét hai điểm M_2 và $M_{2'}$ cùng pha với M_1 và ở hai bên gần M_1, ta có:

$S_1M_2 = d + \lambda = 8 + 0,8 = 8,8$ cm

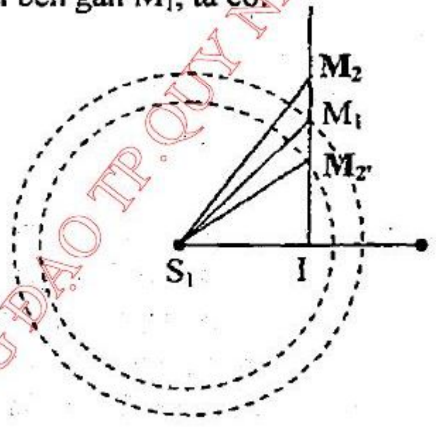
$S_1M_{2'} = d - \lambda = 8 - 0,8 = 7,2$ cm

Áp dụng định lí Pitago, ta được:

$IM_2 = \sqrt{S_1M_2^2 - S_1I^2} = \sqrt{8,8^2 - 4^2} = 7,84(\text{cm})$

$IM_{2'} = \sqrt{S_1M_{2'}^2 - S_1I^2} = \sqrt{7,2^2 - 4^2} = 5,99(\text{cm})$

$IM_1 = S_1I\sqrt{3} = 4\sqrt{3} = 6,93(\text{cm})$



Suy ra: $M_1M_2 = 7,84 - 6,93 = 0,91$ (cm)

$M_1M_{2'} = 6,93 - 5,99 = 0,94$ (cm)

Như vậy điểm M_2 gần M_1 hơn, và cách M_1 một đoạn 0,91 (cm)

c) Ban đầu ta đã có: $S_1S_2 = 8\text{cm} = 10\lambda = 20\frac{\lambda}{2}$ (chẵn của nửa bước sóng) (1)

Sau khi tăng khoảng cách, khi hệ sóng đã ổn định thì hai điểm S_1, S_2 là hai tiêu điểm của các hypebol và ở rất gần chúng xem gần đúng là đứng yên. Mặt khác do trung điểm I của S_1S_2 luôn nằm trên vân giao thoa cực đại, vì vậy ở khoảng cách mới ta có: $S_1I = S_2I = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

$\Rightarrow S_1S_2 = 2S_1I = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ (lẻ của nửa bước sóng) (2)

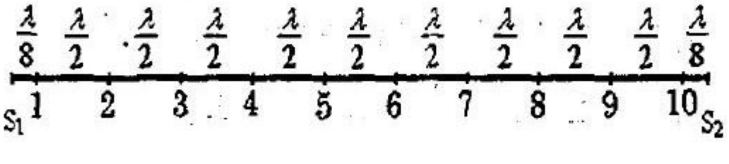
So sánh (2) với (1), ta chỉ cần tăng thêm $1.\frac{\lambda}{2}$ tức là $\frac{0,8}{2} = 0,4$cm

Và khi đó trên S_1S_2 có 21 điểm có biên độ cực đại.

Ví dụ 23: Trong một môi trường vật chất đàn hồi có hai nguồn S_1, S_2 cách nhau 9,5 cm phát dao động cùng phương, cùng tần số $f = 100$ Hz, cùng biên độ dao động và có pha lệch nhau không đổi theo thời gian. Khi đó tại vùng giữa S_1, S_2 người ta quan sát thấy xuất hiện 10 vân dao động cực đại và những vân này cắt đoạn S_1, S_2 thành 11 đoạn mà hai đoạn gần các nguồn chỉ dài bằng một phần tư các đoạn còn lại. Tính bước sóng và vận tốc truyền sóng trong môi trường đó.

Hướng dẫn giải:

+ Khoảng cách giữa hai điểm dao động cực đại liên tiếp trên S_1S_2 bằng nửa bước sóng.



+ Giữa 10 điểm dao động cực đại liên tiếp trên S_1S_2 có 9 khoảng $\frac{\lambda}{2}$.

+ Hai đoạn gần các nguồn chỉ dài bằng một phần tư các đoạn còn lại, tức là bằng $\frac{1}{4}.\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{8}$.

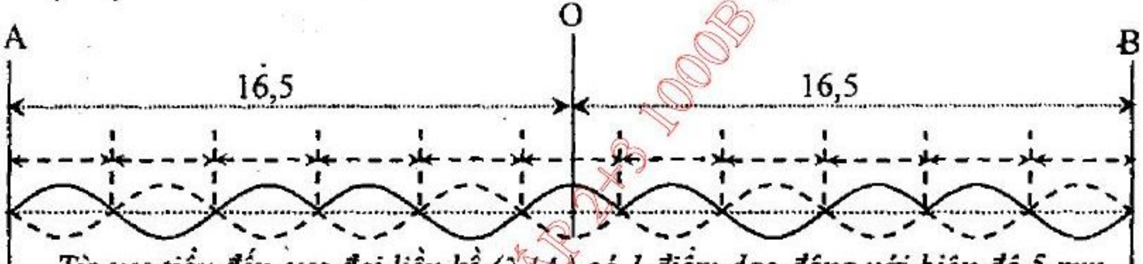
Do đó $S_1S_2=9.\frac{\lambda}{2}+2.\frac{\lambda}{8}\Rightarrow\lambda=\frac{8S_1S_2}{38}=\frac{8.9,5}{38}=2\,(\text{cm})$

Lúc đó vận tốc truyền sóng: $v=\lambda f=200\,(\text{cm/s})=2\,(\text{m/s})$

Ví dụ 24: Tại hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 33 cm có hai nguồn sóng kết hợp cùng pha, cùng biên độ 3 mm, phát sóng với bước sóng là 6 cm. Coi biên độ không đổi khi truyền đi. Hãy cho biết trên đoạn AB có bao nhiêu điểm dao động với biên độ bằng 5 mm?

Hướng dẫn giải:

+ Khoảng cách từ cực tiểu (biên độ bằng 0) đến cực đại (biên độ bằng 6) liền kề là $\frac{\lambda}{4}=\frac{6}{4}=1,5\text{cm}$. Trong khoảng này có một điểm dao động với biên độ 5 mm.



Từ cực tiểu đến cực đại liền kề (λ/4) có 1 điểm dao động với biên độ 5 mm

+ Số đoạn $\frac{\lambda}{4}$ có trên AB là $\frac{AB}{\lambda/4}=\frac{33}{1,5}=22$

Vậy số điểm dao động với biên độ 5 mm trên đoạn AB cũng là 22.

Bài tập vận dụng: Hai nguồn sóng cơ A và B cách nhau 24 cm là hai tâm dao động phát đồng thời 2 sóng, với phương trình dao động lần lượt là $u_1=-u_2=3\cos 40\pi t$ cm, trong đó t đo bằng giây. Coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi. Sóng tạo ra là sóng ngang, lan truyền trong môi trường với tốc độ 1,2 *m/s*. Số điểm dao động với biên độ $3\sqrt{2}$ cm trên đoạn nối A và B là

A. 6. B. 8. C. 10. D. 16.

Ví dụ 25: Trên mặt nước có hai nguồn sóng kết hợp cùng pha cùng biên độ. Coi biên độ không đổi khi truyền đi. Khoảng cách giữa hai nguồn $S_1S_2=9\lambda$. Hỏi trên đoạn nối hai nguồn có bao nhiêu điểm dao động với biên độ cực đại và cùng pha với các nguồn?

Hướng dẫn giải:

+ Nếu chỉ quan tâm đến cực đại thì số cực đại giữa hai nguồn được tính qua số giá trị k nguyên thỏa mãn:

$-\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} \Rightarrow -9 < k < 9 \Rightarrow k = 0;\ \pm1;\ ...;\ \pm8$

$\Rightarrow$ Có tất cả 17 cực đại.

+ Cũng giống như sóng dừng trên dây, 2 bó sóng liền kề nhau sẽ dao động ngược pha nên ở bài toán này hai cực đại liền kề dao động ngược pha nhau.
+ Trung điểm I giữa hai nguồn là cực đại, nhưng cách các nguồn là $4,5\lambda$ nên dao động tại I ngược pha với các nguồn. Xung quanh I, mỗi bên còn 8 cực đại, trong 8 cực đại này có 4 cực đại dao động ngược pha và 4 cực đại dao động ngược pha so với I.
+ Từ đó suy ra, trong 17 cực đại thì chỉ có 8 cực đại cùng pha so với nguồn.

Ví dụ 26: Hai nguồn kết hợp S_1, S_2 trên mặt nước dao động cùng pha. Xét về một phía đường trung trực của S_1S_2 thấy điểm M có $MS_1 - MS_2 = 27$ mm và điểm N có $NS_1 - NS_2 = 51$ mm nằm trên 2 vân giao thoa có cùng biên độ dao động. Biết rằng xen kẽ 2 vân này còn có 3 vân cùng loại. Hỏi vân giao thoa qua M là vân nào?

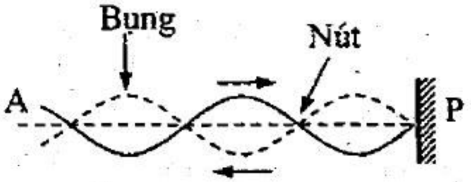
A. Vân cực đại bậc 4.
B. Vân cực tiểu thứ 3.
C. Vân cực tiểu thứ 4.
D. Vân cực đại bậc 6.

Hướng dẫn giải:

+ Giữa hai vân qua M, N còn có 3 vân cùng loại nên số bậc giao thoa qua 2 điểm này chênh nhau 4. Suy ra hiệu số của hiệu 2 khoảng cách của chúng bằng 4λ, nên ta có $\lambda = \frac{51-27}{4} = 6$ mm $\Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 3$ mm
+ Vân qua M có thể viết $MS_1 - MS_2 = 27 = 9.3 = 9.\frac{\lambda}{2} = (2.4+1)\frac{\lambda}{2}$

Do hiệu khoảng cách tới hai nguồn bằng số lẻ của nửa bước sóng nên vân giao thoa qua M là vân cực tiểu, vân này ứng với k = 4 $\Rightarrow$ *Đáp án C.*

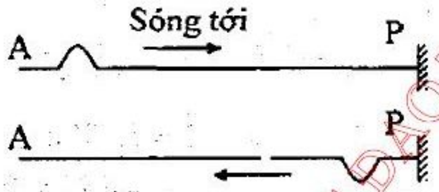
Chủ đề 8: SÓNG DỪNG



1. Định nghĩa

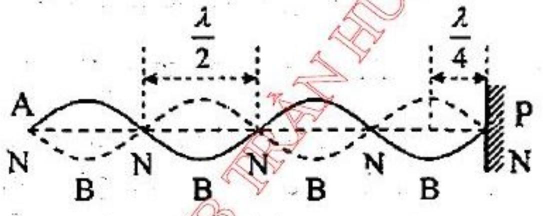
Sóng có các nút và bụng sóng cố định trong không gian gọi là sóng dừng.

2. Tính chất



- + Sóng dừng là trường hợp đặc biệt của giao thoa sóng: đó là sự giao thoa của hai sóng kết hợp truyền ngược chiều nhau trên cùng một phương truyền sóng.
- + Khoảng cách giữa 2 nút sóng hay giữa 2 bụng sóng bất kì:

$$d_{BB} = d_{NN} = k\frac{\lambda}{2},\quad k = 1, 2, 3\ldots$$



- + Khoảng cách giữa 1 nút sóng với 1 bụng bất kỳ:

$$d_{NB} = (2k+1)\frac{\lambda}{4},\quad k = 0, 1, 2\ldots$$

- + Thời gian hai lần dây duỗi thẳng liên tiếp: $\Delta t = \frac{T}{2}$.
- + Bề rộng một bụng sóng là 4a.

3. Phương trình sóng tại một điểm M bất kỳ cách điểm phản xạ cố định B một đoạn d là: $u_M = 2a.\sin\frac{2\pi d}{\lambda}.\cos\left(\omega t - \frac{2\pi\ell}{\lambda}\right)$

$\Rightarrow$ Biên độ dao động tại M: $A_M = 2a.\left|\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\right|$

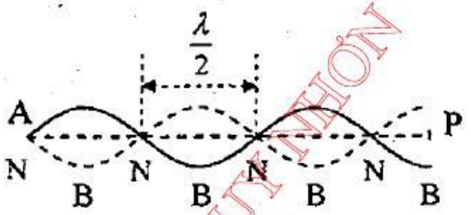
+ $A_{M_{max}} = 2a \Leftrightarrow d = (2k+1)\frac{\lambda}{4};\ k \in \mathbb{Z}$

+ $A_{M_{min}} = 0 \Leftrightarrow d = k\frac{\lambda}{2};\ k \in \mathbb{Z}$

4. Điều kiện để có sóng dừng trên dây

* Dây cố định hai đầu: $\boxed{l = k\frac{\lambda}{2}}$ với số bụng là k, số nút là k + 1

- – Số bó sóng k tỉ lệ với tần số f: $l = k\frac{\lambda}{2} = k\frac{v}{2f} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{f_1}{f_2}$
- – Bước sóng dài nhất $\lambda_{max} = 2l$ khi k = 1 (chỉ có 1 bó sóng)

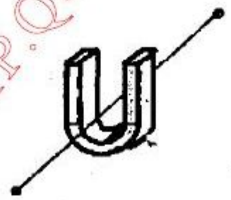


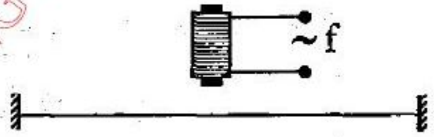
* Dây cố định một đầu, một đầu tự do:

$$\boxed{l=(2k-1)\frac{\lambda}{4}}$$

với số bụng bằng số nút bằng k.

5. Một số lưu ý:





+ Một sợi dây nối với nguồn xoay chiều tần số f, dây đặt trong khoảng giữa hai bản của một nam châm hình chữ U thì dây sẽ dao động với tần số cũng là f.

+ Một sợi dây thép căng thẳng, đặt gần một đầu nam châm điện thẳng, nếu dòng điện qua nam châm có tần số f thì dây sẽ dao động với tần số 2f.

+ Tần số do đàn phát ra (hai đầu dây cố định ⇒ hai đầu là nút sóng): $f=k\frac{v}{2\ell}$ $(k\in N)$

+ Tần số do ống sáo phát ra (một đầu bịt kín, một đầu để hở ⇒ một đầu là nút sóng, một đầu là bụng sóng): $f=(2k-1)\frac{v}{4\ell}$ $(k\in N)$

Ví dụ 1: Một sợi dây dài 1m, hai đầu cố định và rung với bốn múi. Bước sóng là

A. 2 m. B. 1 m. C. 0,5 m. D. 0,25 m.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện xảy ra sóng dừng cho ta $l=n.\frac{\lambda}{2}\Rightarrow\lambda=\frac{2l}{n}$

Với 4 múi sóng ta có n = 4, lúc đó $\lambda=\frac{2l}{n}=\frac{2l}{4}=0{,}5$ m ⇒ *Đáp án C.*

Ví dụ 2: Sóng dừng trên dây AB có chiều dài 32 cm với đầu B cố định. Tần số dao động của dây là 50 Hz, vận tốc truyền sóng trên dây là 4 m/s. Trên dây có

A. 5 nút, 4 bụng. B. 4 nút, 4 bụng.

C. 8 nút, 8 bụng. D. 9 nút, 8 bụng.

Hướng dẫn giải:

Bước sóng $\lambda=vT=\frac{v}{f}=\frac{4}{50}=0{,}08$ m = 8 cm

Điều kiện sóng dừng với đầu B cố định cho ta $l=n\frac{\lambda}{2}\Rightarrow$ số múi sóng là $n=\frac{2l}{\lambda}$

Thay số ta được $n=\frac{2.32}{8}=8\Rightarrow$ số bụng sóng là 8 và số nút là 9 ⇒ *Đáp án D.*

Ví dụ 3: Sóng dừng trên một sợi dây đàn hồi dài 1,2m với hai đầu cố định, người ta quan sát thấy ngoài hai đầu dây cố định còn có hai điểm khác trên dây không dao động. Biết khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp sợi dây duỗi thẳng là 0,05s. Tốc độ truyền sóng trên dây là

A. 12 m/s. B. 8 m/s. C. 4 m/s. D. 16 cm/s.

Hướng dẫn giải:

+ Theo đề ra, có tất cả 4 nút, vì vậy trên sợi dây xuất hiện sóng dừng với 3 bó sóng, lúc đó ta có $l = 3\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{3} = \frac{2.1,2}{3} = 0,8(m)$

+ Thời gian giữa 2 lần sợi dây duỗi thẳng là nửa chu kì dao động nên chu kì sóng $T = 2t = 2.0,05 = 0,1(s)$.

$\Rightarrow$ Tốc độ truyền sóng $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{0,1} = 8(m/s) \Rightarrow$ *Đáp án B.*

Ví dụ 4: Một dây đàn có chiều dài l = 80 cm, khi gảy phát ra âm cơ bản tương ứng có tần số f. Muốn cho dây đàn này phát ra âm cơ bản f' = 1,2 f thì phải bấm phím cho dây ngắn lại còn chiều dài l' bằng

A. 66,7 cm. B. 33,3 cm. C. 44,4 cm. D. 55,5 cm.

Hướng dẫn giải:

Âm cơ bản do dây phát ra ứng với trường hợp trên dây chỉ có 1 bụng. Theo điều kiện để có sóng dừng cho 2 đầu là nút ta có $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$ (1)

Tương tự, để có tần số f' thì $l' = \frac{\lambda'}{2} = \frac{v}{2f'}$ (2)

Từ (1) và (2) thu được $l' = \frac{f}{f'}l = \frac{f}{1,2f}.80 = 66,7$ cm $\Rightarrow$ *Đáp án A.*

Ví dụ 5: Sợi dây đàn hồi AB, đầu A gắn với cần rung có tần số f, đầu B được giữ cố định. f_1 và f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng trên sợi dây. Tìm tần số nhỏ nhất để tạo ra được sóng dừng trên sợi dây.

Hướng dẫn giải:

* Điều kiện để có sóng dừng : $AB = l = k.\frac{\lambda}{2} = k.\frac{v}{2f} \rightarrow \frac{v}{2l} = \frac{f}{k}(1)$

* Hai tần số f_1, f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng ứng với số bó sóng lần lượt là **k** và **k + 1**

* Ta có : $\frac{v}{2l} = \frac{f_1}{k} = \frac{f_2}{k+1}$

Áp dụng tính chất : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

Vậy : $\frac{v}{2l} = \frac{f_1}{k} = \frac{f_2}{k+1} = \frac{f_2 - f_1}{(k+1)-k} = f_2 - f_1$

* Tần số nhỏ nhất để tạo sóng dừng ứng với k = 1.

$l = k\frac{v}{2f} = 1.\frac{v}{2f_{min}} \rightarrow \boxed{f_{min} = \frac{v}{2l} = f_2 - f_1}$

Ví dụ 6: Người ta tạo sóng dừng trên một sợi dây căng ngang giữa hai điểm cố định. Sóng dừng được tạo ra trên dây lần lượt với hai tần số gần nhau nhất 200 Hz và 300 Hz. Tần số kích thích nhỏ nhất mà vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là

A. 50 Hz. B. 100 Hz. C. 150 Hz. D. 200 Hz.

Hướng dẫn giải:

+ Theo điều kiện để có sóng dừng cho 2 đầu là nút $l = n\frac{\lambda}{2} = n\frac{v}{2f} \Rightarrow l = \frac{n}{f}.\frac{v}{2}$. Do l và v không đổi nên buộc $\frac{n}{f} = \text{const}$. Khi số bó sóng n ít nhất (tức n = 1) thì tần số f lúc đó sẽ nhỏ nhất. Vậy ta có $f_{min} = \frac{v}{2l}$ (1).

+ Theo đề ra, hai tần số gần nhau nhất là 200 Hz và 300 Hz sẽ ứng với số bó sóng liên tiếp là k và (k+1) nên ta có $l = k\frac{v}{2.200}$ và $l = (k+1)\frac{v}{2.300}$. Từ hai phương trình này sẽ thu được k = 2 và $l = \frac{v}{200}$ (2)

+ Thay (2) vào (1) ta được $f_{min} = 100$ Hz $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

Chú ý: *Đây là dạng bài toán đặc biệt, có 2 tần số liên tiếp mà tỉ số tần số của chúng là 2 số nguyên liên tiếp* $\frac{f_1}{f_2} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$ *thì tần số nhỏ nhất vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là* $f_{min} = |f_1 - f_2| = |200 - 300| = 100\text{Hz}$.

Một bài toán tương tự khác: Sóng dừng được tạo ra trên dây giữa hai điểm cố định lần lượt với hai tần số gần nhau là 45 Hz và 54 Hz. Tìm tần số kích thích nhỏ nhất mà vẫn có thể tạo ra sóng dừng trên dây?

Gợi ý: Dễ thấy $\frac{f_1}{f_2} = \frac{45}{54} = \frac{5}{6} \Rightarrow f_{min} = 54 - 45 = 9\text{Hz}$

Ví dụ 7: Sợi dây đàn hồi AB, đầu A gắn với cần rung có tần số f, đầu B tự do. f_1 và f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng trên sợi dây. Tìm tần số nhỏ nhất để tạo ra được sóng dừng trên sợi dây.

Hướng dẫn giải:

* Điều kiện để có sóng dừng :

$$AB = l = (2k+1).\frac{\lambda}{4} = (2k+1).\frac{v}{4f} \Rightarrow \frac{v}{4l} = \frac{f}{2k+1}(1)$$

* Hai tần số f_1, f_2 là hai tần số liên tiếp để tạo ra sóng dừng ứng với số bó sóng lần lượt là **k** và **k + 1**

* Ta có : $\frac{v}{4l} = \frac{f_1}{2k+1} = \frac{f_2}{2(k+1)+1}$

Áp dụng tính chất : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

Vậy : $\frac{v}{4l} = \frac{f_1}{2k+1} = \frac{f_2}{2k+3} = \frac{f_2 - f_1}{(2k+3)-2k-1} = \frac{f_2-f_1}{2}$

* Tần số nhỏ nhất để tạo sóng dừng ứng với k = 1.

$$l = (2k+1)\frac{v}{4f} = (2.0+1).\frac{v}{4f_{min}} \rightarrow \boxed{f_{min} = \frac{v}{4l} = \frac{f_2-f_1}{2}}$$

Như vậy với trường hợp một đầu là nút, một đầu là bụng. Có 2 tần số liên tiếp mà tỉ số tần số của chúng là 2 số nguyên lẻ liên tiếp $\frac{f_1}{f_2} = \frac{2n+1}{2n+3}$ *thì tần số nhỏ nhất vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là* $f_{min} = \frac{|f_2 - f_1|}{2}$.

Chẳng hạn: Một sợi dây có đầu trên nối với nguồn dao động, đầu dưới thả lỏng. Sóng dừng được tạo ra trên dây lần lượt với hai tần số gần nhau nhất 200 Hz và 280 Hz. Tần số kích thích nhỏ nhất mà vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là

A. 80 Hz. B. 40 Hz. C. 240 Hz. D. 20 Hz.

Hướng dẫn giải: Dễ thấy $\frac{f_1}{f_2} = \frac{200}{280} = \frac{5}{7} \Rightarrow f_{min} = \frac{280-200}{2} = 40Hz \Rightarrow$ *Chọn B.*

Bài tập vận dụng:

Bài tập 1: Một sợi dây đàn hồi có một đầu cố định, một đầu tự do, trên dây có sóng dừng với hai tần số liên tiếp là 30Hz, 50Hz. Tần số nhỏ nhất để có sóng dừng trên dây là

A. $f_{min} = 30Hz$. B. $f_{min} = 20Hz$. C. $f_{min} = 10Hz$. D. $f_{min} = 5Hz$.

Bài tập 2: Cho ống sáo có một đầu bịt kín và một đầu để hở. Biết rằng ống sáo phát ra âm to nhất ứng với hai giá trị tần số của hai họa âm liên tiếp là 150 Hz và 250 Hz. Tần số âm nhỏ nhất khi ống sáo phát ra âm to nhất bằng

A. 50 Hz. B. 75 Hz. C. 25 Hz. D. 100 Hz.

Bài tập 3: Một thanh đàn hồi chỉ được cố định ở một đầu. Khi cho thanh dao động thì âm thanh do nó phát ra có các họa âm liên tiếp là 360Hz, 600Hz và 840Hz. Biết tốc độ truyền âm trong thanh là 672m/s. Chiều dài của thanh là:

A. 1,4m B. 3,2m C. 2,8m D. 0,7m

Ví dụ 8: Cho sợi dây AB chiều dài L, đầu A được nối với nguồn dao động (được xem gần đúng là nút khi tạo sóng dừng). Khi thay đổi tần số dao động của nguồn, thấy rằng tần số nhỏ nhất để tạo ra sóng dừng là 50 Hz, tần số liền kề để vẫn tạo ra sóng dừng là 150 Hz. Chọn câu đúng

A. Đầu B cố định B. Đề bài đưa ra không thể xảy ra

C. Đầu B tự do. D. Đề bài chưa đủ dữ kiện để kết luận.

Hướng dẫn giải:

+ Giả sử điểm B là cố định, khi đó điều kiện để có sóng dừng cho 2 đầu là nút $L = n\dfrac{\lambda}{2} = n\dfrac{v}{2f} \Rightarrow f = n.\dfrac{v}{2L} \Rightarrow f \sim n$. Vì là nhỏ nhất và liền kề nên n = 1 và n = 2 suy ra tần số sau phải gấp tần số trước 2 lần, trong khi đó theo đề bài, hai tần số này lại hơn kém nhau 3 lần ⇒ giả sử B cố định là sai.

+ Giả sử điểm B là bụng sóng, khi đó điều kiện để có sóng dừng cho 1 đầu nút và 1 đầu bụng là $L = (2n-1)\dfrac{\lambda}{4} = (2n-1)\dfrac{v}{4f} \Rightarrow f = (2n-1)\dfrac{v}{4L} \Rightarrow f \sim (2n-1)$.

Vì là nhỏ nhất và liền kề nên n = 1 và n = 2 suy ra hai tần số phải gấp 3 lần nhau, theo đề bài, hai tần số này thỏa mãn điều kiện trên ⇒ đầu B tự do ⇒ *Đáp án C.*

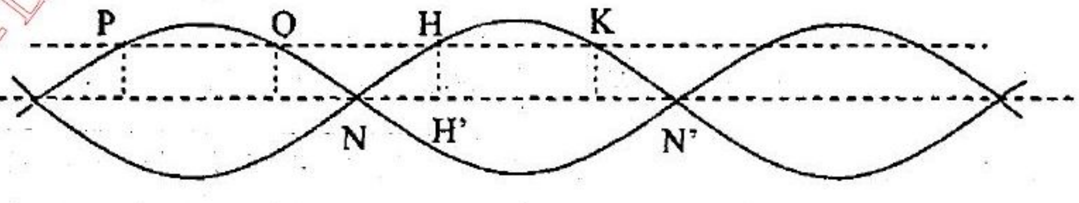
Ví dụ 9: Một sóng dừng trên sợi dây căng ngang với hai đầu cố định, bụng sóng dao động với biên độ bằng 2a. Người ta quan sát thấy những điểm có cùng biên độ ở gần nhau cách đều nhau 12 cm. Bước sóng và biên độ dao động của những điểm cùng biên độ nói trên là

A. 48 cm và $a\sqrt{2}$. B. 24 cm và $a\sqrt{3}$.

C. 24 cm và a. D. 48 cm và $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

+ Theo hình vẽ, các điểm P, Q, H, K có cùng biên độ dao động và cách đều nhau PQ = QH = HK = 12 cm



Mặt khác, theo tính chất của sóng dừng trên dây, ta có $PH = \dfrac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow \lambda = 2.PH = 2(PQ + QH) = 2(12 + 12) = 48$ cm

+ Từ công thức tính biên độ sóng dừng $A = 2a\left|\cos\left(2\pi\dfrac{d}{\lambda} + \dfrac{\pi}{2}\right)\right|$

– Tại nút thì biên độ bằng 0 ⇒ $d = k\dfrac{\lambda}{2}$

– Điểm H' cách nút N một khoảng $NH' = \dfrac{QH}{2} = \dfrac{\lambda/4}{2} = \dfrac{\lambda}{8}$

Vậy tại H' có $d = k\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{\lambda}{8}$, *thay giá trị này vào biểu thức tính biên độ ta được*

$$A = 2a\left|\cos\left(2\pi\frac{k\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{8}}{\lambda}+\frac{\pi}{2}\right)\right| = 2a\left|\cos\left(k\pi+\frac{3\pi}{4}\right)\right| = 2a\frac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow \textit{Đáp án A.}$$

Ví dụ 10: Một sợi dây đàn hồi AB có chiều dài $\ell = 60cm$ và hai đầu cố định. Khi được kích thích dao động, trên dây hình thành sóng dừng với 4 bó sóng và biên độ tại bụng sóng là 2cm. Tính biên độ dao động tại một điểm M cách nguồn phát sóng tới tại A một khoảng là 50cm.

Hướng dẫn giải:

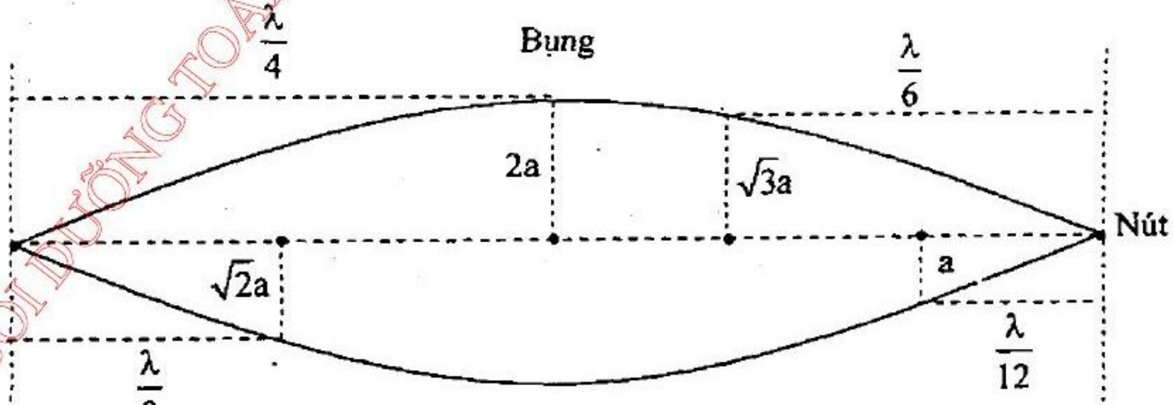
+ Ta có: $\ell = 4\dfrac{\lambda}{2} = 60cm \Rightarrow \lambda = 30cm$

+ Vì M cách nguồn A 50cm nên M cách điểm phản xạ B là $d = 60 - 50 = 10cm$

Nên biên độ $A = 2a\left|\cos\left(2\pi\dfrac{d}{\lambda}+\dfrac{\pi}{2}\right)\right| = 2\left|\cos\left(2\pi\dfrac{10}{30}+\dfrac{\pi}{2}\right)\right| = \sqrt{3}cm$

Bài tập vận dụng: Một sợi dây đàn hồi AB có chiều dài $\ell = 60cm$ hai đầu dây cố định. Khi được kích thích dao động, trên dây hình thành sóng dừng với 4 bó sóng và biên độ tại bụng sóng là 4cm. Tại M gần nguồn phát sóng tới tại A nhất có biên độ dao động là $2\sqrt{3}cm$. Tính đoạn MA? Và để làm được, ta cần chú ý sau:

Chú ý quan trọng: Từ công thức $A = 2a\left|\cos\left(2\pi\dfrac{d}{\lambda}+\dfrac{\pi}{2}\right)\right|$ trong đó d là khoảng cách từ điểm đang xét đến nút gần nhất thì ta có thể nêu mối liên hệ giữa vị trí và biên độ của một số điểm đặc biệt theo hình vẽ sau:



Điều ấy có nghĩa là: nếu $d=\frac{\lambda}{8}$ thì ở đó dao động với biên độ $\sqrt{2}a$ và ngược lại.

Chúng ta nên nhớ các trường hợp đặc biệt trên để giải các bài toán xuôi ngược cho nhanh.

Bài tập tương tự: Một sợi dây đàn hồi OM = 90cm được căng nằm ngang. Khi M được kích thích trên dây hình thành 3 bó sóng, biên độ tại bụng là 3cm. Tại N gần O nhất có biên độ dao động là 1,5cm. Hãy tính ON? ĐS: *5cm.*

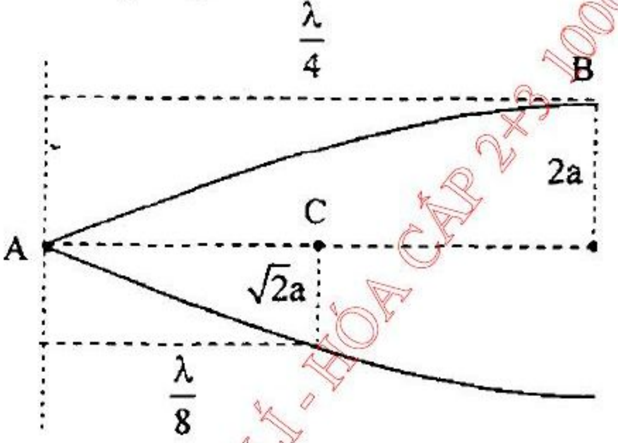
Ví dụ 11: Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây, A là một điểm nút, B là một điểm bụng gần A nhất, C là trung điểm của AB, với AB = 10 cm. Biết khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần mà li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động của phần tử tại C là 0,2 s. Tốc độ truyền sóng trên dây là

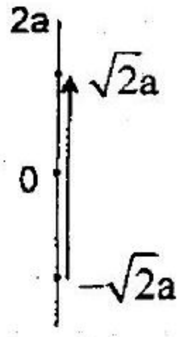
A. 2 m/s. B. 0,5 m/s. C. 1 m/s. D. 0,25 m/s.

Hướng dẫn giải:

Ta có $AB=10=\frac{\lambda}{4}\Rightarrow\lambda=40cm$

Gọi biên độ của bụng B là 2a. Vì C là trung điểm của AB nên cách nút A một đoạn $\frac{AB}{2}=\frac{\lambda}{8}$ nên C dao động với biên độ $\sqrt{2}a$





Ta có $0,2=2.\frac{T}{8}\Rightarrow T=0,8s\Rightarrow v=\frac{\lambda}{T}=50cm/s=0,5m/s\Rightarrow$ *Đáp án B.*

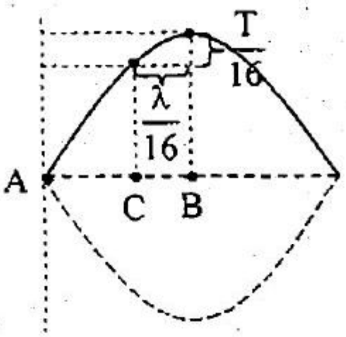
Ví dụ 12: Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định chu kì T và bước sóng λ. Trên dây, A là một điểm nút, B là một điểm bụng gần A nhất, C là điểm thuộc AB sao cho AB = 4BC. Khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần mà li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động của phần tử tại C là

A. T/4. B. T/16. C. T/3. D. T/8.

Hướng dẫn giải:

Dễ dàng tìm được khoảng cách $CB=\frac{\lambda}{16}$.

Ta biết rằng trong phần sóng cơ học, có sự tuần hoàn và tỉ lệ giữa không gian và thời gian, vì vậy khoảng thời gian ngắn nhất để chất điểm ở bụng B đi từ li độ bằng biên độ của điểm C đến vị trí biên của chính nó là $\Delta t = \frac{T}{16}$



$\Rightarrow$ Khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần mà li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động của phần tử tại C là

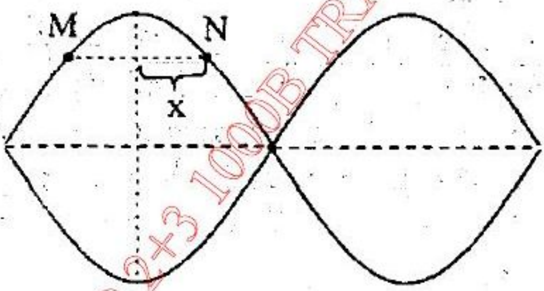
$t_{min} = 2.\Delta t = 2.\frac{T}{16} = \frac{T}{8}$ $\Rightarrow$ *Đáp án D.*

Ví dụ 13: Sóng dừng trên một sợi dây có biên độ ở bụng là 5 cm. Giữa hai điểm M, N có biên độ 2,5 cm cách nhau 20 cm và các điểm nằm trong khoảng MN luôn dao động với biên độ lớn hơn 2,5 cm. Tìm bước sóng.

A. 120 cm. B. 60 cm. C. 90 cm. D. 108 cm.

Hướng dẫn giải:

Vì các điểm nằm trong khoảng MN luôn dao động với biên độ lớn hơn 2,5 cm nên M, N phải cùng nằm trong 1 bó sóng và nằm đối xứng nhau qua bụng như hình vẽ.



Vậy khoảng cách từ điểm N đến bụng chỉ là $x = \frac{MN}{2} = 10cm$

Nếu viết biên độ của 1 điểm theo khoảng cách đến bụng thì

$$A = 2a\left|\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right| = A_{max}\left|\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right|$$

Thay vào ta được: $2,5 = 5\cos\frac{2\pi.10}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 60cm$ $\Rightarrow$ *Đáp án B.*

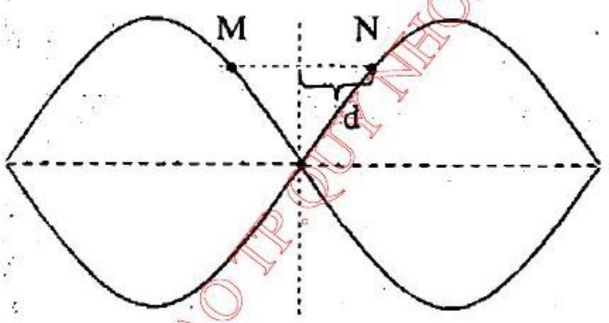
Ví dụ 14: Sóng dừng trên một sợi dây có bước sóng 30 cm có biên độ ở bụng là 4 cm. Giữa hai điểm M, N có biên độ $2\sqrt{3}$ cm và các điểm nằm trong khoảng MN luôn dao động với biên độ nhỏ hơn $2\sqrt{3}$ cm. Khoảng cách MN bằng

A. 10 cm. B. 5 cm. C. 7,5 cm. D. 8 cm.

Hướng dẫn giải:

Vì các điểm nằm trong khoảng MN luôn dao động với biên độ nhỏ hơn $2\sqrt{3}$ cm nên M, N phải nằm trong ở 2 bó sóng và nằm đối xứng nhau qua một nút như hình vẽ.

Vậy khoảng cách từ điểm N đến nút là $d = \frac{MN}{2}$



Nếu viết biên độ của 1 điểm theo khoảng cách đến nút thì

$$A = 2a\left|\cos\left(2\pi\frac{d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right|$$

$$= A_{max}\left|\sin\left(2\pi\frac{d}{\lambda}\right)\right|$$

Thay vào ta được: $2\sqrt{3} = 4\left|\sin\frac{2\pi d}{30}\right| \Rightarrow \frac{2\pi d}{30} = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow d = 5cm \Rightarrow MN = 2d = 10cm \Rightarrow$ *Đáp án A.*

Bài tập vận dụng

Bài tập 1: Sóng dừng trên một sợi dây có bước sóng 30 cm có biên độ ở bụng là 4 cm. Giữa hai điểm M, N có biên độ $2\sqrt{3}$ cm và các điểm nằm trong khoảng MN luôn dao động với biên độ lớn hơn $2\sqrt{3}$ cm. Tìm MN?

Gợi ý: $A = A_{max}\left|\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right| \Rightarrow 2\sqrt{3} = 4\cos\frac{2\pi x}{30}$

$\Rightarrow \frac{2\pi x}{30} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2{,}5cm \Rightarrow MN = 2x = 5cm$

Bài tập 2: M, N, P là 3 điểm liên tiếp nhau trên một sợi dây mang sóng dừng có cùng biên độ 4 cm, dao động tại N cùng pha với dao động tại M. Biết MN = 2NP = 20 cm. Tính biên độ tại bụng sóng và bước sóng?

Gợi ý: + $0{,}25\lambda = x + d = \frac{MN}{2} + \frac{NP}{2} = 15cm \Rightarrow \lambda = 60cm$

+ $A = A_{max}\left|\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\right| \Rightarrow 4 = A_{max}\sin\frac{2\pi.5}{60} \Rightarrow A_{max} = 8cm$

Bài tập 3: Chúng ta hãy vận dụng kiến thức sóng dừng để giải quyết nhanh bài toán giao thoa như sau: Hai nguồn A và B trên mặt nước dao động cùng pha, O là trung điểm AB dao động với biên độ 2 cm. Điểm M trên đoạn AB dao động với biên độ $\sqrt{3}$ cm. Biết bước sóng lan truyền là 3 cm. Giá trị OM nhỏ nhất là

A. 0,25 cm.
B. 1,5 cm.
C. 0,125 cm.
D. 0,1875 cm.

Gợi ý: Ta có $\cos\frac{2\pi d_{min}}{\lambda} = \frac{A_0}{A_{max}}$

$$\Rightarrow \cos\frac{2\pi d_{min}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi d_{min}}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow d_{min} = ...$$

Ví dụ 15: Một sóng dừng trên một sợi dây có dạng:

$u = 2\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$(cm) với x đo bằng centimet, t đo bằng giây.

a) Tính vận tốc truyền sóng dọc theo sợi dây?

b) Xác định những vị trí trên dây có biên độ dao động bằng 1 cm?

Hướng dẫn giải:

a) Từ biểu thức $u = 2\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$(cm) $\Rightarrow$ biên độ $A = 2\left|\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\right|$

Tại những điểm là nút thì $A = 0$ nên $2\left|\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\right| = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4}x = k\pi \Rightarrow x_k = 4k$

Vì khoảng cách giữa 2 nút liên tiếp là $\frac{\lambda}{2}$ nên: $\frac{\lambda}{2} = x_{k+1} - x_k = 4(k+1) - 4k = 4$

$\Rightarrow \lambda = 8$ cm. Lại có $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10$ Hz. Vậy $v = \lambda.f = 8.10 = 80$(cm/s)

b) Những điểm có biên độ 1 cm thỏa mãn phương trình $2\left|\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\right| = 1$

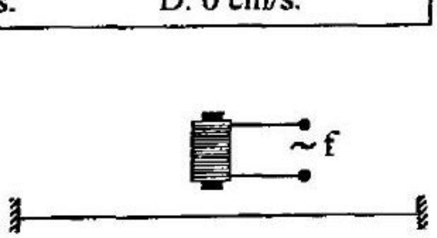
$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4}x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow x_k = \pm\frac{2}{3} + 4k$. Với k là những số nguyên sao cho $x_k > 0$ và nhỏ hơn chiều dài sợi dây.

Bài tập vận dụng: Một sóng dừng có dạng $u = 0{,}5\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$ trên một sợi dây. Trong đó u là li độ tại thời điểm t của một phần tử trên dây mà vị trí cân bằng của nó cách gốc O một khoảng x (cm). Tìm tốc độ truyền sóng trên dây?

Ví dụ 16: Một nam điện có dòng điện xoay chiều tần số 50Hz đi qua. Đặt nam châm điện phía trên một dây thép AB căng ngang với hai đầu cố định, chiều dài sợi dây 60cm. Ta thấy trên dây có sóng dừng với 2 bó sóng. Tốc độ truyền sóng trên dây là

A. 60 m/s. B. 60 cm/s. C. 6 m/s. D. 6 cm/s.

Hướng dẫn giải:



+ Khi có dòng điện xoay chiều chạy qua, nam châm điện sẽ tác dụng lên dây một lực tuần hoàn làm dây dao động cưỡng bức. Trong một chu kì, dòng điện đổi chiều 2 lần nên nó hút dây 2 lần, vì vậy tần số dao động của dây bằng 2 lần tần số của dòng điện f' = 2.f = 2.50 = 100 Hz

+ Vì có 2 bó sóng và hai đầu là nút nên $l = 2\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = l = 60\text{cm}$

Vậy $v = \lambda.f = 60.100 = 6000\text{cm/s} = 60\text{m/s} \Rightarrow$ *Đáp án A*.

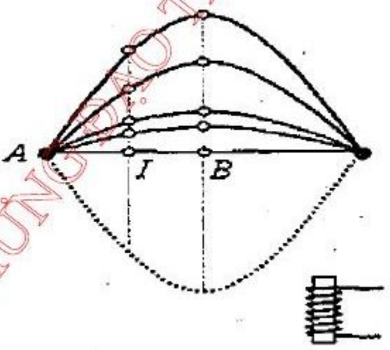
Bài tập vận dụng: Sóng dừng trên dây thép dài 1,2 m hai đầu P, Q cố định, được kích thích bởi nam châm điện. Nút A cách bụng B liền kề là 10 cm và I là trung điểm của AB. Biết khoảng thời gian giữa 2 lần liên tiếp I và B có cùng li độ là 0,01 (s). Tính tần số của dòng điện và tốc độ truyền sóng trên dây?

Gợi ý: $\frac{\lambda}{4} = 10(\text{cm}) \Rightarrow \lambda = 0,4(\text{m})$

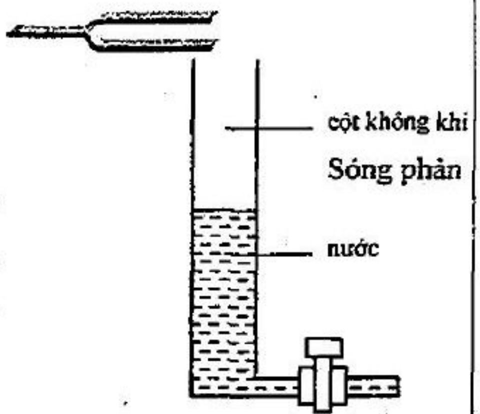
$\Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} = 0,01(\text{s}) \Rightarrow T = 0,02(\text{s})$

$\Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,4}{0,02} = 20(\text{m/s})$

$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = 50\text{Hz} \Rightarrow f_d = \frac{f}{2} = 25\text{Hz}$



Ví dụ 17: Trong hình dưới đây mô tả một thí nghiệm tạo ra sóng dừng trong một cột khí. Một âm thoa được đặt phía trên miệng ống, cho âm thoa dao động với tần số 440 Hz. Chiều dài của cột khí trong ống có thể thay đổi bằng cách thay đổi mực nước trong ống nhờ một khoá nước. Ống được đổ đầy nước, sau đó cho nước chảy ra khỏi ống. Hai lần cộng hưởng gần nhau nhất xảy ra khi chiều dài của cột khí là 0,16 m và 0,51 m. Tốc độ truyền âm trong không khí bằng



A. 308 m/s. B. 358 m/s. C. 338 m/s. D. 328 m/s.

Hướng dẫn giải:

+ Khi âm thoa dao động phát ra sóng âm truyền trong cột không khí. Song âm truyền đến mặt nước thì bị phản xạ ngược trở lại. Khi đó xảy ra hiện tượng sóng dừng ở cột không khí giống như sóng dừng của sợi dây có một đầu cố định và một đầu tự do.

+ Hai vị trí gần nhau nhất xảy ra hiện tượng cộng hưởng sẽ cách nhau một đoạn bằng $\frac{\lambda}{2}$ nên: $\lambda = 2(l_1 - l_2) = 2(0,51 - 0,16) = 0,7\text{ m} \Rightarrow v = \lambda.f = 308\text{ m/s}$

$\Rightarrow$ *Đáp án A*.

MỤC LỤC

Chủ đề 1: DAO ĐỘNG CƠ HỌC 3
Chủ đề 2: CON LẮC LÒ XO 46
Chủ đề 3: CON LẮC ĐƠN 95
Chủ đề 4: TỔNG HỢP DAO ĐỘNG 134
Chủ đề 5: CÁC LOẠI DAO ĐỘNG 155
Chủ đề 6: SÓNG DỪNG 166
Chủ đề 6: SÓNG ÂM 181
Chủ đề 7: GIAO THOA SÓNG 188
Chủ đề 8: SÓNG DỪNG 211